GEOMEC

BOLETIN DE DIVULGACION GEOTECNICA

Laboratorio de Mecánica de Rocas. Universidad Central de Venezuela.



prof. GIANFRANCO PERRI

Caracas 1981-1982

PRESENTACIÒN

" GEOMEC " quiere ser un " boletín de divulgación geotécnica ", aclarando con esto la falta de toda pretensión (pero no de aspiración) de representar una revista científica de alto nivel y marcando nuestro objetivo primordial en la difusión (entre estudiantes, docentes y profesionales) de aspectos y argumentos específicos de las disciplinas geotécnicas. Recogiendo con esto ciertas inquietudes difundidas, relativas a la falta de material bibliográfico directamente accesible en esta rama de la ingeriería.

De no menor prioridad e interés es también nuestro objetivo de crear un instrumento capaz de satisfacer informalmente las necesidades que tiene nuestra comunidad universitaria que opera en este sector científico, de ordenar, publicar y divulgar todos aquellos resultados importantes de las actividades de estudio, enseñanza e investigación que venimos desarrollando. Y más aún, confiamos representar un estímulo nuevo para estas actividades mismas.

Finalmente aspiramos a todas colaboraciones ajenas a nuestra comunidad, convencidos como somos de la universalidad de la ciencia.

prof. GIANFRANCO PERRI

Caracas, julio de 1981

INDICE

1. "El Método de los Elementos Finitos en las aplicaciones geotécnicas: Introducción al Método". (En colaboración con M. Castillejo y G. Torrealba). Geomec, N. 1. Caracas, julio 1981.
2. "Caracterización ingenierística de rocas y macizos rocosos". 1er. Curso Interamericano de Ingeniería del Dragado, Maracaibo, Noviembre 1980 y Geomec, N. 2. Caracas, Agosto 1981.
3. Contribución al VI Seminario Venezolano de Mecánica de Suelos: Interacción suelo-estructuras enterradas y muros. El Método de los Elementos Finitos". Sociedad Venezolana de Mecánica de Suelos e Ingeniería de Fundaciones. Caracas, Septiembre 1980. Geomec N. 3. Caracas, Octubre 1981.
4. "El Método de los Elementos Finitos en las aplicaciones geotécnicas: El Código Wilson 63 como ejemplo didáctico". (En colaboración con M. Castillejo). Geomec N. 4. Caracas, Octubre 1981.
5. “Taludes en macizos rocosos. Introducción a la técnica de las proyecciones hemisféricas – Primera parte” (por Daniel Salcedo). Geomec N. 5. Caracas, Noviembre 1981.
6. “Taludes en macizos rocosos. Introducción a la técnica de las proyecciones hemisféricas – Segunda parte” (por Daniel Salcedo). Geomec N. 5. Caracas, Diciembre 1981.
7. "El método de los Elementos Finitos en las aplicaciones geotécnicas: Diseño de esquemas de bunolado para túneles en rocas". Geomec. N. 7. Caracas, Enero 1982.
8. "Taludes en macizos rocosos: Aplicación de los métodos de las proyecciones hemisféricas a las rocas que constituyen las colinas alrededor de Caracas". (En colaboración con D. Salcedo). Geomec, N. 8. Caracas, Febrero 1982.
9. "El método de los Elementos Finitos en las aplicaciones geotécnicas: Análisis de asentamiento de fundaciones". (En colaboración con N. Rodríguez). Geomec. N. 9. Caracas, Marzo 1982.
10. "Taludes en macizos rocosos: La estabilidad geoestructural en el marco de la zonificación de riesgos geológicos". Geomec, N. 10. Caracas, Mayo 1982.
11. "Túneles en macizos rocosos: Introducción al análisis geomecánico". Geomec, N. 11. Caracas, Junio 1982.
12. “Túneles en macizos rocosos. Evaluación de la estabilidad mediante el método del bloque crítico” (por Daniel Salcedo). Geomec, N. 12. Caracas, Diciembre 1982

Laboratorio de Mecánica de Rocas. Universidad Central de Venezuela.

GEOMEC

BOLETIN DE DIVULGACION GEOTECNICA

EL METODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS EN LAS APLICACIONES GEOTECNICAS

" INTRODUCCION AL METODO "

G. PERRI, M. CASTILLEJO, G. TORREALBA

ESCUELA DE GEOLOGIA MINAS Y GEOFISICA U.C.V.

Nº 1

JULIO, 1981 caracas

Damos comienzo con este N.º 1 de " GEOMEC "a la publicación de una serie de trabajos que desde hace algún tiempo, se están llevando adelante bajo la coordinación de la Cátedra de " Mecánica de Rocas ", con el objetivo de ampliar y profundizar los conocimientos acerca del uso que puede hacerse del Método de los Elementos Finitos en el campo de las aplicaciones geotécnicas.

Comenzamos con esta nota introductoria sobre los fundamentos físicos y matemáticos del método para seguir con la publicación de unas primeras aplicaciones, así como de la extensión de estos fundamentos y aplicaciones a los casos más generales de comportamiento de los materiales y estructuras geotécnicas.

EL METODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

EN LAS APLICACIONES GEOTECNICAS

" INTRODUCCION AL METODO "

POR: GIANFRANCO PERRI, MIGUEL CASTILLEJO, GILBERTO TORREALBA (*)

(*)
Departamento de Minas, Escuela de Geología Minas y Geofísica,
Facultad de Ingeniería - U.C.V.

1.- INTRODUCCION

El Ingeniero Geotécnico dispone de diferentes métodos para el diseño de fundaciones, de excavaciones, de estructuras en rocas ó en suelos en general.

Según Goodman y Duncan, que hacen referencia a las estructuras rocosas, estos métodos pueden agruparse en tres clases principales:

a.- Métodos empíricos, que se basan principalmente en la experiencia que se dispone en la construcción de estructuras similares a la del proyecto.

b.- Métodos del equilibrio límite global y de la plasticidad límite, que llegan a calcular las soluciones límites del problema, permitiendo estas el diseño de estructuras sobre la base de seguridad de una estabilidad global.

c.- Métodos de los esfuerzos y deformaciones, que consisten en sus fases previas de aplicación, en el cálculo en cada punto de la estructura, de los esfuerzos y de las deformaciones. Son por lo tanto, sin duda, los más completos, debido al tipo de información que pueden suministrar y a la naturaleza de las distintas condiciones que permiten tomar en cuenta.

Más explícitamente, se trata de determinar para una estructura dada en cada punto de ella, el estado de esfuerzos:

$$\{\sigma_{i,j}\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{Bmatrix} \qquad (1)$$

y el estado de deformaciones:

$$\{\varepsilon_{i,\,j}\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x & \gamma_{xy} & \gamma_{xz} \\ \gamma_{yx} & \varepsilon_y & \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} & \gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{Bmatrix} \qquad (2)$$

una vez que sea definido y conocido el modelo geomecánico del problema en estudio, el que comprende la geometría de la estructura, las condiciones de borde y las leyes constitutivas de los materiales que constituyen el sistema, o sea la relación matemática entre esfuerzos y deformaciones:

$$\{\sigma_{i,\,j}\} = [D] \{ \varepsilon_{i,\,j} \} \qquad (3)$$

Estos tipos de problemas a su vez pueden resolverse por tres grupos distintos de métodos: analíticos, experimentales y numéricos.

Los métodos analíticos, que más frecuentemente fueron empleados en el pasado, llevan al cálculo de fórmulas resolutivas para los esfuerzos y deformaciones; pero dichas fórmulas aún para problemas planos son difíciles de obtener y casi siempre imposibles para las estructuras geotécnicas reales que se presentan generalmente complejas ya sea por su geometría ó por el comportamiento mecánico de los materiales que la constituyen. Entre estos métodos analíticos, aquellos desarrollados más ampliamente, derivan de la aplicación de la teoría clásica de la elasticidad lineal, aunque son interesantes algunas soluciones obtenidas en el campo de la elasticidad no lineal, de la elastoplasticidad y de la viscoelasticidad.

Los métodos experimentales han sido hoy en día casi completamente superados por los métodos numéricos, gracias al notable desarrollo y al extenso empleo de las computadoras.

Dentro de los métodos numéricos, como último en orden cronológico se encuentra el Método de los Elementos Finitos, el cual ha logrado

una gran generalidad de empleo en la solución de problemas aplicativos por su gran versatilidad y potencia y debido a que permite analizar una cantidad sin número de situaciones que bien aproximan la compleja realidad de las estructuras geotécnicas.

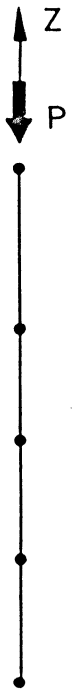
En efecto si se quiere progresar significativamente en el estudio y análisis de estructuras en el campo de la mecánica de rocas, se hace absolutamente necesaria la adopción de un modelo matemático que simule con buena aproximación la naturaleza compleja de la roca.

El Método de Elementos Finitos provee tal modelo, permitiendo considerar en una solución, muchas de las variables que se encuentran en los problemas de mecánica de rocas. Este modelo se puede visualizar como un arreglo de áreas o porciones finitas ordenadas de tal manera que idealicen el macizo rocoso y las estructuras en él comprendidas.

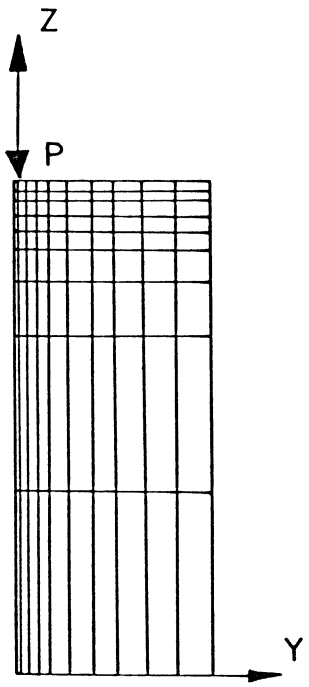
Extensos rangos geológicos, como fallas y estratificaciones, se consideran como condiciones límites del modelo y se llevan como tales al mismo. Así mismo la esquistosidad y las diaclasas, que generalmente son estructuras más pequeñas que las dimensiones del elemento, se consideran dentro del análisis en la forma en que influyen en el comportamiento de la roca (modelos anisótropos).

El MEF es fundamentalmente un método de aproximación simplemente física en el que: "Se comienza por subdividir al medio contínuo que representa la estructura en regiones más pequeñas, a cada una de las cuales se le pueden asignar diferentes propiedades físicas elásticas o incluso anelásticas. Cada uno de estos elementos está conectado con los demás mediante "nodos", donde participa de una serie de desplazamientos comunes. (Fig. 1).

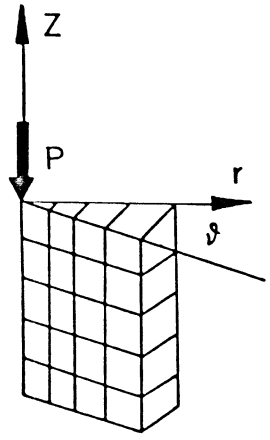
Suponiendo el sistema de desplazamientos en el interior de cada elemento definido en función de los desplazamientos nodales y aplicando entonces los conocidos teoremas de variaciones, se pueden relacio



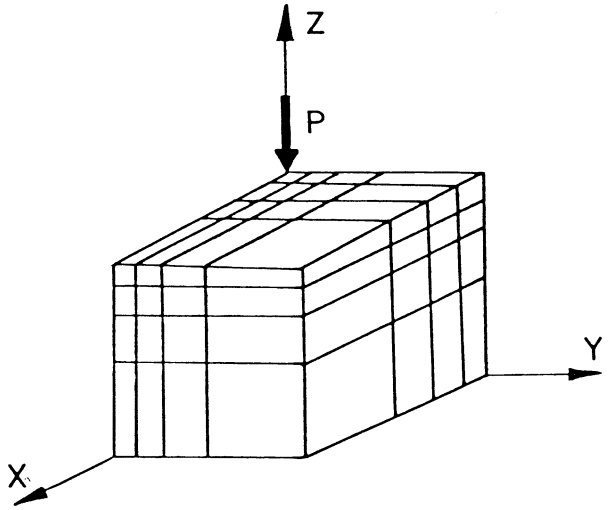
MODELO MONODIMENSIONAL



MODELO PLANO



MODELO AXIALSIMETRICO



MODELO TRIDIMENSIONAL

EJEMPLOS DE IDEALIZACION DE UNA ESTRUCTURA CON ELEMENTOS FINITOS

FIG. 1

nar los desplazamientos nodales con una serie de fuerzas ficticias aplicadas en los nodos.

El conjunto de elementos y la solución final, siguen los esquemas habituales del cálculo estructural, disfrutando en todo momento de una cierta visión física del problema". (ZienKiewicz).

Las exigencias prácticas del diseño estructural fueron sin duda las causas motoras que siempre impulsaron a los ingenieros hacia la búsqueda y formulación de métodos de cálculos nuevos y ajustados cada vez más a las necesidades de un cálculo estructural menos empírico y más aproximado, conforme a los modernos proyectos en ejecución.

Es así que también para el caso del "Método de los Elementos Finitos", su idealización, primeras formulaciones y aplicaciones, son obras de ingenieros, mientras que posteriormente el matemático se ha tomado la tarea de formular los fundamentos teóricos y naturalmente aportar sus estudios y conocimientos para la evolución y perfeccionamiento del método mismo.

En realidad resulta difícil establecer con nombres y fechas el descubrimiento del método, debido a que su formulación primaria ya deriva del aporte de formulaciones más antiguas. Además hay que añadir que el desarrollo del método como tal, está íntimamente unido a la aparición y posterior desarrollo de las modernas computadoras, sin la existencia de las cuales cualquier método de cálculo numérico del tipo de los Elementos Finitos está destinado a no encontrar ninguna posibilidad de aplicación práctica ni posterior evolución.

Es en 1960 cuando por primera vez se emplea el nombre del método, por parte de Clough en su publicación "El método de los elementos finitos en el análisis de esfuerzos planos".

En esta publicación el método fue presentado como una extensión de las técnicas del análisis estructural a la solución de problemas de

mecánica del contínuo. Ahora bien como confirmación de lo anteriormente dicho, fue fácil averiguar que el método propuesto independientemente por Clough, se presentaba prácticamente idéntico al formulado muchos años atrás por Courant en 1943, que a su vez había presentado una extensión importante del método que Ritz en 1909 desarrolló para dar una solución aproximada a los problemas de campo en mecánica del contínuo.

El Método de los Elementos Finitos hasta hoy en día ha sido usado en una gran variedad de campos, en problemas tridimensionales, problemas que involucran materiales y geometrías no lineales, problemas de dependencia del tiempo, de heterogeneidad y anisotropía; y finalmente en muchas áreas extrañas a la ingeniería estructural como movimientos de fluídos, transferencia de calor, análisis de campos magnéticos, etc.

Una presentación satisfactoria de los fundamentos teórico-matemáticos del método llevaría muchas páginas y por lo tanto se considera conveniente enviar al lector interesado a la numerosa bibliografía existente. (*).

Se considera sin embargo útil, antes de pasar a la ilustración de las aplicaciones del método a problemas geotécnicos, y en particular de mecánica de rocas, dar aquí algunos conceptos fundamentales que facilitarán la comprensión físico - intuitiva del mismo.

(*) D. Norrie y G. de Vries (IFI PLENUM 1976) han recogido una excelente bibliografía que muestra el siguiente número de publicaciones por año: 1961 (10) - 1962 (15) - 1963 (25) - 1964 (33) - 1965 (67) - 1966 (134) - 1967 (162) - 1968 (303) - 1969 (513) - 1970 (510) - 1971 (844) - 1972 (1004) - 1973 (1169) - 1974 (1377) 1975 (880 incompletas).

En particular en vez de afrontar el tema en su más general desarrollo matemático, se prefiere limitar el campo de una tal presentación, particularizando el problema y preocupándose de ilustrar la relación lógica e intuitiva del M.E.F. con el conocido campo del análisis estructural clásico y luego matricial.

Finalmente cabe aquí señalar y subrayar, que todo lo que sigue pretende ser encaminado hacia las aplicaciones específicas del método al campo de la mecánica de rocas, lo que en muchos aspectos limita la visión con respecto a aquella que resultaría de un enfoque completamente general del problema.

2.- EL ANALISIS ESTRUCTURAL Y LA FORMULACION MATRICIAL DEL METODO DE LOS DESPLAZAMIENTOS.

2.1.- INTRODUCCION

El análisis estructural es la metódica investigación de la estabilidad, resistencia y deformabilidad de las estructuras.

El análisis estructural, es un campo en evolución; los métodos de los análisis clásicos estaban ampliamiente basados sobre el conocimiento físico del comportamiento estructural. Históricamente el análisis estructural se ha desarrollado a lo largo de dos distintas trayectorias: "la mecánica vectorial", basada sobre los principios del equilibrio estático y la geometría de las deformaciones; "la mecánica del trabajo virtual", basada sobre el principio de la conservación de la energía.

Matemáticamente, el análisis estructural se basa sobre la aceptación de una amplia serie de teoremas, cada uno de los cuales, o cada grupo de los cuales, aplican y utilizan la función del problema en análisis y del método de solución empleado.

En tiempos modernos, la disponibilidad de grandes y veloces máquinas de computación, ha cambiado el cuadro del análisis estructural, por lo menos en lo que se refiere a los métodos de solución, quedando siempre fijos los principios (teoremas) matemáticos originales.

Los métodos de estudio y cálculo han ido transformándose siempre más en función de las exigencias de las computadoras, esto es, hacia formulaciones de tipo numérico: la formulación matricial de los cálculos.

Los métodos matriciales son esencialmente métodos capaces de tratar grandes volúmenes de números y por consecuencia capaces de analizar

estructuras de cualquier tamaño y complejidad.

Además, el método matricial provee una manera cómoda, económica y elegante de mostrar las relaciones básicas interexistentes entre las variables, que son numerosas,en juego.

De hecho la forma matricial constituye la moderna y más usada metodología del análisis destinada seguramente a suplantar definitivamente en las aplicaciones, todas las formulaciones clásicas.

Seguramente dos son los métodos fundamentales de análisis estructural universalmente aplicables a estructuras de cualquier tipo: "el método de las fuerzas" (o de flexibilidades) y "el método de los desplazamientos" (o de rigideces).

Los dos métodos son muy similares entre ellos; mientras en el primero las fuerzas son las incógnitas del problema, en el segundo las incógnitas las representan los desplazamientos.

En el método de las fuerzas, debe ser resuelto un sistema de ecuaciones de geometría, de número igual al de las fuerzas incógnitas (los grados de indeterminación estática de las estructuras) para determinar aquellas fuerzas mismas.

En el método de los desplazamientos, debe ser resuelto para determinar los desplazamientos incógnitos, un sistema con un número de ecuaciones de equilibrio igual al de las incógnitas (los grados de indeterminación cinemática de la estructura).

Las ventajas para la elección entre uno y otro método para la solución de un determinado problema, pueden estar concentradas en el número de incógnitas contenidas en cada una de las dos formulaciones.

Si el número de incógnitas de desplazamientos, (también llamadas grados de libertad) "k", es menor que el número de incógnitas de fuer-

zas, "r", es ventajoso el método de los desplazamientos. Si por el contrario "r" es menor que "k", deberá preferirse el método de las fuerzas. La figura 2 ilustra este concepto; la figura (a) muestra una estructura reticular con tres elementos y un sólo grado de indeterminación estática (r = 1), mientras que el nodo A presenta dos componentes de desplazamientos incógnitas, o sea dos grados de libertad (k = 2). Entonces para la solución del problema, el método de la fuerza requiere la solución de una sola ecuación de geometría, mientras que el método de desplazamiento requiere resolver dos ecuaciones de estática.

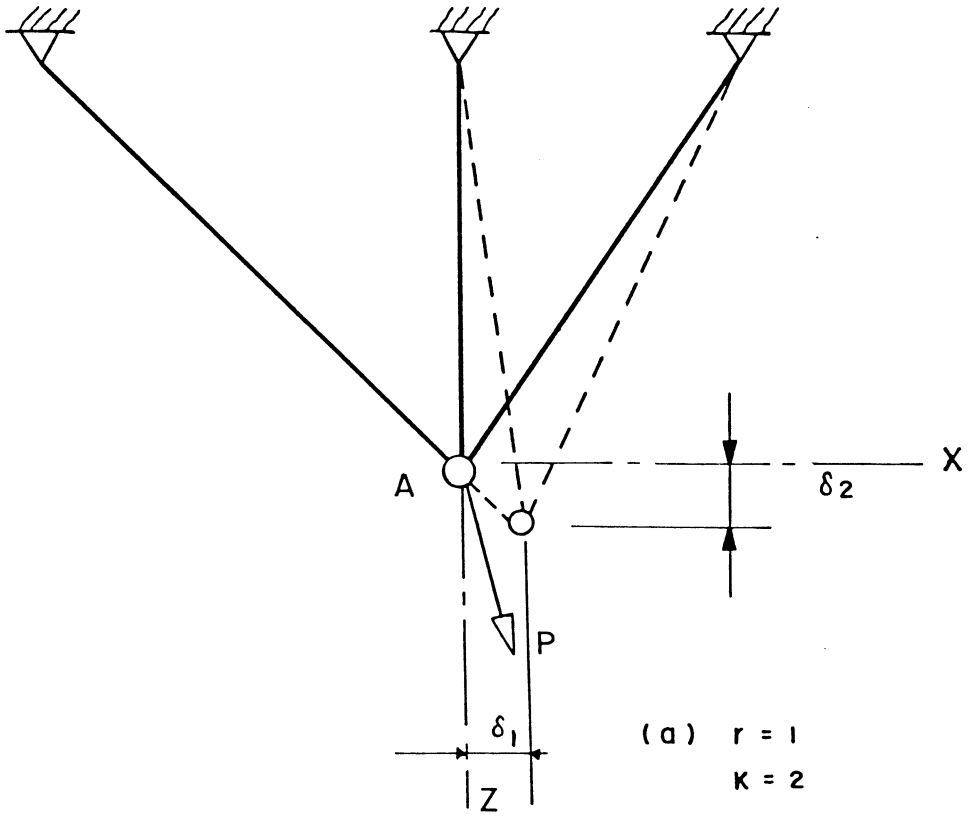
Si ahora se modifica la estructura añadiendo un soporte horizontal al nodo A, así como se muestra en la figura (b), los grados de libertad se limitan a uno sólo (k = 1), mientras que los grados de indeterminación estática se han transformado en dos (r = 2).
Para este caso, debería ser preferido el método de los desplazamientos.

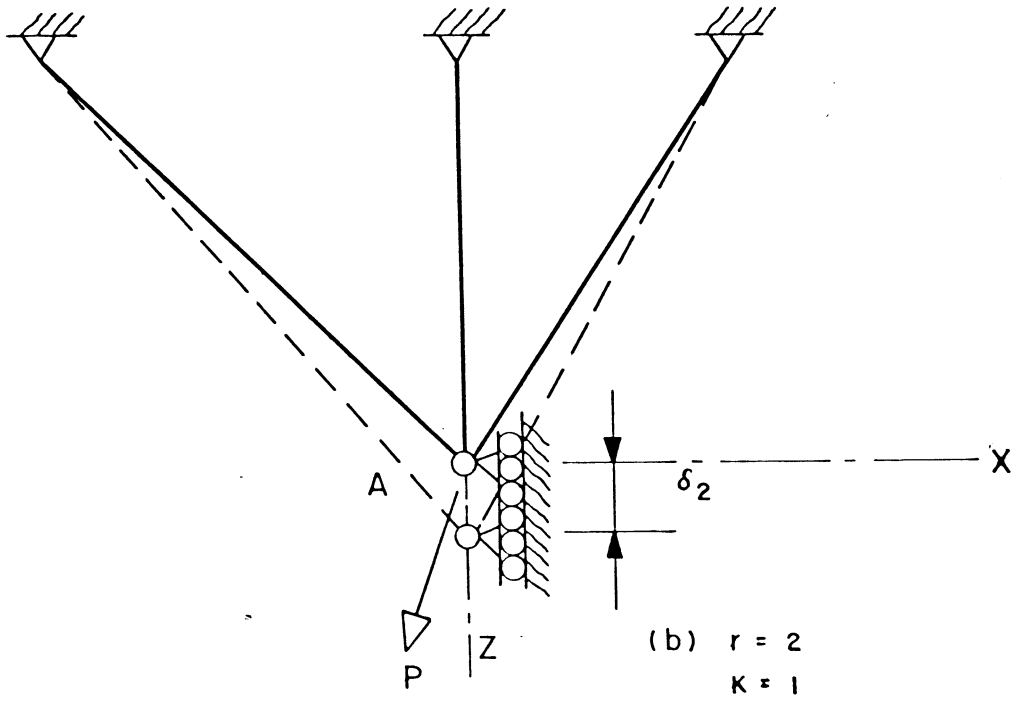
Hay que añadir que el método de los desplazamientos en su formulación matricial se presenta mucho más efectivo para la automatización del cálculo y esto lo hace preferible también en gran número de casos en que "k" es mayor que "r". En efecto, la mayor parte de los métodos rutinarios del cálculo estructural con computadoras, se basan sobre el método de los desplazamientos así como el mismo Método de los Elementos Finitos; el que se presentará posteriormente y que representa el más potente y versátil método del cálculo estructural disponible.

El método de los desplazamientos, pasa en su aplicación, a través de la secuencia de cuatro operaciones fundamentales:

1.- Cálculo de la relación fuerzas - desplazamientos, o sea de la rigidez.

2.- Establecimiento de las relaciones geométricas.





GRADOS DE INDETERMINACION ESTATICA Y CINEMATICA

FIG.2

3.- Establecimiento de las ecuaciones de equilibrio para determinar los desplazamientos incógnitos.

4.- Cálculo de las fuerzas por sustitución de los desplazamientos encontrados en el punto tres, en la relación fuerzas - desplazamientos del punto uno.

Antes de pasar a ilustrar la formulación matricial del método de los desplazamientos, es conveniente comentar algo sobre la mencionada relación fuerza - desplazamiento o "rigidez" de un elemento estructural simple, como la de una estructura completa.

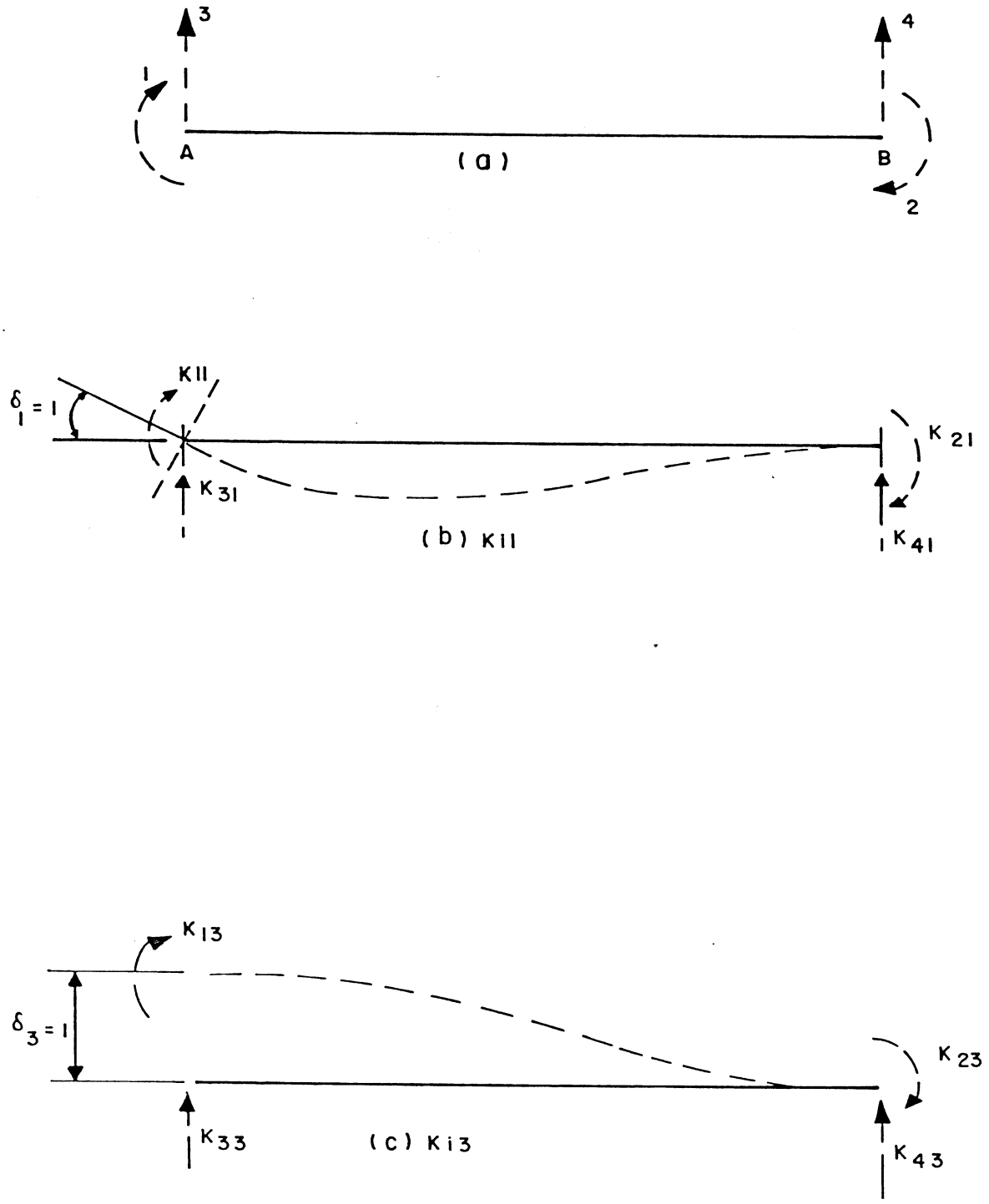
Para definir el concepto de rigidez de un elemento, se considere una viga (miembro elemental ó elemento) para la cual se enumeran sus extremos(nodos): para cada componente de las reacciones que se pueden transmitir en el elemento se individualiza un nodo y se procede a la numeración de aquellos. (*).

En la figura 3a, por ejemplo, se muestra la numeración relativa a una viga prismática plana y elástica para la cual se considera la existencia de dos componentes de solicitación en cada extremo: una fuerza vertical y un momento flector; por lo tanto hay cuatro componentes y cuatro nodos numerados de 1 al 4.

Ahora bien el término general k_{ij} de la rigidez (ó matríz de rigidez) del elemento se define de la siguiente forma:

"k_{ij} es la fuerza que aplicada al nodo "i" produce un desplazamiento unitario en el nodo "j", mientras que todos los demás desplazamientos en los demás nodos del elemento son cero".

(*) En realidad, en este caso se trata de nodos ficticios, siendo los nodos reales geométricos solamente 2: los estremos de la viga.



VIGA PRISMATICA ELASTICA

FIG. 3

La figura 3b, por ejemplo, muestra la deformada de la viga debido a la rotación unitaria δ 1 = 1 del nodo 1 (mientras que todos los otros tres desplazamientos del elemento son cero) y las correspondientes componentes de la rigidez k_i 1.

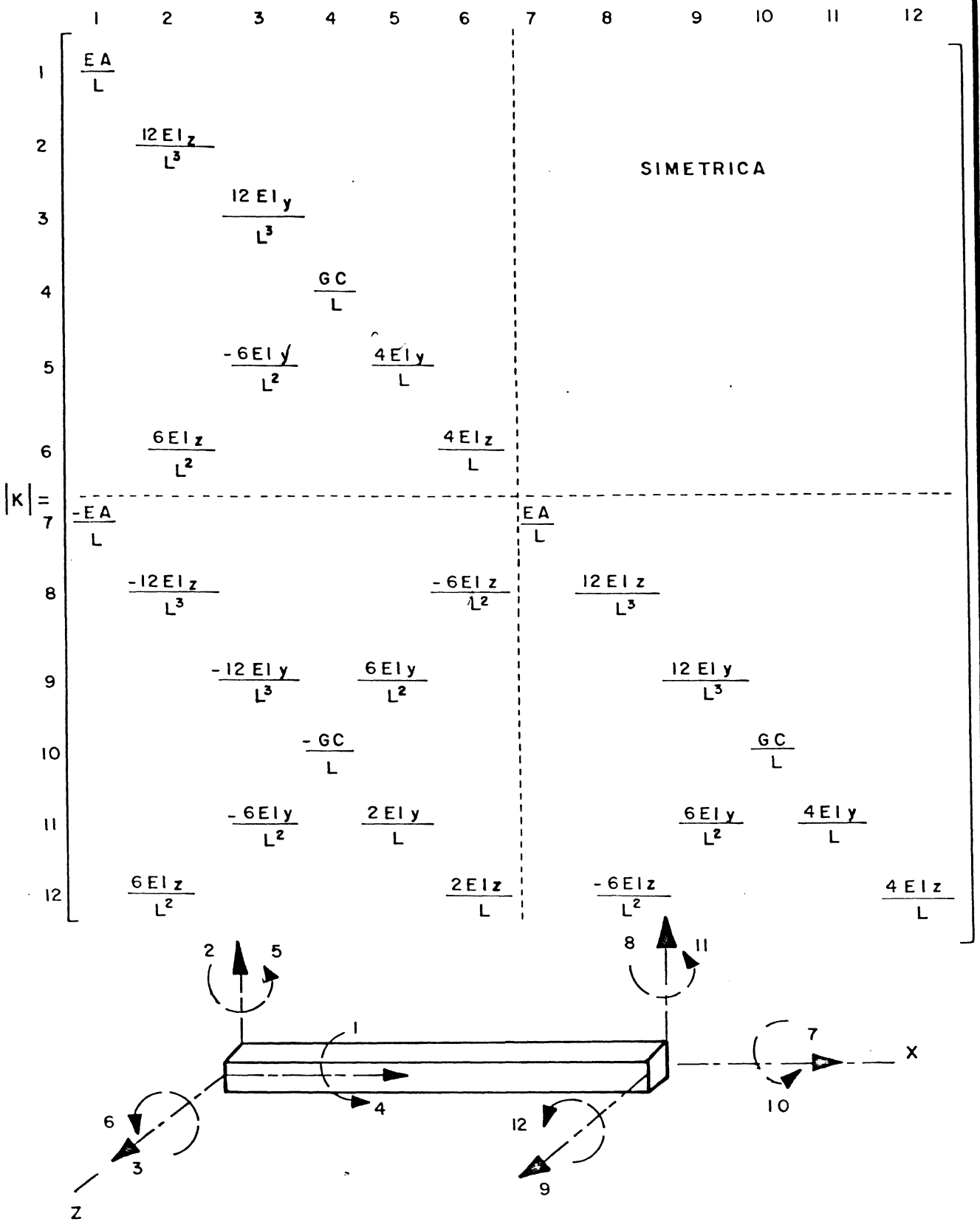
De la misma manera la figura 3c, muestra las componentes $k_i 3$ debido a un desplazamiento unitario del nodo 3 cuando los otros desplazamientos son cero.

Las componentes k_{ij} (i = j) que son K11 para la figura 3b y K33 para la figura 3c, pueden ser visualizadas como "cargas" con desplazamientos unitarios en sus puntos de aplicación; mientras que las componentes k_{ij} ($i \neq j$) que son todas las demás, pueden verse como reacciones de los vínculos a los movimientos impedidos.

La determinación de las componentes de rigidez de un elemento, puede obtenerse mediante la solución de un problema estáticamente indeterminadoen el cual se calculan todas las reacciones debidas a desplazamientos unitarios producidos en cada nodo y aplicados todos al mismo tiempo.

La viga prismática plana y elástica ilustrada, representa el más simple elemento estructural que en su forma más general posee 12 nodos, o sea 6 componentes de fuerzas y deformaciones para cada extremo: 3 fuerzas y 3 momentos (figura 4). En consecuencia existen 144 componentes de la matríz de rigidez de los cuales 40 diferentes que cero; la matríz es además simétrica y se dá en la misma figura 4 siendo: L el largo de la viga, E el módulo de elasticidad longitudinal, I_y el momento de inercia respecto a "y", I_z el momento de inercia respecto a "z", "G" el módulo de elasticidad tangencial, "C" el momento de inercia polar, "A" la sección transversal.

Pasando ahora a definir la rigidez (o matríz de rigidez) de una estructura $|K|$, se comienza con considerar la estructura misma como el conjunto de un cierto número de"elementos" para cada uno de los



ELEMENTO ESTRUCTURAL PRISMATICO

FIG. 4

cuales esté definida la rigidez (o matríz de rigidez del elemento $|K|e)$.

La rigidez de la estructura se obtiene mediante una adecuada superposición o ensamblaje de las rigideces de los elementos que la constituyen. Es esencial que cada nodo de la estructura sea cuidadosamente numerado y que la numeración nodal de cada elemento corresponda en una forma establecida a la de la estructura.

2.2.- LA FORMULACIÓN MATRICIAL DEL METODO DE LOS DESPLAZAMIENTOS.

En la formulación matricial se relacionan las fuerzas y los desplazamientos por medio de la matríz de rigidez de la estructura:

$$\{ F \} = | K | \{ \delta \} \qquad (4)$$

Cada nodo tendrá una fuerza (o una componente de fuerza) y un correspondiente desplazamiento y los pasos necesarios para la formulación del método son los siguientes.

1.- Identificar y numerar los elementos constituyentes de las estructuras y las interconecciones entre estos que son los nodos.

2.- Identificar y numerar en cada elemento los nodos: uno para cada una de las componentes de las fuerzas y correspondientemente de los desplazamientos que pueden transmitirse de un elemento al otro.

3.- Calcular y escribir la matríz de rigidez de cada elemento.

4.- Ensamblar la matríz de rigidez de la estructura mediante la superposición adecuada de las matrices de rigidez de los elementos.

5.- Introducir en la ecuación matricial (4), los valores conocidos de fuerzas y desplazamientos (condiciones de contorno) y calcu-

lar los desplazamientos y las reacciones incógnitas.

6.- Encontrar las fuerzas internas en los nodos de los elementos { F}, usando la relación fuerza - desplazamiento para cada elemento "e".

7.- Encontrar los esfuerzos internos en los elementos { σ }, mediante la ley constitutiva (3) una vez determinadas las deformaciones { ε } a traves de la relación deformaciones - desplazamientos para cada elemento "e".

$$(*) \quad \{ \varepsilon \}^e = | B | \{ \delta \}^e \quad ; \quad \{ \sigma \}^e = | D | | B | \{ \delta \}^e \quad (5)$$

Además a complemento de la descripción del método hay que recordar la necesidad y conveniencia de usar:

1.- Un sistema de coordenadas locales con respecto al cual se calcula rigidez de cada elemento.

2.- Un sistema de coordenadas globales común con respecto al cual se deben escribir todas las rigideces de los elementos antes del ensamblaje.

3.- Un sistema simple de transformación entre los dos sistemas de ejes de referencia.

(*) Para la definición de | B | ver más adelante.

2.3.- EJEMPLIFICACION

Para presentar una ejemplificación general de los conceptos de análisis estructural y respectiva formulación matricial arriba introducidos, se considera un ejemplo mecánico estructural del tipo de elasticidad lineal.

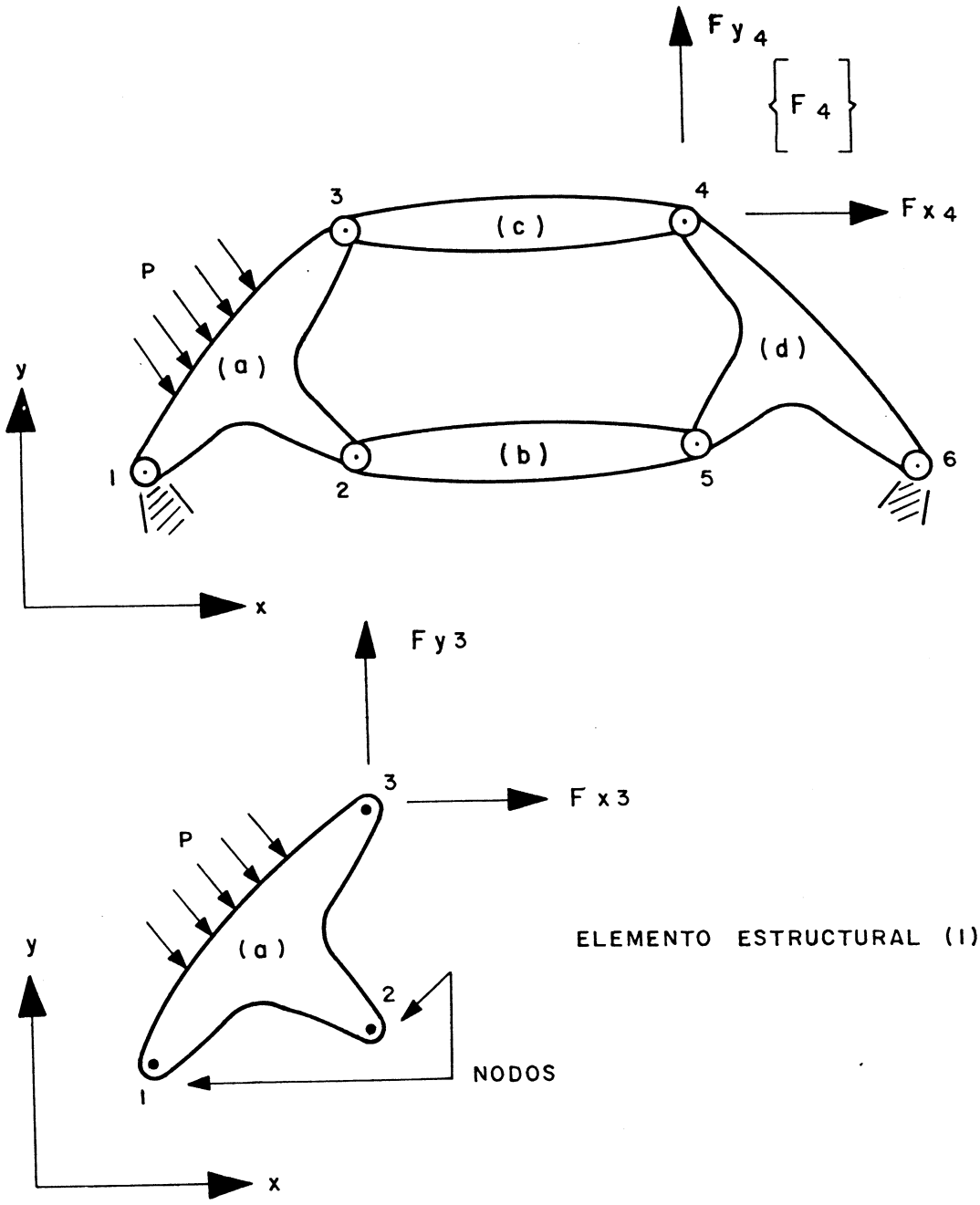
Sea la figura 5 una estructura plana formada por distintos elementos enlazados entre sí en los nodos, numerados del 1 al n. Los enlaces en los nodos son, en este caso, articulaciones de manera que no transmiten momentos.

Para empezar se supondrá que mediante cálculos efectuados aparte o mediante resultados experimentales, se conocen exactamente las propiedades de cada elemento. Así pues, si se examina un elemento representativo como el (a) asociado a los nodos 1, 2 y 3, las fuerzas que actúan en los nodos están unívocamente definidas por los desplazamientos de tales nodos, la carga distribuída que actúa sobre el elemento (p) y su eventual deformación inicial.

Las fuerzas y los correspondientes desplazamientos se definen mediante las componentes apropiadas (F_x, F_y, u, v) en un sistema corriente de coordenadas.

Se expresan en forma matricial las fuerzas que actúan en todos los nodos (3 en este caso) del elemento (1):

$$\{ F \}^1 = \begin{Bmatrix} F_1^1 \\ F_2^1 \\ F_3^1 \end{Bmatrix} \qquad \text{con} \quad F_1^1 = \begin{Bmatrix} F_{x_1} \\ F_{y_1} \end{Bmatrix} \tag{6}$$



ELEMENTO ESTRUCTURAL (1)

ESTRUCTURA CARACTERISTICA CONSTITUIDA POR CUATRO ELEMENTOS INTERCONECTADOS

FIG.5

y los correspondientes desplazamientos nodales:

$$\{ \delta \}^1 = \begin{Bmatrix} \delta_1^1 \\ \delta_2^1 \\ \delta_3^1 \end{Bmatrix} \qquad \text{con} \qquad \delta_1^1 = \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \end{Bmatrix} \tag{7}$$

Suponiendo que el elemento presenta un comportamiento elástico líneal, la relación característica será siempre de la forma:

$$\{ F \}^1 = [K^1] \{ \delta \}^1 + \{ F_p \}^1 + \{ F_{\varepsilon_0} \}^1 \tag{8}$$

en donde $\{ F_p \}^1$ representa las fuerzas nodales necesarias para equilibrar cualquier carga distribuída que actúe sobre el elemento, y $\{ F_{\varepsilon_0} \}^1$ las fuerzas nodales necesarias para equilibrar cualquier deformación inicial como la que puede ocasionar un cambio de temperatura si los nodos tienen impedido todo desplazamiento. El primer término representa las fuerzas inducidas por los desplazamientos de los nodos.

Similarmente, mediante un análisis o experimento preliminar se pueden definir unívocamente las tensiones o reacciones internas en cualquier punto o puntos especificados del elemento, en función de los desplazamientos de los nodos. Definiendo estas tensiones mediante la matríz $\{ \sigma \}$ se obtiene una relación de la forma:

$$\{ \sigma \}^1 = [S]^1 \{ \delta \}^1 + \{ \sigma_p \}^1 + \{ \sigma_{\varepsilon_0} \}^1 \tag{9}$$

$$\text{con} \quad | S |^1 = [D]^1 [B]^1 \tag{10}$$

donde los dos últimos términos son simplemente las tensiones originadas por las cargas distribuídas que actúan sobre el elemento y por tensiones iniciales cuando se restringe el desplazamiento en dos nodos.

La matríz K^e se conoce como matríz de rigidez del elemento y la matríz S^e como matríz de tensiones del elemento (e).

Se han ilustrado las relaciones utilizando el ejemplo de un elemento de tres nodos y puntos de interconexión capaces de transmitir sólo dos componentes de fuerza. Obviamente, los mismo argumentos y las mismas definiciones se pueden aplicar con toda generalidad. Un elemento como el (b) de una estructura hipotética tendrá sólo dos puntos de interconexión, otros pueden tener un número muy superior. Análogamente, si los puntos de enlace se consideran rígidos han de tenerse en cuenta tres componentes de fuerzas generalizadas y tres componentes de desplazamientos generalizados, correspondiendo el tercero de ellos a un momento y a una rotación respectivamente. Para una estructura tridimensional rígidamente articulada, el número de componentes por nodo será de seis.

Así pues, en general:

$$\{ F^e \} = \begin{Bmatrix} F_1^e \\ F_2^e \\ \vdots \\ F_m^e \end{Bmatrix} \qquad \{ \delta^e \} = \begin{Bmatrix} \delta_1^e \\ \delta_2^e \\ \vdots \\ \delta_m^e \end{Bmatrix} \tag{11}$$

poseyendo cada F_i^e y δ_i^e el mismo número de componentes o grados de libertad, siendo "m" el número de nodos reales del elemento.

Las matrices de rigidez de los elementos serán, por tanto, siempre cuadradas y de la forma:

$$K^e = \begin{bmatrix} K_{ii}^e & K_{ij}^e & \cdots & K_{im}^e \\ \vdots & & & \vdots \\ K_{mi}^e & \cdots & & K_{mm}^e \end{bmatrix} \tag{12}$$

donde K^e_{ij} son submatrices también cuadradas de dimensiones (m x n), donde n es el número de componentes de fuerza a considerar en los nodos. Para obtener la solución completa de la estructura considerada en su conjunto se han de satisfacer, en toda ella, las dos condiciones de:

a) compatibilidad de los desplazamientos, y

b) equilibrio de fuerzas.

Todos los sistemas de desplazamientos nodales $\{ \delta \}$

$$\{ \delta \} = \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \vdots \\ \delta_n \end{Bmatrix} \tag{13}$$

representan ahora a la totalidad de la estructura y donde participan todos los elementos de la misma, satisfacen automáticamente la primera condición.

Como las condiciones generales de equilibrio ya son satisfechas dentro de cada elemento, sólo queda por establecer las condiciones de equilibrio en los nodos de la estructura. Las ecuaciones que resulten contendrán los desplazamientos como incógnitas y una vez calculados éstos el problema quedará completamente resuelto. Las fuerzas internas, o tensiones, que actúan dentro de cada elemento pueden hallarse fácilmente utilizando las características establecidas a priori para cada elemento por las ecuaciones (8 y 9).

Se considera la estructura sometida a un sistema de fuerzas externas "R" aplicadas en los nodos.

$$\{ R \} = \begin{Bmatrix} R_1 \\ \vdots \\ R_m \end{Bmatrix} \tag{14}$$

además de las cargas distribuídas aplicadas a cada elemento individual. Como antes, cada una de las fuerzas R_i deberá tener el mismo número de componentes que las reacciones consideradas en cada elemento. En el ejemplo en cuestión

$$R_i = \begin{Bmatrix} R_{xi} \\ R_{yi} \end{Bmatrix} \tag{15}$$

ya que se ha supuesto que las uniones son articulaciones, pero ahora, a efectos de generalidad, el número de componentes es arbitrario. (n).

Estableciendo ahora el equilibrio en un nodo cualquiera "i", cada componente de R_i tiene que ser igual, a su vez, a la suma de las componentes de las fuerzas que aportan los elementos que reúnen en dicho nodo. Así pues, considerando todas estas componentes:

$$R_i = \sum_{e=1}^{m} \left\{ F_i^e \right\} = \left\{ F_i^1 \right\} + \left\{ F_i^2 \right\} + \ldots\ldots \left\{ F_i^m \right\} \tag{16}$$

en donde F_i^1 es la fuerza que el elemento 1 aporta al nodo "i", F_i^2 la fuerza que aporta el elemento 2, etc. Claramente, sólo los elementos que contengan al punto "i" contribuirán con fuerzas no nulas, pero para mayor claridad se han incluído todos los elementos en la sumatoria.

Al sustituír las fuerzas aportadas al nodo "i", definidas en (16) por sus expresiones dadas por la definición (8) resulta que las variables nodales $\{ \delta_i \}$ son comunes y por ello, omitiendo el supraíndice (e) se tendrá:

$$\{ R \} = \left(\sum_{e=1}^{m} \left[K_{i1}^e \right] \right) \left\{ \delta_1 \right\} + \left(\sum_{e=1}^{m} \left[K_{i2}^e \right] \right) \left\{ \delta_2 \right\} + \ldots\ldots \left\{ F_{p\varepsilon_0 i} \right\}^e \tag{17}$$

donde:

$$\{ F_{p\varepsilon_0} \}^e = \{ F_p \}^e + \{ F_{\varepsilon_0} \}^e \tag{18}$$

Como antes, la sumatoria sólo afecta a los elementos que contienen al nodo "i". Reuniendo todas esas ecuaciones se obtiene simplemente:

$$[K] \{ \delta \} = \{ R \} - \{ F_{p\varepsilon_0} \} \tag{19}$$

donde las submatrices son

$$K_{im} = \sum_{e=1}^{m} K_{im}^e$$

$$\{ F_{p\varepsilon_0 i} \} = \sum_{e=1}^{m} \{ F_{p\varepsilon_0 i} \}^e \tag{20}$$

con sumatorias que comprenden a todos los elementos. Esta regla tan sencilla para ensamblar los elementos es muy útil, pues tan pronto como se conozca un coeficiente para un elemento particular, se puede almacenar inmediatamente en la "posición" adecuada del computador.

Si se utilizan diferentes tipos de elementos estructurales y éstos han de acoplarse, se ha de recordar que las reglas para la suma de matrices sólo permiten ésta, si las matrices son de idénticas dimensiones. Por consiguiente, las submatrices individuales que hayan de ensamblarse, deben formarse con el mismo número de componentes de fuerzas i de desplazamientos. Así, por ejemplo, si un miembro capaz de transmitir momentos a un nodo tiene que unirse en ese nodo a otro miembro que esté articulado, es necesario completar la matríz de rigidez de este último, insertando convenientemente ceros en las posiciones correspondientes a las rotaciones y en las de los momentos.

El sistema de ecuaciones que resulta de (19) puede resolverse una vez

sustituídos los desplazamientos impuestos en los apoyos. En el ejemplo de la figura 5 donde son nulas ambas componentes de los desplazamientos de los nodos 1 y 6, habría que sustituír

$$\{ \delta_1 \} = \{ \delta_6 \} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{21}$$

lo que equivale a reducir el número de ecuaciones de equilibrio (en este caso doce) anulando las dos primeras y las dos últimas, y reduciéndose así el número total de incógnitas a ocho. Es conveniente, sin embargo, ensamblar las ecuaciones de la forma expresada en la (19) para incluír todos los nodos.

Es obvio que sin sustituír un número mínimo de desplazamientos, obligados para impedir que la estructura se mueva como un sólido rígido, sería imposible resolver el sistema pues los desplazamientos no pueden quedar unívocamente determinados por las fuerzas y habría infinitas soluciones para un sistema de fuerzas dado. Este hecho, físicamente evidente, debe interpretarse matemáticamente en razón de que la matríz K, al ser singular, carece de inversa. Estableciendo los desplazamientos adecuados en la fase del ensamblaje, podrá obtenerse una solución única prescindiendo de las filas y las columnas adecuadas de las distintas matrices.

La forma del sistema de ecuaciones una ves ensambladas, es como sigue:

$$\begin{aligned} &K_{11}\ \delta_1 + K_{12}\ \delta_2 + \ldots\ldots * \{ R_1 \} - \{ F_{p\varepsilon_{01}} \} \\ &K_{12}\ \delta_1 + K_{22}\ \delta_2 + \ldots\ldots = \{ R_2 \} - \{ F_{p\varepsilon_{02}} \} \\ &\text{etc.} \end{aligned} \tag{22}$$

Se apreciará que si se impone un desplazamiento cualquiera, tal como $\delta_1 = \bar{\delta}_1$ la "fuerza" exterior R_1 no puede ser impuesta y permanecerá como incógnita. Se puede, pues, prescindir de la primera

ecuación y sustituír δ_1 por un valor conocido en las restantes ecuaciones. Este procedimiento implica un proceso de cálculo engorroso, pudiéndose alcanzar el mismo objetivo añadiendo al coeficiente K_{11} un número grande α I y reemplazando el segundo miembro de la ecuación, $R_1 - F_1$ por $\overline{\delta}_1\alpha$. Si α es mucho mayor que cualquier otro coeficiente de rigidez, esta alteración equivale a reemplazar la primera ecuación por

$$\alpha \delta_1 = \alpha \overline{\delta}_1 \qquad (23)$$

es decir, la condición necesaria impuesta, pero se conserva la simetría del sistema y sólo se necesitan unos cambios mínimos en el orden de cálculo. De haber más desplazamientos impuestos, se seguirá el mismo procedimiento.

Una vez introducidas todas las condiciones de contorno se puede resolver el sistema de ecuaciones y obtener los desplazamientos incógnitos junto con las tensiones y fuerzas internas de cada elemento.

2.4.- EJEMPLOS

Antes de pasar al próximo capítulo en que se tratarán las bases fundamentales del MEF y se ilustrarán sus vinculaciones inmediadas con el método de los desplazamientos del análisis estructural en formación matricial, es quizá útil una más clara ejemplificación de los conceptos introducidos, sirviéndose de tres ejemplos extremadamente simples en los que se resuelve una estructura, construída por solamente uno y dos elementos lineales, mediante el método de los desplazamientos en forma matricial considerando detalladamente todas las fases que llevan a dicha resolución.

Como primer ejemplo, se puede considerar la barra articulada plana de sección uniforme A y módulo de elasticidad E que se representa en la figura 6. La barra está sometida a una carga lateral uniforme p y a una deformación uniforme debida a la temperatura.

$$\varepsilon_0 = k\,T$$

Si los extremos de la barra están definidos por las coordenadas x_i e y_i y x_n e y_n, su longitud puede calcularse mediante la fórmula

$$L = \sqrt{\{(X_n - X_i)^2 + (Y_n - Y_i)^2\}}$$

y su ángulo de inclinación respecto a la horizontal por

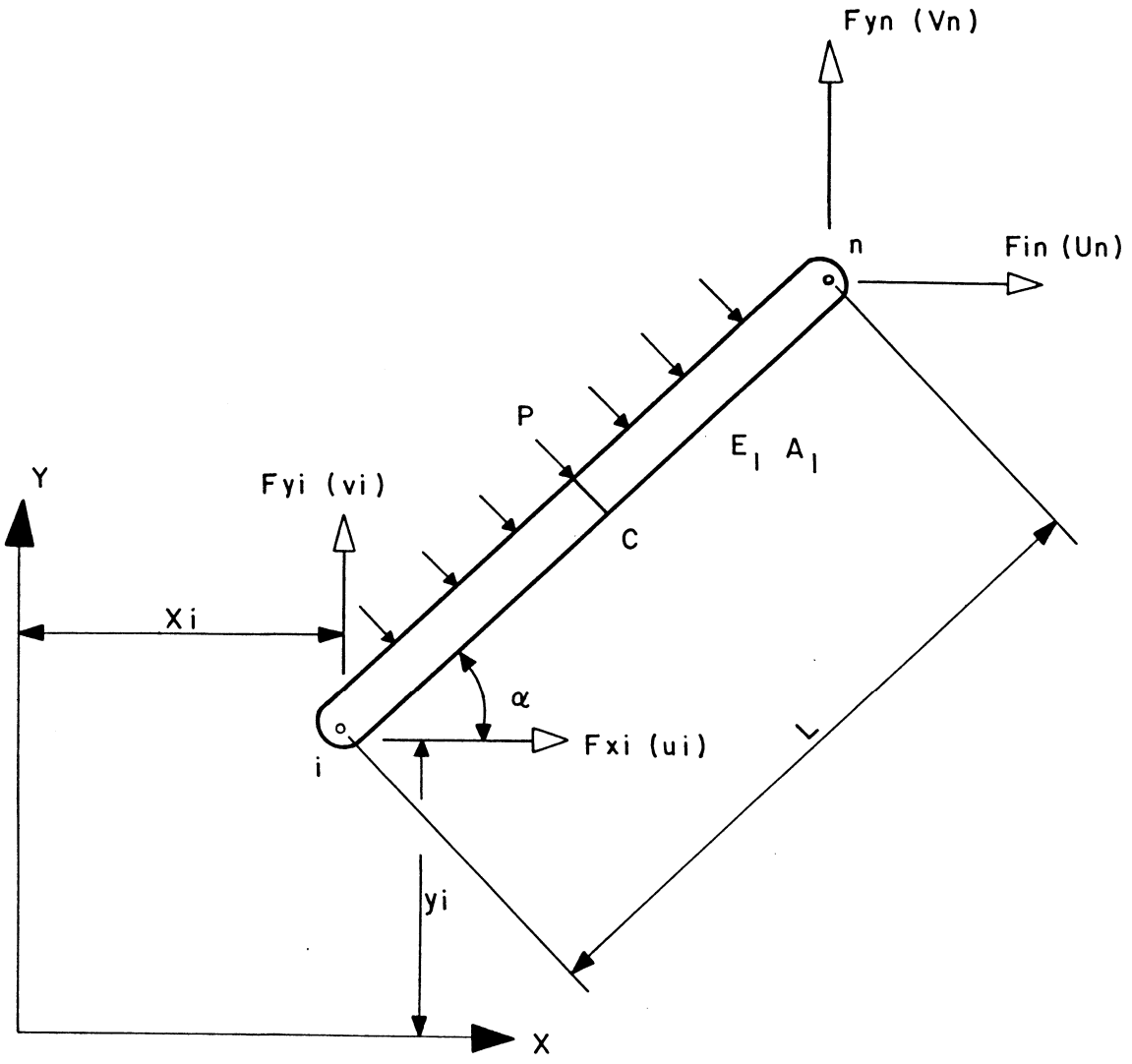
$$\alpha = tg^{-1}\left(\frac{Y_n - Y_i}{X_n - X_i}\right)$$

Solamente hay que considerar dos componentes de fuerzas y de desplazamientos en cada nodo.

Las fuerzas nodales debidas a la carga lateral son (ver 6 y 8)

$$\{F_p\}^e = \begin{Bmatrix} F_{xi} \\ F_{yi} \\ F_{xn} \\ F_{yn} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} -\operatorname{sen}\alpha \\ \cos\alpha \\ -\operatorname{sen}\alpha \\ \cos\alpha \end{Bmatrix} \cdot \frac{PL}{2}$$

y representan las componentes adecuadas de las reacciones de una viga simplemente apoyada PL/2. Similarmente, para impedir la expansión térmica ε^0 se necesita una fuerza axial (EkTA), lo que da una componente (ver 6 y 8):



BARRA ARTICULADA EN LOS EXTREMOS

FIG. 6

$$\{F\varepsilon_0\}^e = \begin{Bmatrix} F_{xi} \\ F_{yi} \\ F_{xn} \\ F_{yn} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} -\cos\alpha \\ -\operatorname{sen}\alpha \\ \cos\alpha \\ \operatorname{sen}\alpha \end{Bmatrix} \quad \text{(EkTA)}$$

Finalmente, los desplazamientos del elemento (ver 7)

$$\{\delta\}^e = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_n \\ v_n \end{Bmatrix}$$

originarán un alargamiento $(u_n - u_i)\cos\alpha + (v_n - v_i)\operatorname{sen}\alpha$. Al multiplicar éste por EA/L se obtiene la fuerza axial cuyas componentes pueden calcularse sustituyendo dicha fuerza en lugar de —— EkTA en la ecuación anterior. Tras ordenar las ecuaciones se obtienen la expresión general (ver 4).

$$|K|^e \{\delta\}^e =$$

$$\frac{EA}{L} \begin{bmatrix} \cos^2\alpha, & \operatorname{sen}\alpha\cos\alpha, & -\cos^2\alpha, & -\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha \\ \operatorname{sen}\alpha\cos\alpha, & \operatorname{sen}^2\alpha, & -\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha, & -\operatorname{sen}^2\alpha \\ -\cos^2\alpha, & -\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha, & \cos^2\alpha, & \operatorname{sen}\alpha\cos\alpha \\ -\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha, & -\operatorname{sen}^2\alpha, & \operatorname{sen}\alpha\cos\alpha, & \operatorname{sen}^2\alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_n \\ v_n \end{Bmatrix}$$

o sea

$$\{F\}^e = |K|^e \{\delta\} + \{F_p\}^e + \{F\varepsilon_0\}^e$$

Así pues, se han obtenido las componentes de la ecuación general (8) para el caso elemental estudiado. Es, así mismo, muy sencillo

establecer las tensiones en cualquier sección del elemento en la forma establecida por la ecuación (9). Por ejemplo, si se considera la sección media C de la viga, puede demostrarse que las tensiones en la fibra extrema, calculadas a partir de la tensión axial del elemento y del momento flector, son:

$$\{\sigma\}_c^e = \begin{Bmatrix}\sigma_1\\ \\ \sigma_2\end{Bmatrix}_c = \frac{E}{L}\begin{bmatrix} -\cos\alpha, -\operatorname{sen}\alpha, \cos\alpha, \operatorname{sen}\alpha \\ \\ -\cos\alpha, -\operatorname{sen}\alpha, \cos\alpha, \operatorname{sen}\alpha \end{bmatrix}\{\delta\}^e +$$

$$+ \begin{Bmatrix}1\\ \\ -1\end{Bmatrix} \frac{P\ L^2}{8}\ \frac{d}{I} - \begin{Bmatrix}1\\ \\ 1\end{Bmatrix} E\ KT$$

donde "d" es el semiespesor de la sección e "I" su momento de inercia. Por tanto, todos los términos que aparecían en las ecuaciones 9 y 10 son ya fácilmente reconocibles.

$$\{\sigma\}^1 = \{\sigma\}_c^e$$

$$|S| = \frac{E}{L}\begin{bmatrix} -\cos\alpha, -\operatorname{sen}\alpha, \cos\alpha, \operatorname{sen}\alpha \\ -\cos\alpha, -\operatorname{sen}\alpha, \cos\alpha, \operatorname{sen}\alpha \end{bmatrix}$$

$$\{\delta\}^1 = \{\delta\}^e$$

$$\{\sigma_p\}^1 = \begin{Bmatrix}1\\ \\ -1\end{Bmatrix} \frac{P\ L^2}{8}\ \frac{d}{I}$$

$$\{\varepsilon_0\}^1 = -\begin{Bmatrix}1\\ \\ 1\end{Bmatrix} EKT$$

Como segundo ejemplo se considera la estructura representada en la fig. 7 constituída por dos elementos (dos resortes en serie) cada uno de los cuales se caracteriza por su rigidez Ka y Kb.

Un extremo de la estructura está vinculado y en el segundo extremo está aplicada una carga "R" en dirección "y" coincidentes con el eje de la estructura misma.

En la resolución de esta estructura se pasará a traves de todas las etapas que en el caso general forman el procedimiento de solución matricial mediante el método de los desplazamientos:

- Subdivisión y codificación de la estructura.
- Determinación de la rigidez de cada elemento.
- Ensamblaje de la rigidez de la estructura.
- Introducción de las condiciones de borde,
- Cálculo de las incógnitas.

a) Subdivisión y codificación de la estructura.

En la misma figura 7 está representado el modelo de la estructura en examen constituído por 2 elementos (a, b) y 3 nodos (1, 2, 3).

b) Determinación de la rigidez de cada elemento.

Siempre en la misma figura está representado un elemento que posee 2 nodos (i, j) en cada uno de los cuales, por hipótesis, pueden transmitirse solamente componentes de solicitación en la dirección "y" axial del elemento mismo.

Para cada elemento pueden definirse el vector de las fuerzas y el de los desplazamientos.

$$\{ F \} = \begin{Bmatrix} F_{yi} \\ F_{yj} \end{Bmatrix} \quad ; \quad \{ \delta \} = \begin{Bmatrix} v_i \\ v_j \end{Bmatrix}$$

en efecto en este caso para cada nodo hay una sola componente en la dirección "y" por lo tanto se podrá en adelante omitir el subíndice "y", entonces para el elemento (a)

$$\begin{Bmatrix} Fi \\ Fj \end{Bmatrix}_a = \underbrace{\begin{bmatrix} Ka & -Ka \\ -Ka & Ka \end{bmatrix}}_{(K_{jj})a} \begin{Bmatrix} V_i \\ V_j \end{Bmatrix}_a$$

y para el elemento (b)

$$\begin{Bmatrix} Fi \\ Fy \end{Bmatrix}_b = \overbrace{\begin{bmatrix} Kb & -Kb \\ -Kb & Kb \end{bmatrix}}^{(Kii)b} \begin{Bmatrix} V_i \\ V_j \end{Bmatrix}_b$$

en donde la matríz cuadrada define la matríz de rigidez de cada uno de los elementos suponiendo positivos los esfuerzos en la dirección positiva de la Y.

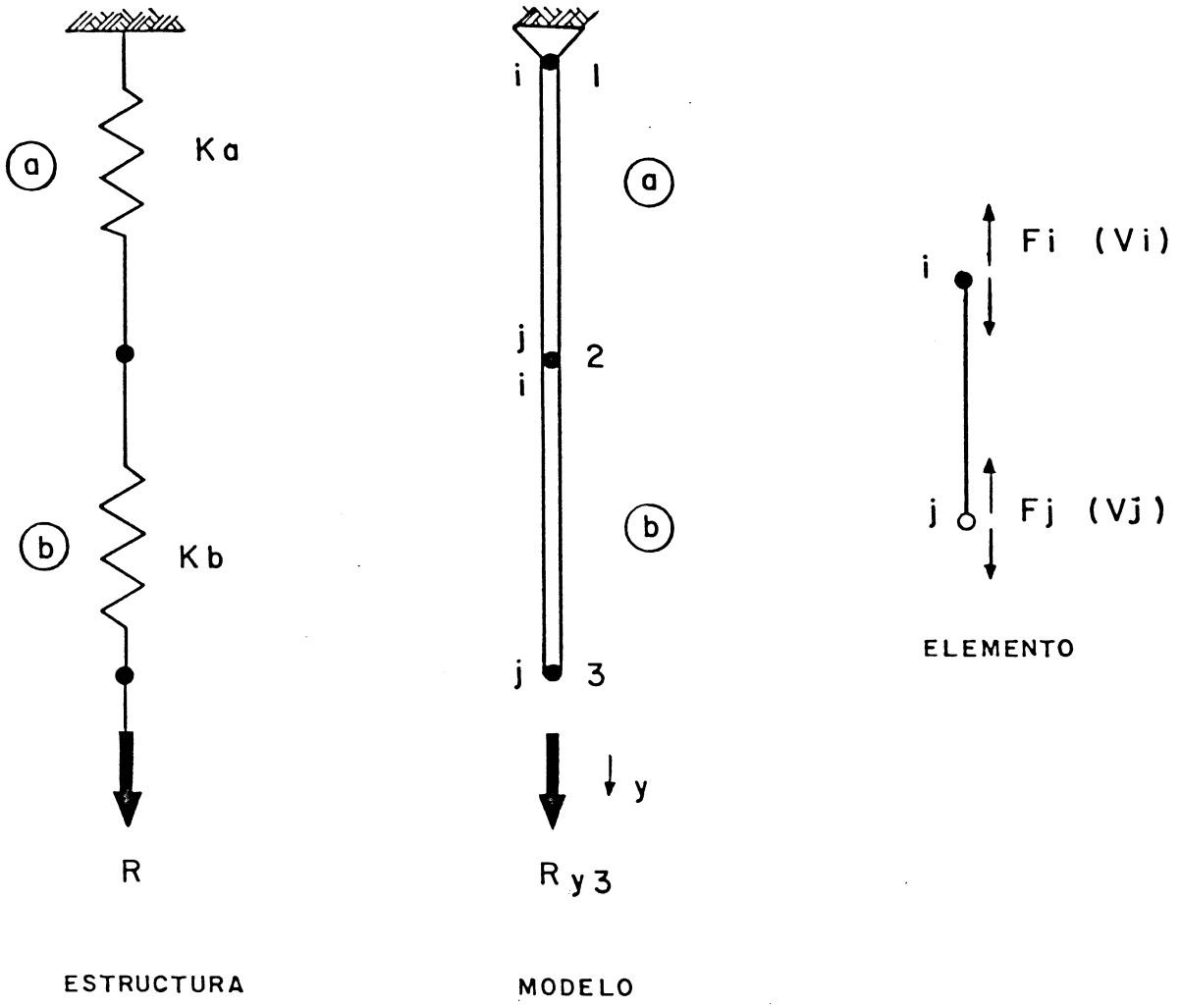
Para lo que se refiere a los componentes Ka y Kb que expresan la rigidez de los elementos, sus valores son función de forma y materiales constituyentes los elementos mismos.

Si por ejemplo se considera que los dos elementos sean barras de sección constante respectivamente Aa, Ab y de largo La, Lb y constituídas por materiales de módulo de elasticidad longitudinal Ea y Eb respectivamente se obtendrá que

$$Ka = \frac{Aa\ Ea}{La} \qquad y \qquad Kb = \frac{Ab\ Eb}{Lb}$$

c) Ensamblaje de la rigidez de la estructura.

La ecuación de equilibrio para la estructura completa es



ESTRUCTURA CONSTITUIDA POR DOS ELEMENTOS

FIG. 7

$$\{ R \} = | K | \{ \delta \}$$

que en este caso particular es

$$\begin{Bmatrix} R1 \\ R2 \\ R3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K11 & K12 & K13 \\ K21 & K22 & K23 \\ K31 & K32 & K33 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V1 \\ V2 \\ V3 \end{Bmatrix}$$

El término general K_{ij} de la matríz tiene un significado físico fácilmente individualizable: indica la fuerza en el nodo "i" por efecto de un desplazamiento unitario del nodo "j" mientras que todos los demás desplazamientos son nulos.

Se puede por lo tanto escribir para cada componente de la matríz de rigidez

$$Kij = \sum_{e=1}^{n} (Kij)e$$

donde "n" es el número de los elementos que tienen en común el nodo "i" y el nodo "j" .

Por ejemplo, para el término K22 de la matríz de rigidez de la estructura en estudio

$$K22 = (K22)^a + (K22)^b = (Kjj)^a + (kii)^b = Ka + Kb$$

considerando que el nodo 2 de la estructura representa el nodo "j" para el elemento (a) y el nodo "i" para el elemento (b) según la numeración local adoptada. Queda claro además que en el ejemplo en consideración los términos K13 y K31 son nulos no existiendo elementos que tengan en común el nodo 1 y 3. Así mismo para los restantes términos existirá cada vez un sólo elemento que contendrá los nodos," i " y " j " .

Finalmente se puede escribir la matríz de rigidez completa para la estructura y la ecuación de equilibrio global correspondiente.

$$\begin{Bmatrix} R1 \\ R2 \\ R3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Ka & -Ka & 0 \\ -Ka & (Ka + Kb) & -Kb \\ 0 & -Kb & Kb \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V1 \\ V2 \\ V3 \end{Bmatrix}$$

d) Introducción de las condiciones de borde.

Se trata de introducir las fuerzas y los desplazamientos externos aplicados o impuestos sobre algunos puntos del contorno de la estructura. En este caso existe una fuerza externa (Ry3) aplicada al nodo 3 y una reacción incógnita en el nodo 1; así mismo un sólo vínculo de desplazamiento aplicado al nodo1: V1 = 0.

$$\begin{Bmatrix} R1 \\ 0 \\ Ry3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Ka & -Ka & 0 \\ -Ka & (Ka + Kb) & -Kb \\ 0 & -Kb & Kb \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ V2 \\ V3 \end{Bmatrix}$$

e) Cálculo de las incógnitas.

Se trata en este paso final de calcular los desplazamientos incógnitos (V2 y V3) y la reacción incógnita (R1).

Explicando la anterior ecuación de equilibrio

$$\begin{aligned} R1 &= -Ka\ V2 \\ 0 &= (Ka + Kb)V2 - Kb\ V3 \\ Ry3 &= -Kb\ V2 + Kb\ V3 \end{aligned}$$

y resolviendo respecto a los desplazamientos (las dos últimas ecuaciones escritas son en dos incógnitas V2 y V3).

$$V2 = \frac{Ry3}{Ka}$$

$$V3 = \frac{Ka + Kb}{Ka\ Kb} \cdot Ry3$$

de la primera de las tres ecuaciones se obtiene la reacción incógnita

$$R1 = - Ry3$$

En otras palabras se ha procedido a invertir la matríz de rigidez global para obtener la ecuación

$$\{ \delta \} = [K]^{-1} \{ R \}$$

y después resolver el sistema para los desplazamientos $\{ \delta \}$.

Como paso ulterior hacia una solución completa de la estructura (cálculo de esfuerzos y deformaciones) se tratará en un caso general de encontrar para cada elemento las fuerzas internas aplicadas en los nodos respectivos mediante el uso de la ecuación de equilibrio de cada elemento $\{ F \}^e = [K]^e \{ \delta \}^e$.

Sucesivamente se pasa al cálculo de los esfuerzos que en este caso se obtienen simplemente dividiendo las fuerzas por la sección del elemento

$$\sigma\ a = \frac{R1}{Aa} \quad ; \quad \sigma\ b = \frac{Ry3}{Ab}$$

Finalmente las deformaciones serán:

$$\varepsilon a = \frac{\sigma a}{Ea} \quad ; \quad \varepsilon b = \frac{\sigma b}{Eb}$$

Los resultados obtenidos son obvios y naturalmente no hacía falta la aplicación de un procedimiento tan largo para su obtención. Sin embargo la misma metodología de resolución queda prácticamente invariada para estructura de cualquier forma compleja.

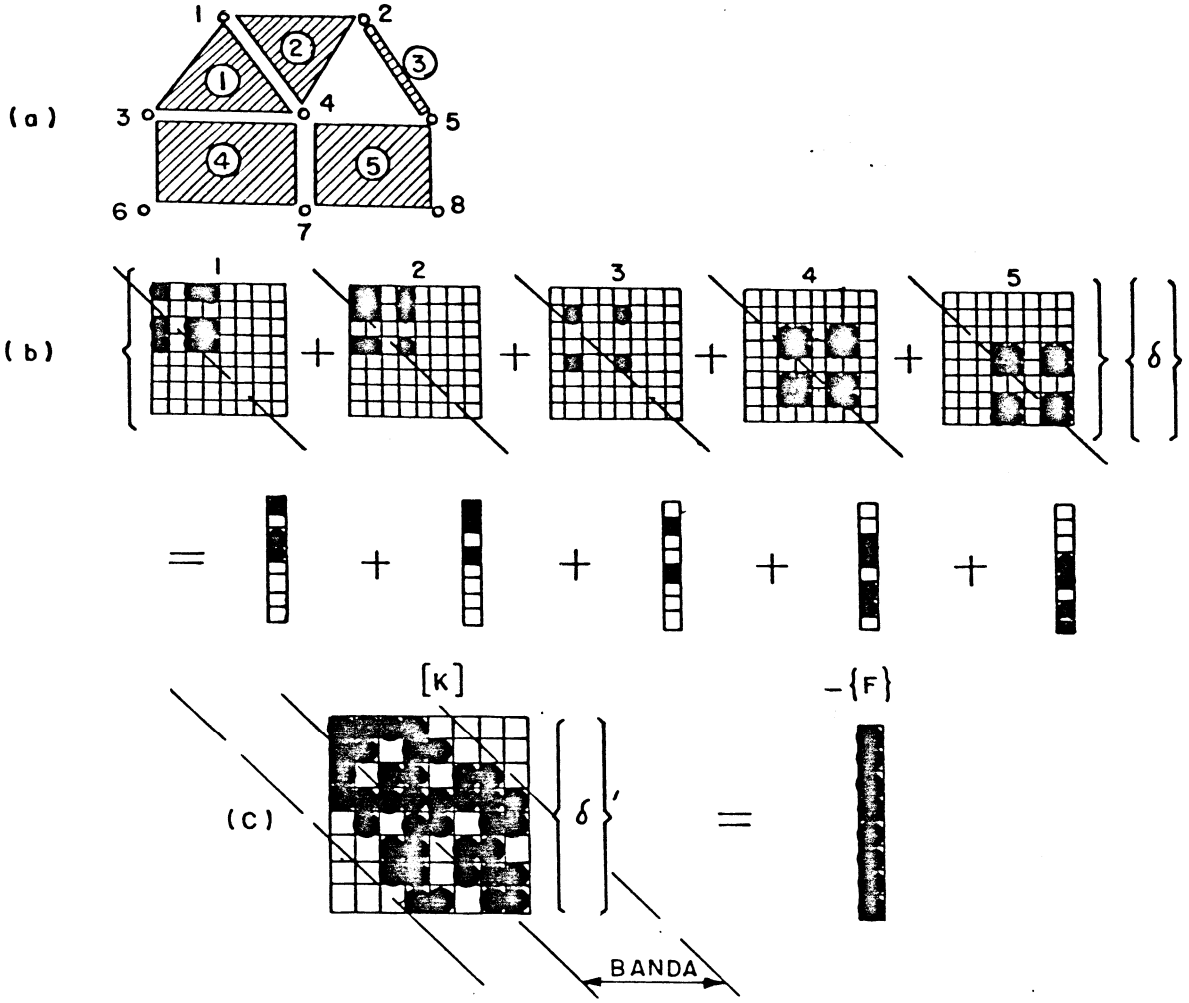
Como último ejemplo se presenta una estructura constituída por cinco elementos de formas diferentes a objeto de ilustrar, mediante una sugestiva representación gráfica (fig. 8), el proceso general de la solución matricial del método de los desplazamientos.

El primer paso para la solución, es determinar las propiedades de cada elemento a partir de la geometría del problema, de los datos de carga, y de la naturaleza del material. Se determina la matríz de rigidez para cada elemento así como las correspondientes "cargas nodales" en la forma expresada por (8). Cada elemento tiene su propio número de identificación y sus conexiones nodales especificadas.

Por ejemplo:

elemento	1	nodos	1	3	4
	2		1	4	2
	3		2	5	
	4		3	6	7	4
	5		4	7	8	5

Suponiendo que las propiedades se hayan establecido en las mismas coordenadas, se puede alojar cada componente de "rigidez" o de "fuerza" en la matríz global como se muestra en la figura (b). Cada cuadrado sombreado representa un coeficiente individual, o una submatríz del tipo K_{ij} si se considera más de una cantidad en los nodos. En este caso, para cada elemento, se muestra su contribución individual y se puede comprobar la posición de los coeficientes. Adviértase que aunque se hayan considerado en este ejemplo "elementos" de varios tipos, no representa ninguna dificultad su especificación. (Todas las "fuerzas", incluyendo las nodales, se han asociado aquí



PROCESO DE ENSAMBLAJE DE LA RIGIDEZ GLOBAL

FIG. 8

con elementos por razones de simplificación).

El segundo paso es el ensamblaje de las ecuaciones finales del tipo de la (19). Esto se puede realizar simplemente siguiendo la regla dada en (20), es decir, mediante simple adición de todos los números en el lugar correspondiente de la matríz global. El resultado se muestra en la figura (c) donde se han sombreado los coeficientes no nulos.

Como las matrices son simétricas, en realidad solamente hay que calcular la mitad superior de la diagonal.

Todos los coeficientes no nulos están confinados dentro de una banda o contorno cuyo ancho puede calcularse a priori a partir de la posición de las conexiones nodales. Así, pues, en los problemas para computador, solamente es preciso almacenar los elementos que caen dentro de la mitad superior del ancho de la banda, como se muestra en la figura (c).

El tercer paso es introducir las condiciones de contorno en la matríz final ya ensamblada tal como se dijo anteriormente. A esto le sigue el paso final de resolución del sistema de ecuaciones resultantes. Para ello se pueden seguir muchos métodos y al paso final seguirá la sustitución para obtener tensiones, u otras cantidades de salida cuyo conocimiento se desee.

3.- EL M.E.F. COMO UNA EXTENSION DEL METODO MATRICIAL DE LOS DESPLAZAMIENTOS.

3.1.- INTRODUCCION

En las páginas anteriores se ha ilustrado brevemente la manera de resolver una estructura cuando está constituída por un ensamblaje de elementos estructurales interconectados por un número discreto de puntos nodales.

Se ha visto la manera de estudiar la estructura, con el método denominado de los desplazamientos en su formulación matricial, una vez que se han conocido y definido las características de rigidez (relación fuerzas - desplazamientos nodales) para cada uno de los elementos estructurales.

En una estructura que en cambio sea contínua, el verdadero número de puntos de interconexión es infinito; es esta en efecto la principal dificultad para la resolución del problema.

Es difícil por otro lado, ver a primera vista como pueden discretizarse problemas de este tipo en la forma descrita anteriormente.

El concepto de elementos finitos justamente supera esta dificultad mediante la suposición que el medio continuo real esté dividido en elementos ideales interconectados solamente en un número finito de puntos nodales sobre los cuales se supone actúen unas fuerzas ficticias, representativas de los esfuerzos realmente actuantes en forma distribuída sobre los contornos de los elementos.

Si una tal idealización, puede demostrarse ser aceptable, resulta claro como el problema puede reducirse al de una estructura convencional y luego pueda resolverse con la metodología ya expuesta. Es desde este punto de vista, que el M.E.F. puede considerarse como

una simple (o quizá no tan simple) extensión del método matricial de los desplazamientos.

Esquemáticamente el procedimiento puede describirse de la siguiente manera:

a) El contínuo se divide, mediante líneas o superficies imaginarias, en un número de "elementos finitos".

b) Se supone que los elementos están conectados entre sí mediante un número discreto de puntos, que se llaman nodos, situados en sus contornos. Los desplazamientos de estos nodos serán las incógnitas fundamentales del problema, tal como ocurre en el análisis simple de estructuras.

c) Se toma un conjunto de funciones que definan de manera única el campo de desplazamientos dentro de cada "elemento finito" en función de los desplazamientos nodales de dicho elemento.

d) Estas funciones de desplazamientos definirán entonces de manera única el estado de deformación dentro del elemento en función de los desplazamientos nodales. Estas deformaciones junto con las deformaciones iniciales y las propiedades constitutivas del material, definirán el estado de tensiones en todo el elemento y, por consiguiente, también en sus contornos.

e) Se determina un sistema de fuerzas concentradas en los nodos, tal que equilibre las tensiones en el contorno y cualesquiera cargas repartidas, resultando así una relación entre fuerzas y desplazamientos de la forma (8).

Una vez alcanzado este punto, el procedimiento para alcanzar la solución puede seguir el procedimiento general descrito con anterioridad.

Es evidente que se han introducido una serie de aproximaciones. En primer lugar, no siempre es fácil asegurar que las funciones de desplazamientos escogidas satisfagan las condiciones de continuidad de los desplazamientos entre elementos adyacentes. Por consiguiente, esta condición de compatibilidad, puede no cumplirse en el contorno de los elementos (aunque es evidente que dentro de cada elemento si se cumplirá, a causa de la unicidad de los desplazamientos implicada en el hecho de que los mismos estén representados por funciones contínuas). En segundo lugar, al concentrar las fuerzas equivalentes en los nodos, las condiciones de equilibrio sólo se cumplirán para el conjunto del contínuo.

Normalmente, ocurrirá que tales condiciones no se cumplirán en zonas localizadas dentro y en el contorno de cada elemento. Será misión del ingeniero escoger la forma de los elementos y de las funciones de desplazamiento para cada caso particular, debiendo usar de su ingenio y habilidad, dependiendo el grado de aproximación que se alcance del uso que haga de esas dos facultades.

Hasta aquí, el procedimiento descrito se justifica sólo intuitivamente, pero de hecho lo que se ha sugerido es equivalente a la minimización de la energía potencial total del sistema, siendo función ésta de un campo de desplazamientos impuestos. Si este campo de desplazamiento se define adecuadamente, deberá producirse convergencia hacia la solución correcta.

Los alcances de estas notas no permiten a este respecto, ir más allá que estas justificaciones intuitivas.

NOTA:

El contenido del párrafo que sigue está resumido y esquematizado en el flujograma que se anexa al final de este párrafo, al cual se envía para una consulta más rápida.

3.2.- CARACTERISTICAS DE UN ELEMENTO FINITO TRIANGULAR

Para ilustrar la derivación de las características para un elemento finito general, se prefiere para sencillez de presentación, derivar las características para un elemento plano de forma triangular lo que permitirá en todo caso tener una visión completa del procedimiento que resultará fácilmente extendible a elementos de formas superiores.

Se toma en consideración un ejemplo sencillo de una estructura plana constituída por una lámina delgada dividiéndose la región en elementos triangulares como se muestra en la figura 9.

Se pasarán en reseña los pasos principales de la formulación del método que son:

- la función de los desplazamientos
- la deformación y los esfuerzos
- la rigidez y las fuerzas nodales.

a) La función de los desplazamientos.

La figura 10 muestra el elemento triangular típico considerado, con los nodos i, j, m, numerados en sentido antihorario.

Los desplazamientos de un nodo tienen dos componentes

$$\delta i = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix} \tag{24}$$

y los seis componentes de los desplazamientos del elemento se agrupan en un vector

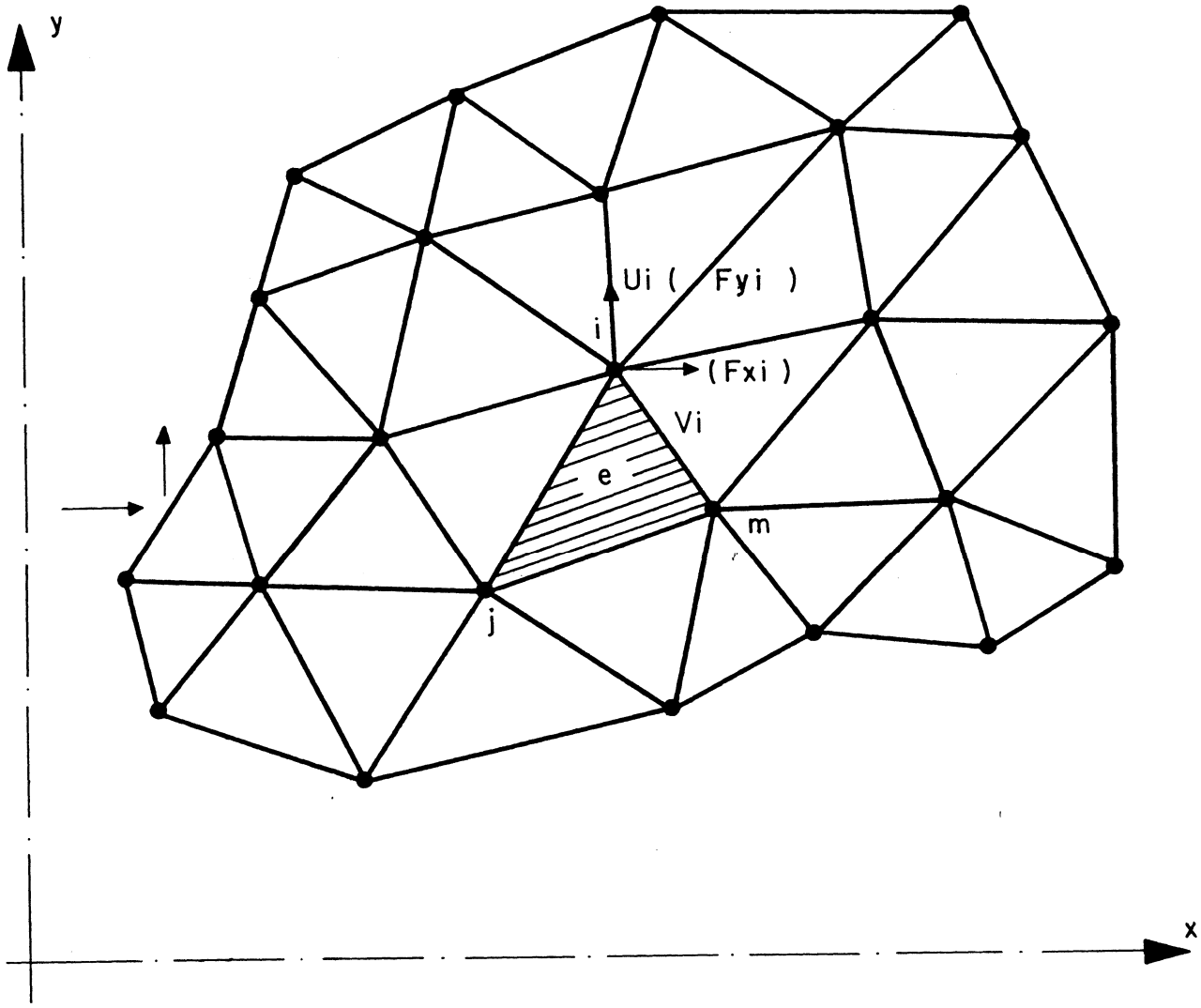
$$\{ \delta \}^e = \begin{Bmatrix} \delta_i \\ \delta_j \\ \delta_m \end{Bmatrix} \tag{25}$$

Los desplazamientos interiores a un elemento han de quedar definidos unívocamente por esos seis valores. La representación más sencilla viene dada evidentemente por dos polinomios de primer grado.

$$\begin{aligned} u &= \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y, \\ v &= \alpha_4 + \alpha_5 x + \alpha_6 y \end{aligned} \tag{26}$$

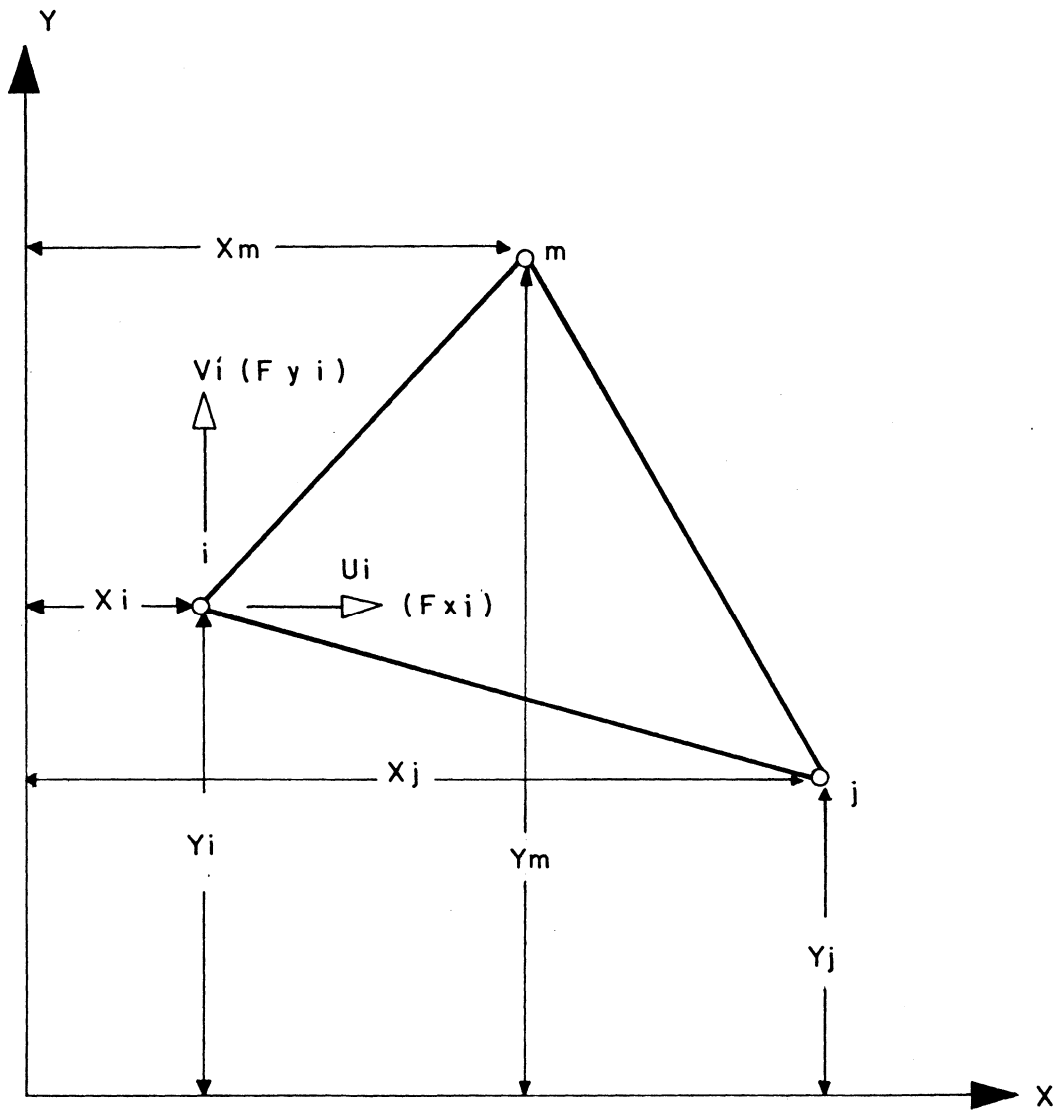
Se pueden calcular fácilmente las seis componentes α resolviendo los dos sistemas de tres ecuaciones simultáneas que se obtienen al sustituír las coordenadas de los nodos e igualar las expresiones resultantes a los desplazamientos correspondientes a los nodos. Escribiendo por ejemplo,

$$\begin{aligned} u_i &= \alpha_1 + \alpha_2 x_i + \alpha_3 y_i \\ u_j &= \alpha_1 + \alpha_2 x_j + \alpha_3 y_j \\ u_m &= \alpha_1 + \alpha_2 x_m + \alpha_3 y_m \end{aligned} \tag{27}$$



REGION ESTRUCTURAL DIVIDIDA EN ELEMENTOS FINITOS

FIG. 9



ELEMENTO FINITO TRIANGULAR

FIG. 10

Se puede calcular fácilmente α_1 ,α_2 , y α_3 en función de los desplazamientos nodales u_i , u_j y u_m para obtener finalmente

$$u = \frac{1}{2A} \{(a_i + b_i x + c_i y)u_i + (a_i + b_i x + c_i y)u_j + \\ + (a_m + b_m x + c_m y)u_m\} \tag{28}$$

donde

$$a_i = x_j y_m - x_m y_j$$
$$b_i = y_j - y_m = y_{jm} \tag{29}$$
$$c_i = x_m - x_j = x_{mj}$$

obteniéndose los otros coeficientes mediante permutación cíclica de los subíndices i, j, m y donde

$$2A = \det \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_m & y_m \end{vmatrix} = 2 \text{ (área del triángulo ijm)} \tag{30}$$

Puesto que las ecuaciones para el desplazamiento vertical son similares, se obtiene igualmente que

$$v = \frac{1}{2A} \{(a_i + b_i x + c_i y)v_i + (a_i + b_j x + c_i y) + \\ + (a_m + b_m x + c_m y)v_m\} \tag{31}$$

En términos matriciales puede escribirse

$$\{ U \}^e = \{ \begin{matrix} u \\ v \end{matrix} \}^e = [N] \{ \delta \}^e \tag{32}$$

siendo | N | la matríz de función de desplazamiento, esta así como ha sido elegida en este caso, garantiza automáticamente la continuidad de desplazamientos entre elementos adyacentes al imponer los mismos desplazamientos en los nodos para dos elementos contiguos.

b) La deformación y los esfuerzos.

La deformación total en cualquier punto del elemento puede definirse mediante sus tres componentes que contribuyen al trabajo interno:

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon x \\ \varepsilon y \\ \gamma xy \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\delta}{\delta x} & , & 0 \\ 0 & , & \frac{\delta}{\delta y} \\ \frac{\delta}{\delta y} & , & \frac{\delta}{\delta x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = [\,L\,]\,\{\,U\,\} \qquad (33)$$

Sustituyendo en esta la ecuación 32 se obtiene

$$\{\,\varepsilon\,\} = [\,L\,]\,[\,N\,]\,\{\,\delta\,\} = [\,B\,]\,\{\,\delta\,\} \qquad (34)$$

siendo $[\,B\,]$ la matríz de deformaciones dada por

$$[\,B\,] = [\,L\,]\,[\,N\,] = \begin{bmatrix} \frac{\delta N}{\delta x} & , & 0 \\ 0 & , & \frac{\delta N}{\delta y} \\ \frac{\delta N}{\delta y} & , & \frac{\delta N}{\delta x} \end{bmatrix} = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} b & , & 0 \\ 0 & , & c \\ c & , & b \end{bmatrix} \qquad (35)$$

de lo cual puede observarse como la $[\,B\,]$ sea independiente de la posición del punto dentro del elemento y por consiguiente las deformaciones con constantes en todo el mismo.

A traves de la ley constitutiva $\{ \sigma \} = [D] \{ \varepsilon \}$ es en este punto fácil de calcular la matríz de esfuerzos sustituyendo la ecuación encontrada para la $\{ \varepsilon \}$ obteniéndose:

$$\{ \sigma \} = [D] [B] \{ \delta \} = [S] \{ \delta \} \qquad (36)$$

siendo $[S]$ la matríz de esfuerzos.

c) La rigidez y las fuerzas nodales.

El siguiente paso es el de la búsqueda de la relación entre desplazamientos y fuerzas nodales, o sea de la rigidez del elemento.

Lo antes ilustrado demuestra que la condición que los desplazamientos en todos los puntos del elemento sean función líneal de las coordenadas, ha elevado a deformaciones compatibles y esfuerzos en equilibrio.

Para calcular la rigidez y así definir las fuerzas ficticias nodales $\{ F \}$ que satisfagan a las condiciones de equilibrio, se determina el trabajo externo realizado por estas fuerzas equivalentes que en forma matricial se expresa:

$$L_E = \frac{1}{2} \{ \delta \}^T \{ F \} \qquad (37)$$

La energía total de deformación del elemento vale:

$$W = \frac{1}{2} \int_V \{ \varepsilon \}^T \{ \sigma \} \, d \, V \qquad (38)$$

siendo V el volúmen del elemento.

Ahora bien en base a la relación 34 se puede escribir

$$\{ \varepsilon \}^T = \{ \delta \}^T [B]^T \qquad (39)$$

y sustituyendo esta y la 36 en la ecuación (38)

$$W = \frac{1}{2} \int_V \{ \delta \}^T [B]^T [D] [B] \{ \delta \} d V \quad (40)$$

Igualando el trabajo externo de la ecuación 37 con la energía total de deformación de la ecuación 40, se obtiene la ecuación de equilibrio.

$$\{ \delta \}^T \{ F \} = \{ \delta \}^T \int_V [B]^T [D] [B] \{ \delta \} d V \quad (41)$$

$$\{ F \}^e = [K]^e \{ \delta \}^e \quad (42)$$

con

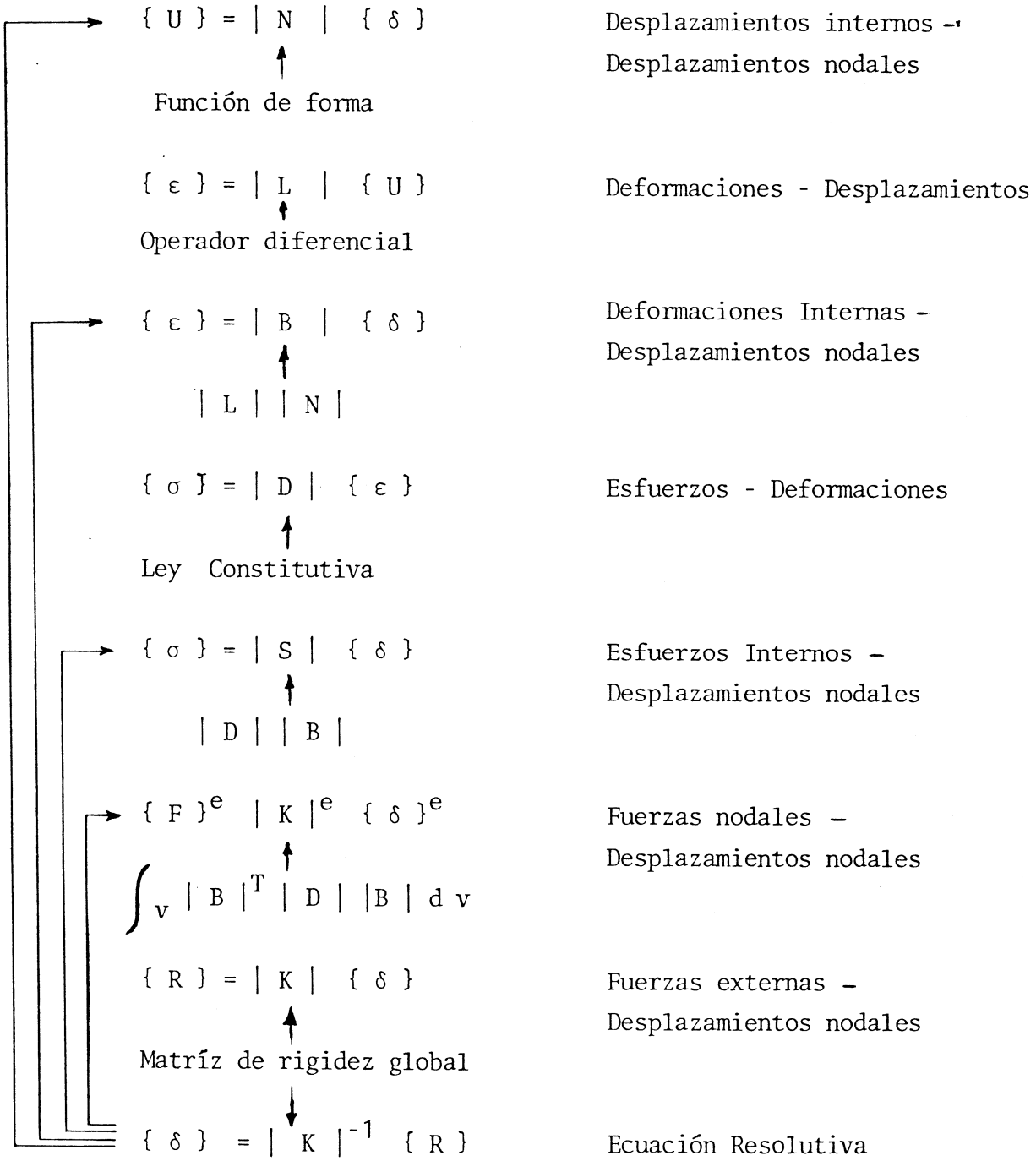
$$[K]^e = \int_V [B]^T [D] [B] d V \quad (43)$$

que es la matríz de rigidez del elemento que pone en relación los desplazamientos nodales con las fuerzas internas en los nodos.

Puede además observarse que $[B]$ y $[D]$ son independientes de las coordenadas y salir de la integral hasta obtener

$$[K]^e = [B]^T [D] [B] \quad t \quad A \quad (44)$$

siendo " t " el espesor del elemento y " A " su área.



FORMULAS PRINCIPALES DEL METODO DE ELEMENTOS FINITOS .

4. ESTRUCTURAS PLANAS EN CAMPO ELASTICO LINEAL

4.1. INTRODUCCION

El método de los elementos finitos obtuvo sus primeros éxitos en su aplicación a problemas bidimensionales. En el capítulo 3, ya se han empleado problemas de ese tipo para aclarar las bases de la formulación por elementos y para deducir las relaciones generales referidas al caso del elemento triangular, que es el más sencillo, aunque el procedimiento es totalmente general, debido a que el mismo problema se puede analizar utilizando elementos más elaborados, que se introducen de idéntica forma.

En ambos problemas de tensión y deformación plana, el campo de desplazamientos viene expresado unívocamente en función de los desplazamientos u y v en las direcciones de los ejes cartesianos ortogonales x e y respectivamente.

Además, las únicas tensiones y deformaciones que se han de considerar en ambos casos, son las tres componentes en el plano x -- y. En el caso de tensión plana, las tres componentes de la tensión son nulas por definición y por consiguiente no contribuyen al trabajo interno. En la deformación plana, la tensión en la dirección perpendicular al plano x -- y no es nula. Sin embargo, la deformación en dicha dirección es nula por definición, y por consiguiente dicha tensión no contribuye al trabjo interno, pero si se desea puede evaluarse al final del cálculo a partir de las tres componentes principales de la tensión.

Se trataría entonces únicamente de explicitar la matríz | D | constitutiva del material elástico lineal, mientras que todo lo demás queda igual a lo expuesto antes.

4.2. MATRIZ DE ELASTICIDAD

La matríz | D | de la relación (44) expresa la ley constitutiva del material:

$$\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [D] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ Y_{xy} \end{Bmatrix} \qquad (45)$$

se puede establecer explícitamente para cualquier material y en el caso de estructuras planas pueden tomarse en cuenta los casos siguientes:

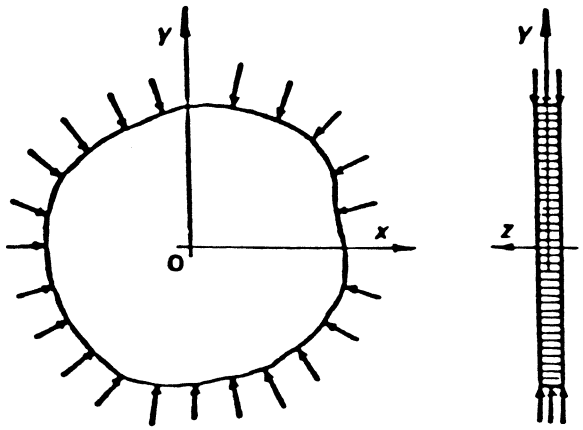
* Tensión plana en un material isótropo (fig. 11 a). Para los estudios de tensión plana en los materiales isótropos, por definición, se tiene:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \sigma_x/E - \nu\sigma_y/E \\ \varepsilon_y &= -\nu\sigma_x/E + \sigma_y/E \\ Y_{xy} &= 2(1 + \nu)\, \tau_{xy}/E \end{aligned} \qquad (45)$$

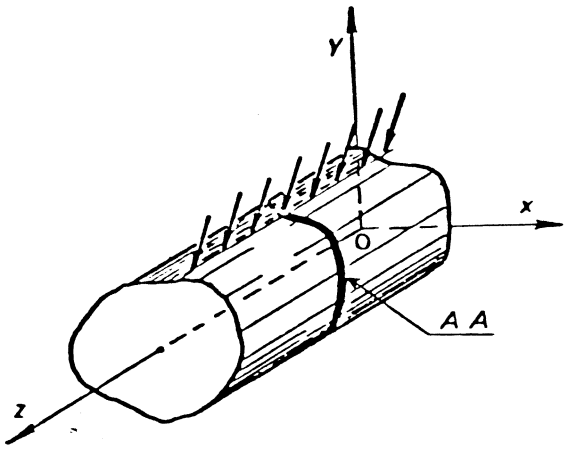
Despejando las tensiones en el sistema anterior, obtenemos la matríz [D].

$$[D] = \frac{E}{1 - \nu^2} \begin{bmatrix} 1 & & 0 \\ \nu & 1 & \\ 0 & 0 & (1 - \nu)/2 \end{bmatrix}$$

en el cual E es el módulo de elasticidad y ν el coeficiente de Poisson.



A) ESTRUCTURA EN ESFUERZO PLANO



b) ESTRUCTURA EN DEFORMACION PLANA

ESTRUCTURAS PLANAS FIG. 11

* Deformación plana de un material isótropo. En este caso, la tensión normal σ_z no es nula, debiendo de añadirse a las otras tres componentes de la tensión. Por definición se tiene (ver fig. 11b).

$$\varepsilon_x = \sigma_x/E - \nu\sigma_y/E - \nu\sigma_z/E$$

$$\varepsilon_y = -\nu\sigma_x/E + \sigma_y/E - \nu\sigma_z/E \qquad (47)$$

$$Y_{xy} = 2(1 + \nu)\,\tau_{xy}/E$$

pero además,

$$\varepsilon_z = 0 = -\nu\sigma_x/E - \nu\sigma_y/E + \sigma_z/E$$

Eliminando σ_z y despejando las tres tensiones restantes, la matríz [D] resulta:

$$[D] = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \nu/(1-\nu) & 0 \\ \nu/(1-\nu) & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-2\nu)/2(1-\nu) \end{bmatrix} \qquad (48)$$

* Materiales anisótropos. Para materiales totalmente anisótropos se necesitan 21 constantes elásticas independientes para definir completamente las relaciones entre tensiones y deformaciones en tres dimensiones.

Si ha de ser aplicable un análisis bidimensional, las propiedades del material deben presentar simetría, lo que implica que como máximo podrá haber seis constantes independientes en la matríz |D|. Por consiguiente, siempre se puede escribir:

$$[D] = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ & d_{22} & d_{23} \\ (sim) & & d_{23} \end{bmatrix} \qquad (48)$$

Un caso de interés práctico especial es el del material " estratificado " o con isotropía transversal, cuyas propiedades presentan una simetría de revolución dentro del plano de cada estrato. Los materiales de este tipo tienen sólo cinco constantes elásticas independientes.

Las relaciones generales entre tensiones y deformaciones son en este caso, tomando un eje y perpendicular a los estratos, según la figura 12:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \sigma_x/E_1 - \nu_2 \sigma_y/E_2 \quad \nu_1 \sigma_z/E_1 \\ \varepsilon_y &= -\nu_2 \sigma_x/E_2 + \sigma_y/E_2 - \nu_2 \sigma_z/E \\ \varepsilon_z &= -\nu_1 \sigma_x/E_1 - \nu_2 \sigma_y/E_2 + \sigma_z/E_1 \\ Y_{xy} &= \frac{1}{G_2} \tau_{xy} \\ Y_{yz} &= \frac{1}{G_2} \tau_{xy} \end{aligned} \qquad (49)$$

donde las constantes E_1 y ν_1 (G_1 es dependiente) están asociadas al comportamiento en el plano de cada estrato, y E_2 , G_2 y ν_2 a una dirección normal a éste.

La matríz [D] se hace ahora

$$\frac{E_1}{E_2} = n \qquad y \qquad \frac{G_2}{E_2} = m$$

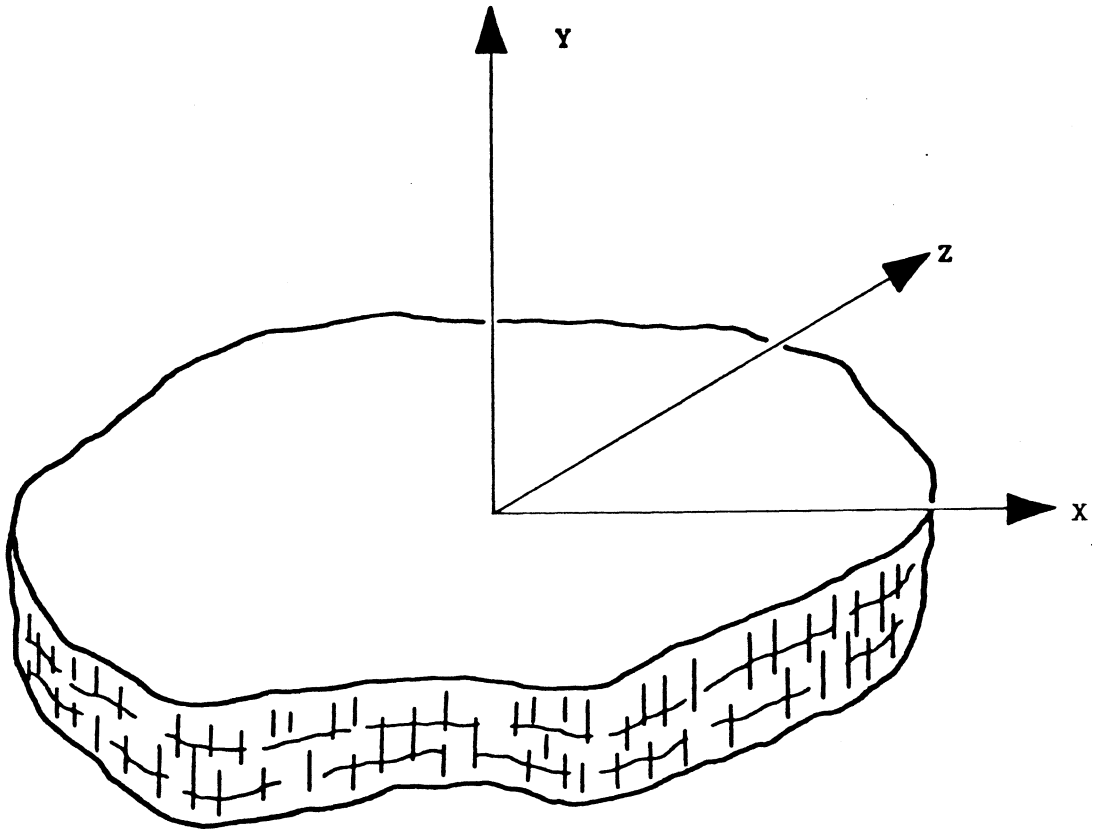
$$[D] = \frac{E_2}{(1 - n\nu_2^2)} \times \begin{bmatrix} n & n\nu_2^2 & 0 \\ n\nu_2^2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & m(1-n\nu_2^2) \end{bmatrix} \tag{50}$$

en el caso de tensión plana, o bien

$$[D] = \frac{E_2}{(1+\nu_1)(1-\nu_1-2n\nu_2^2)} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} n(1-n\nu_2^2) & n\nu_2(1+\nu_1) & 0 \\ n\nu_2(1+\nu_1) & (1-\nu_1^2) & 0 \\ 0 & 0 & m(1+\nu_1)(1-\nu_1-2n\nu^2) \end{bmatrix} \tag{51}$$

en el caso de deformación plana.



MATERIAL TRANSVERSALMENTE ISOTROPO (ESTRATIFICADO)

FIG. 12

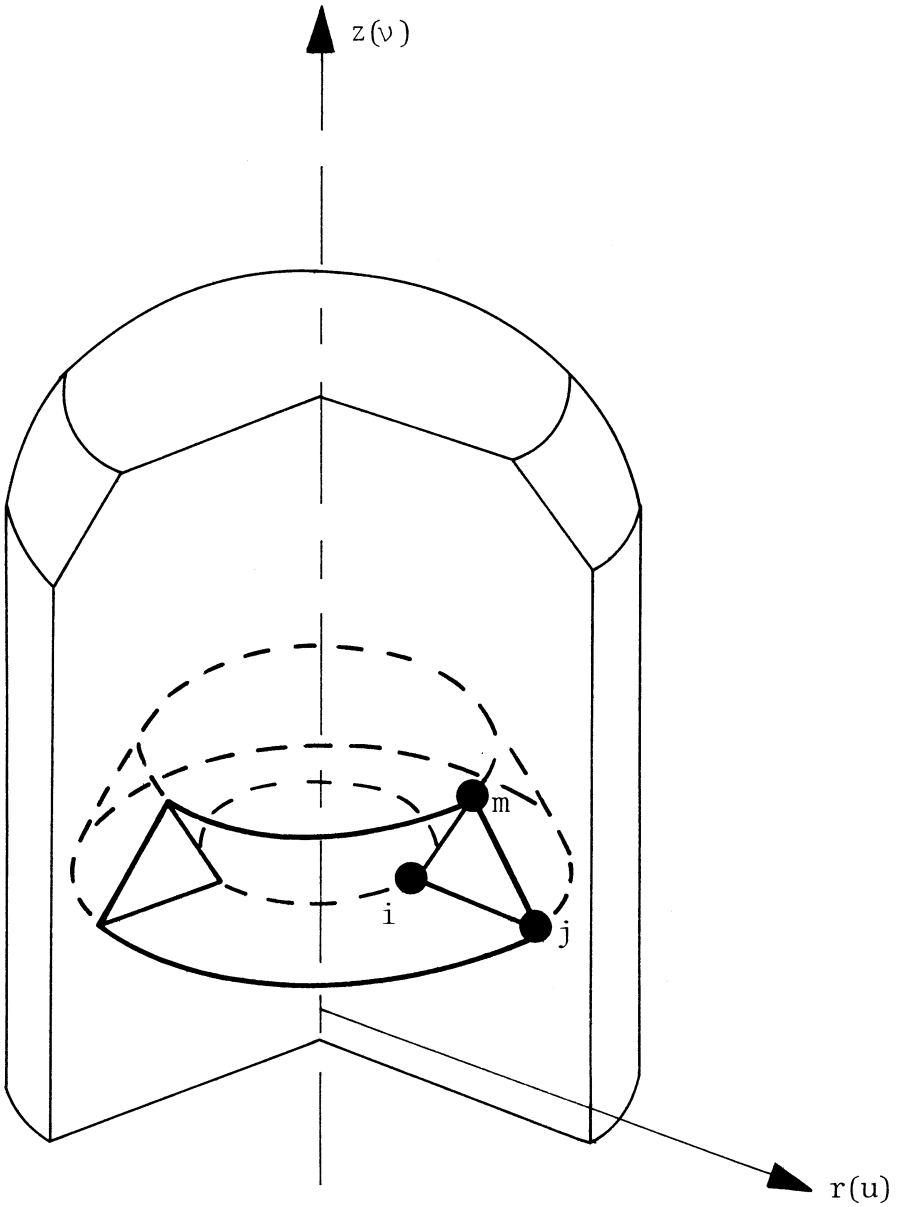
5. ESTRUCTURAS AXISIMETRICAS

5.1. INTRODUCCION

Por simetría, el estado de deformación y por consiguiente también el de tensión, de una sección plana cualquiera perpendicular al eje de simetría del cuerpo viene definido completamente por las dos componentes de los desplazamientos. En la figura 13 se representa una de tales secciones. Si r y z representan respectivamente las coordenadas radial y axial de un punto, siendo u y v los desplazamientos correspondientes, es fácil ver que se pueden usar precisamente las mismas funciones de desplazamientos utilizadas en el capítulo 3, para definir los desplazamientos dentro del elemento triangular i, j, m que se muestra en la figura. El volumen del material asociado a un "elemento" es ahora el de un sólido de revolución como el de la figura.

En los problemas de tensión o deformación planas el trabajo interno está ligado a las tres componentes de la deformación situadas en el plano de coordenadas, no apareciendo la componente de la tensión normal a dicho plano por ser nulos los valores tanto de dicha tensión como de la deformación.

En los problemas de revolución, todo desplazamiento radial introduce automáticamente una deformación en dirección circunferencial y como las tensiones en esa dirección son ciertamente distintas de cero, habría de considerarse esta cuarta componente de la deformación y la de tensión asociada a ella. Este es el punto clave que marca la diferencia esencial en el tratamiento de los problemas de revolución.



ELEMENTO FINITO DE UN SOLIDO DE REVOLUCION

FIG. -13-

5.2. LA MATRIZ DE RIGIDEZ

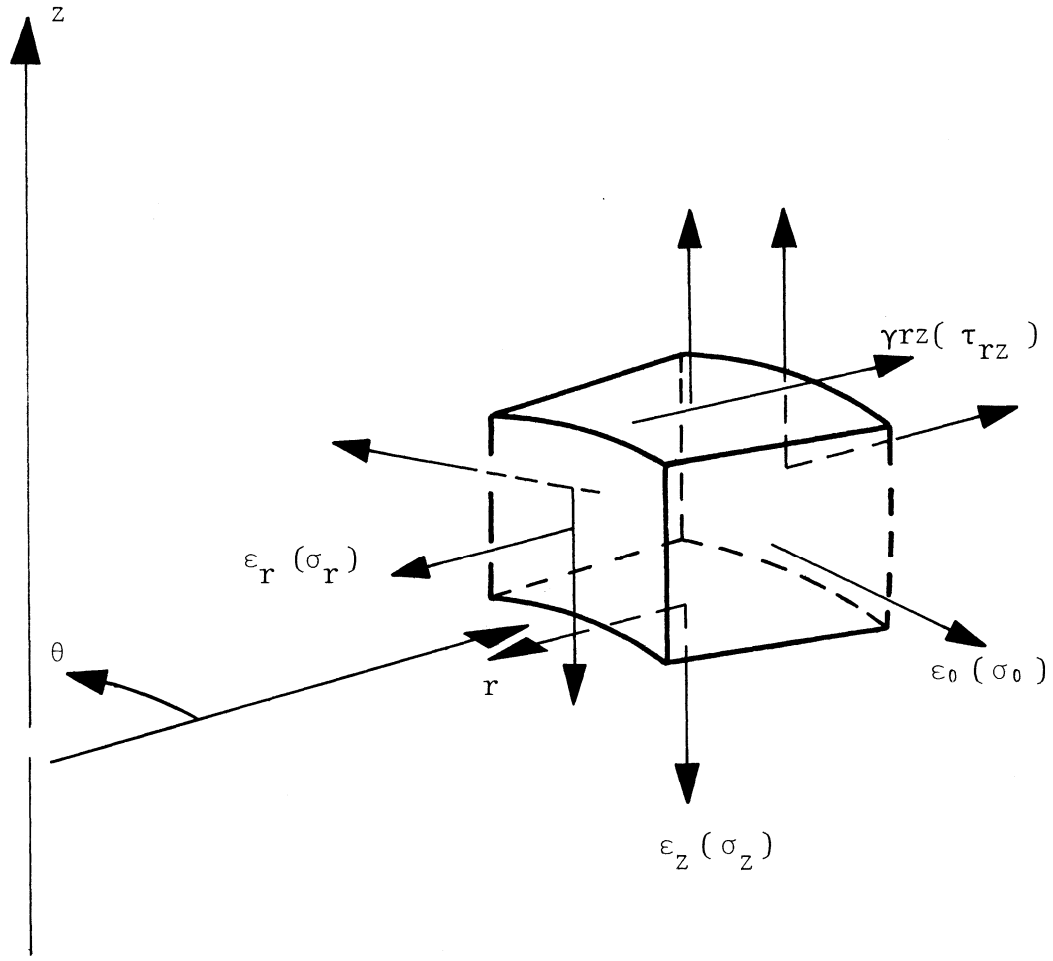
Para lo que se refiere a la función de desplazamientos, no hay variaciones sustanciales con respecto al caso plano ya comentado; mientras que se deben considerar cuatro componentes de la deformación. Estas son, en realidad, todas las componentes de la deformación no nulas, posibles en un sólido de revolución. En la figura 14, se muestran y definen dichas deformaciones y las tensiones asociadas.

El vector deformación que se define a continuación agrupa las componentes de la deformación a considerar, definiéndolas en función de los desplazamientos de un punto:

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon z \\ \varepsilon r \\ \varepsilon\theta \\ \gamma rz \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial r} & 0 \\ \frac{1}{r} & 0 \\ \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial r} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = [L]\{U\} \qquad (52)$$

y sustituyendo en esta la ecuación (32) se obtiene la (34) siendo la matríz de deformaciones:

$$[B] = \begin{bmatrix} 0 & , & \frac{\partial N}{\partial z} \\ \frac{\partial N}{\partial r} & , & 0 \\ \frac{1}{r} N & , & 0 \\ \frac{\partial N}{\partial z} & , & \frac{\partial N}{\partial r} \end{bmatrix} = \frac{1}{2\Delta} \begin{bmatrix} 0 & , & c \\ b & , & 0 \\ a/r + b + c\, z/r, & & 0 \\ c & , & b \end{bmatrix} \qquad (53)$$



DEFORMACIONES Y TENSIONES QUE INTERVIENEN EN EN ANALISIS DE SOLIDOS DE REVOLUCION

FIG. -14-

Debido a que en la matríz [B] figuran las coordenadas r y z, las deformaciones ya no son constantes dentro de cada elemento como ocurría en los casos de tensión o deformación plana. Esta variación de la deformación se debe al término $\varepsilon\theta$. Si los desplazamientos que se imponen son tales que (u) es proporcional a (r), todas las deformaciones serán entonces constantes.

Para lo que se refiere a la matríz de elasticidad [D], se considerará en primer lugar el material anisótropo " estratificado ", ya que el caso del material isótropo puede considerarse sencillamente como caso particular del anterior.

Si el eje z representa la normal a los planos de los estratos, se puede escribir:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_z &= \sigma_z/E_2 - \nu_2\sigma_r/E_2 - \nu_2\sigma_\theta/E_2 \\
\varepsilon_r &= \nu_2\sigma_z/E_2 + \sigma_r/E_1 - \nu_1\sigma_\theta/E_1 \\
\varepsilon\theta &= -\nu_2\sigma_z/E_2 - \nu_1\sigma_r/E_1 + \sigma_\theta/E_1 \\
\gamma_{zr} &= \tau_{zr}/G_2
\end{aligned} \qquad (54)$$

Escribiendo además:

$$\frac{E_1}{E_2} = n \quad y \quad \frac{G_2}{E_2} = m$$

y despejando las tensiones se obtiene:

$$\left[D \right] = \frac{E_2}{(1+\nu_1)(1-\nu_1-2n\nu_2^2)} \quad x \quad \text{(sigue)}$$

$$\begin{bmatrix} 1 - \nu_1^2 & n\nu_2(1 + \nu_1) & , & n\nu_2(1 + \nu_1) & , & 0 \\ & n(1 - n\nu_2^2) & , & (\nu_1 + n\nu_2^2)n & , & 0 \\ & & & n(1 - n\nu_2^2) & , & 0 \\ & \text{simétrica} & & & , & m(1 + \nu_1) \times (1 - \nu_1 - 2n\nu_2^2) \end{bmatrix} \quad (55)$$

Para un material isótropo, se obtiene la matríz [D] tomando:

$$E_1 = E_2 = E \quad o \quad n = 1$$

y

$$\nu_1 = \nu_2 = \nu$$

y empleando la conocida relación entre las constantes elásticas isótropas

$$\frac{G_2}{E_2} = \frac{G}{E} = m = \frac{1}{2(1 + \nu)}$$

Sustituyendo en la expresión (55) se obtiene:

$$[D] = \frac{E(1 - \nu)}{(1+ \nu)(1- 2\nu)} \begin{bmatrix} 1 \frac{\nu}{1 - \nu} & \frac{\nu}{1 - \nu} & 0 \\ & 1 \frac{\nu}{1 - \nu} & 0 \\ & 1 & 0 \\ & \text{simétrica} & \frac{1 - 2\nu}{2(1 - \nu)} \end{bmatrix} \quad (56)$$

Finalmente, la matríz de rigidez del elemento ijm puede calcularse ahora a partir de la relación general (43). Recordando que la integral de volumen ha de extenderse a todo el anillo de material.

$$[K]^e = \int 2\pi [B]^T [D] [B] r \, dr \, dz \qquad (57)$$

siendo en este caso una matríz simétrica 4 x 4.

No se puede efectuar la integración tan sencillamente como en el caso de tensión plana porque la matríz [B] es función de las coordenadas.

El procedimiento aproximado más sencillo es evaluar [B] en el centro de gravedad poniendo:

$$\bar{r} = (r_i + r_j + r_m)/3$$

y

$$\bar{z} = (z_i + z_j + z_m)/3$$

obteniéndose como primera aproximación

$$[K]^e = 2\pi [\overline{B}]^T [D] [\overline{B}] \bar{r} \Delta \qquad (58)$$

siendo Δ el área del triángulo.

B I B L I O G R A F I A

BATHE Y WILSON: " Numerical Methods in finite element Analisis "
Practice - Hall, N. Jersey (1976).

CLOUGH: " The Finite Element in Plane Stress Analisis "
Proceedings, 2nd. A.S.C.E. Conference on Electronic Computación,
Pittsburg, Pa, (1960).

COURANT: " Varational Methods for the Solution of Problems of Equi-
libriums and Vibrations ".
Bulletin of the American Mathematical Society, Vol. 49 (1963).

DESAI: " Elementary Finite Element Method ".
Prentice - Hall, Inc., New Jersey (1979).

GOODMAN Y DUNCAN: " The role of structure and solid mechanics in the
designs of surface and underground excavations in rock ".
University of California, Berkeley, (1970).

GERSTLE: " Basic Structural Analisis ".
Prentice - Hall, Inc., New Jersey (1974).

TIMOSHENKO Y GOODIER: " Teory of Elasticity ".
Mc Graw - Hill, New York (1951).

WILSON: " Finite Element Analisis of two-dimensional structures "
University of California, Berkeley (1963).

ZIENKIEWICZ: " El Método de los Elementos Finitos "
Editorial Reverté S.A., Barcelona (1980).

Laboratorio de Mecánica de Rocas. Universidad Central de Venezuela.

GEOMEC

BOLETIN DE DIVULGACION GEOTECNICA

CARACTERIZACION INGENIERISTICA DE ROCAS Y MACIZOS ROCOSOS

GIANFRANCO PERRI

Nº 2

AGOSTO, 1981 caracas

En este número de " GEOMEC ", se publica el texto de la charla dictada por el Prof. Gianfranco Perri, el 4 de noviembre pasado en la sede del Colegio de Ingenieros de Maracaibo, a los participantes al 1er. Curso Latinoamericano de Ingeniería del Dragado.

El mismo tema, ligeramente modificado y ampliado, ha sido sucesivamente dictado por el Autor, el 5 del mes de Agosto, en el Instituto Universitario de Tecnología de la Región Capital.

El contenido es esencialmente de introducción y divulgación a ciertos aspectos básicos de la Mecánica de Rocas y, específicamente el texto está dirigido, a ingenieros civiles y géologos que operan directa o indirectamente en el campo geotécnico y que no han tenido ocasión de extender sus conocimientos al área específica de la mecánica de rocas.

Caracas, agosto de 1981

REPUBLICA DE VENEZUELA

MINISTERIO DE TRANSPORTE Y COMUNICACIONES

INSTITUTO NACIONAL DE CANALIZACIONES

curso interamericano de ingenieria del dragado

maracaibo
1 9 8 0

CARACTERIZACION INGENIERISTICA DE ROCAS Y MACIZOS ROCOSOS

DR. GIANFRANCO PERRI A. (*)

(*) PROFESOR DE MECANICA DE ROCAS EN LA UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA.

INTRODUCCION

En el 1966, mientras se realizaba en Lisboa el Primer Congreso de la Sociedad Internacional de Mecánica de Rocas, en Washington el "Comité de Mecánica de Rocas de la Academia Nacional de Ciencias" publicó la siguiente definición:

"Mecánica de Rocas es la ciencia teórica y aplicada del comportamiento mecánico de las rocas; es aquella rama de la mecánica relacionada con la respuesta de las rocas sujetas a campos de fuerzas de distinta naturaleza".

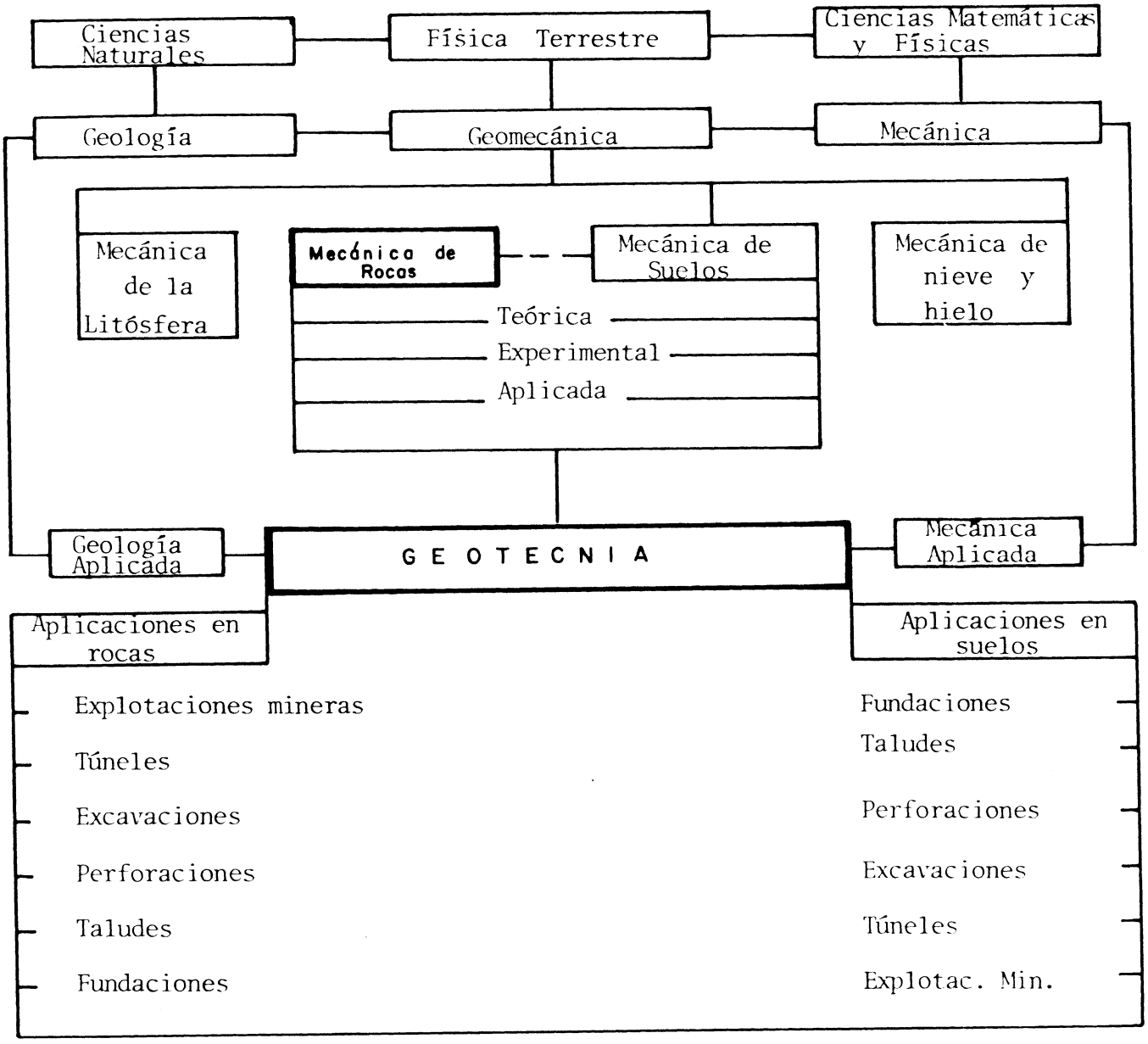
En la realidad la mecánica de rocas comprende una materia que trata de problemas técnicos en un campo más pequeño y, siempre en términos generales, se puede decir que es la rama de ingeniería que estudia, sea el comportamiento físico - mecánico de los materiales rocosos que constituyen la corteza terrestre, sea las diferentes estructuras subterráneas y superficiales, naturales y artificiales, las cuales están hechas entre, sobre o por tales materiales (un túnel de mina, un túnel hidroeléctrico, como de autopista o ferrocarril; una excavación minera a cielo abierto; un talud natural o artificial; las fundaciones de una presa, de un puente, de un edificio, etc.).

La tabla adjunta, presenta el intento de establecer la posición de la Mecánica de Rocas entre las varias disciplinas desde las cuales ella deriva o que en ella convergen.

En la parte alta, a la derecha y a la izquierda, están las "ciencias matemáticas y físicas" y las "ciencias naturales", tales disciplinas son el punto de origen, o sea son las ciencias básicas para el estudio de las propiedades físicas de la tierra de las cuales se ocupa la "física terrestre".

Del aporte de las ciencias exactas físico - matemáticas, desde las cuales deriva directamente la ingeniería (y en particular la "mecánica") y de las ciencias naturales de las cuales hace parte la "geología", nace la "geomecánica". Esto es un término general que puede comprender desde la "Mecánica de la Litósfera", entendida como mecánica de los fenómenos naturales que interesan a la corteza terrestre como estructura (los fenómenos de la geodinámica interna y externa y de la geotectónica), hasta campos muy especializados y muy particulares como por ejemplo la "mecánica de la nieve y del hielo".

De la geomecánica hacen parte las dos ramas centrales de la tabla que son la "mecánica de rocas", y la "mecánica de suelos", donde rocas y


Ciencias Naturales
Física Terrestre
Ciencias Matemáticas y Físicas
Geología
Geomecánica
Mecánica
Mecánica de la Litósfera
Mecánica de Rocas
Mecánica de Suelos
Mecánica de nieve y hielo
Teórica
Experimental
Aplicada
Geología Aplicada
GEOTECNIA
Mecánica Aplicada
Aplicaciones en rocas
Aplicaciones en suelos
Explotaciones mineras
Túneles
Excavaciones
Perforaciones
Taludes
Fundaciones
Fundaciones
Taludes
Perforaciones
Excavaciones
Túneles
Explotac. Min.

suelos (*) son los materiales que constituyen la corteza terrestre.

Tal distinción en dos ramas aunque deriva de una exigencia de carácter práctico aplicativo, también es debida quizás principalmente a cuestiones de tipo histórico y académico. Desde la confluencia y fusión de esas dos ciencias nace la "geotecnia" la cual por su característica conserva contacto activo y directo con la geología y la mecánica, comprendiendo directamente a la geología aplicada.

Además, que con las ciencias geológicas y matemático - físicas, la mecánica de rocas tiene afinidad y ligamentos con otras enseñanzas tradicionales, sea naturalísticas (mineralogía, petrografía, geología estructural, etc.) sea ingenierísticas (ciencia y técnica de las construcciones, hidráulicas, geofísica, litología aplicada, técnicas mineras, etc.).

En la parte baja de la tabla está una doble lista que se refiere a los diferentes campos de las aplicaciones geotécnicas en rocas y en suelos. Se puede bien observar que los componentes de las dos listas son iguales pero puestos en orden diferente y particularmente en orden contrario; la idea con la cual se han hecho así las listas, ha sido la de poner los campos en orden de importancia desde el punto de vista de la difusión cuantitativa estadística. Tal orden no pretende ser exacto, pero da una idea clara del hecho que, por ejemplo, la mayor parte de los trabajos de explotación minera se efectúan en ambiente y sobre materiales rocosos, en cambio la mayor parte de las fundaciones de obras de ingeniería están realizadas en materiales que se pueden encuadrar casi completamente en la categoría de los suelos.

(*) En Geotecnia los materiales que constituyen la corteza terrestre son divididos en suelos y rocas, pero la línea de confín es necesariamente arbitraria y en naturaleza existen muchos agregados de partículas minerales que es arduo clasificar. Los suelos en cambio de las rocas, son aquellos materiales hechos por partículas que no tienen ligaduras estables entre ellos o que pierden tales ligaduras con un más o menos largo contacto con el agua. Desde el punto de vista más práctico y aplicativo se verá como tenga un papel principal para esta distinción, el factor escala; entendido como relación entre dimensiones de la estructura en estudio y dimensiones estructurales del material roca-suelo.

La definición de mecánica de rocas, transcrita al comienzo, puede parecer a primera vista que realza el papel de la mecánica, ignorando el de la geología; lo que puede resultar por lo menos extraño para quien, desde siempre, ha oído hablar de las rocas prevalentemente, y quizá exclusivamente, en términos geológicos.

En efecto todos recuerdan los términos de rocas sedimentarias, magmáticas y metamórficas, que individualizan las tres grandes familias de rocas y que las diferencian justamente en base a su origen o génesis geológica.

Por otros lados, los ingenieros que se ocupan de mecánica de rocas han reconocido frecuentemente lo inadecuado de un sistema de identificación de este tipo, advirtiendo al menos que rocas del mismo origen pueden presentar una gama extraordinariamente amplia de propiedades físico - mecánicas, que son las que efectivamente revisten un mayor interés.

Sin embargo no se trata de extremizar: el papel y la importancia de la geología son evidentes; todos los materiales a ser tratados son rocas situadas en un entorno geológico o extraídos de él. Los materiales poseen ciertas características físicas que son función de su origen y de los procesos geológicos posteriores que han actuado sobre ellos. El conjunto de estos fenómenos en la historia geológica de una cierta zona conduce a una litología particular, a una determinada serie de estructuras geológicas y a un estado tensional in situ característico. Regionalmente se producen variaciones de estas condiciones y pueden también producirse localmente, aún con mayor importancia, dentro del emplazamiento de una obra determinada.

La litología de una roca hace referencia a su mineralogía, textura y fábrica, junto con un nombre o término descriptivo de algún sistema de clasificación reconocido, por ejemplo pizarra bituminosa, caliza oolítica, granito, gneis, esquisto, etc. (*). Aunque, como ya se di

(*) Quizás sería necesario y justo dedicar unas lecciones a la introducción o revisión de los principios básicos de la geología en sus diversas ramas más directamente involucradas con la Mecánica de Rocas. Sin embargo debido a las grandes restricciones de tiempo y en consideración del hecho que el desarrollo siguiente de la materia puede ser aprovechado, en forma casi completa sin el conocimiento inmediato de aquellas naciones geológicas, se exhorta a los ingenieros para los cuales fuese necesario, a refrescar y revisar sus conocimientos básicos de geología, y en particular de litología y geología estructural, que en algún momento de sus estudios deben haber encontrado y que muy probablemente han sucesivamente olvidado.

jo, en muchos casos no existe correlación directa entre la denominación geológica de una roca y sus propiedades mecánicas, existe casi siempre como mínimo una gama de valores para cualquier tipo de roca donde queda comprendido el valor de una cierta propiedad mecánica. Para algunas de estas propiedades y para algunos tipos de rocas este intervalo de variación puede ser desalentadoramente grande; para otras bastante más pequeños. Por ejemplo, la resistencia a compresión simple de una caliza puede variar de 350 a 2.500 Kg/cm^2; sin embargo para la sal gema la variación es solamente de 200 a 350 Kg/cm^2, aproximadamente. Otro ejemplo: la dureza de la cuarcita será elevada y prácticamente constante, mientras que la de una arenisca será muy baja, o muy alta según el tipo y grado de cementación.

En todo caso siempre la composición y estructura de una roca influencian sus características mecánicas; éstas no dependen solamente de las propiedades de cada uno de los cristales constituyentes, sino también de la manera en que aquellos estén entre sí agregados. No es raro observar entre cristal y cristal y también en los mismos cristales, algunos vacíos o alguna microfisura preexistentes. Consecuentemente una descripción de la composición mineralógica y de la textura petrográfica de la roca, que permiten definir, por ejemplo, las eventuales microfisuras existentes, precisando su número y orientación en el espacio, así como su morfología, etc. pueden permitir dar algunas valiosas informaciones sobre su isotropía o anisotropía con respecto sea a las características de deformación como de resistencia.

Por ejemplo, la mayoría de las rocas ígneas tienen una estructura densa, bien compacta y encajada, con muy pequeñas diferencias de dirección en las propiedades mecánicas (con la excepción, por supuesto, de muchas rocas volcánicas superficiales, rocas intrusivas subsuperficiales y algunas intrusivas profundas, como los granitos gneísicos, que presentan una estructura reiolítica en la periferia de la intrusión).

Las rocas sedimentarias como son las pizarras arcillosas, las areniscas y algunas calizas, están estratificadas y por tanto encuentrar una anisotropía considerable en las propiedades mecánicas. Otras rocas sedimentarias como la salgema, el yeso y muchas calizas y dolomias, han recristalizados en una textura compacta, presentando únicamente una ligera anisotropía.

Las rocas metamórficas son quizás las más sorprendentes respecto a la anisotropía, la clorita, el talco y el micro-esquisto tienen superficies de exfoliación bien desarrolladas y se componen de minerales de estructura hojosa que dan lugar a grandes diferencias en la resistencia y el módulo de deformación según la dirección del ensayo. Los gneis muestran alguna anisotropía pero en menor grado. La pizarra

también es muy anisótropa debido a su pronunciada estratificación. Otras rocas metamórficas como el mármol, la cuarcita, han recristalizado en una textura compacta, siendo en consecuencia bastante isótropas.

Este tema podría a este punto continuar aún por muchas páginas saliéndose pero de los propósitos preestablecidos y limitados a la ilustración de la importancia de los factores geológicos sobre las propiedades de las rocas.

PROPIEDADES MECANICAS DE LAS ROCAS

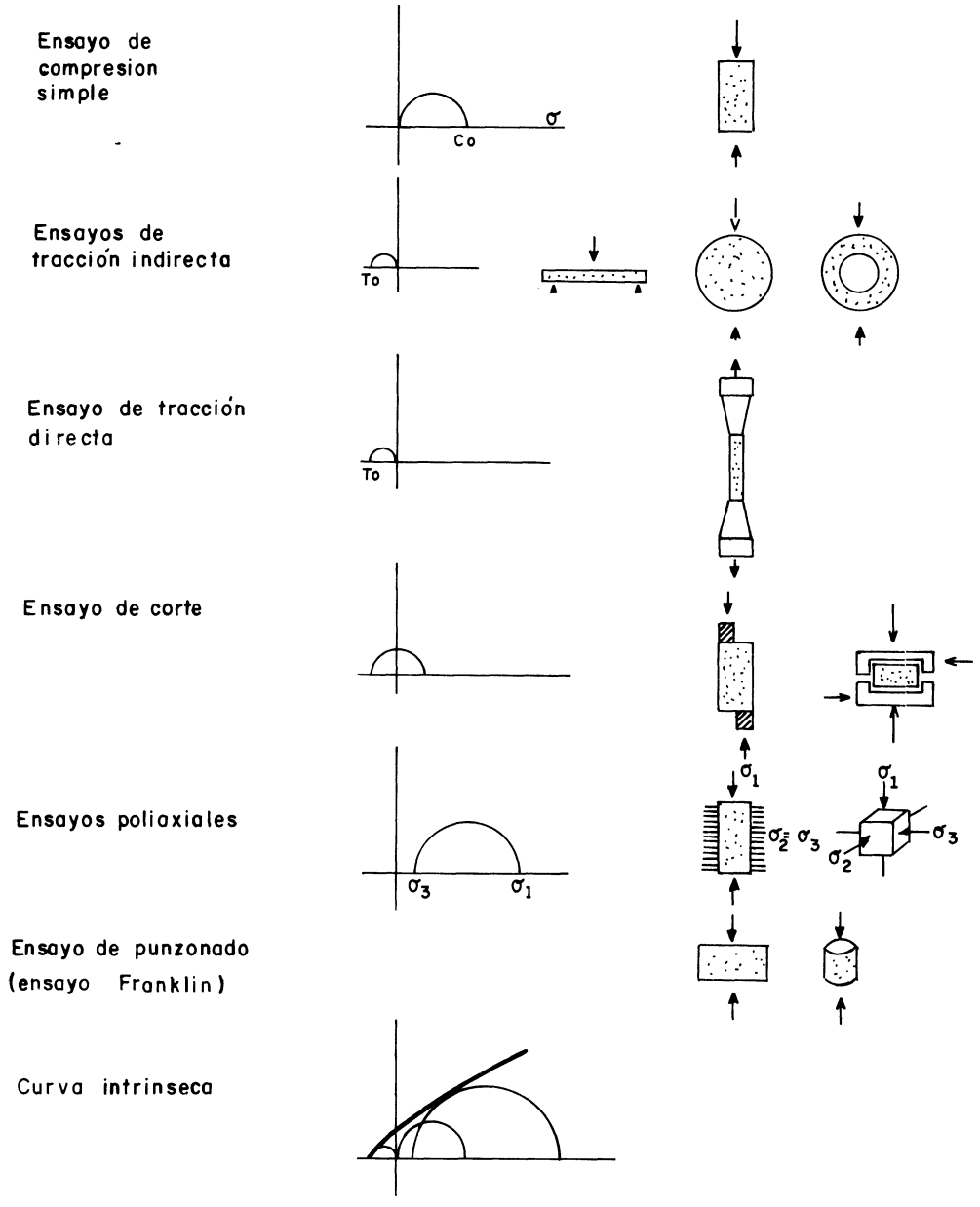
En el pasado, cuando las ciencias geomecánicas aún no se habían consolidado, las rocas se describían más frecuentemente por medio de sus propiedades físicas y organolécticas además que por su composición mineralógica y química a las cuales se ligaba su denominación litológica.
Se trata de características sin dudas de mucho interés, pero aún no suficientes para los objetivos del ingeniero, o sea para las aplicaciones referentes al diseño de estructuras y al estudio de la estabilidad y resistencia de las obras que tengan a la roca como denominador común.

El intento de investigar aquellas propiedades que contribuyeran a permitir la definición de un modelo de comportamiento de la roca bajo las solicitaciones gravitacionales o aplicadas de afuera (modelo geomecánico) se ha originado de la analogía con lo que se venía actuando en laboratorio para los materiales tradicionales de las construcciones (concreto, acero, metales en general, etc.), obviamente con el aporte de todas las modificaciones ligadas al comportamiento peculiar que poseen la mayoría de las rocas con respecto a aquellos materiales más convencionales.

La figura 1 presenta la esquematización de una serie de ensayos de laboratorio que hoy en día son de rutinaria aplicación, por lo menos en los laboratorios más equipados.

Se trata de los ensayos necesarios para la determinación de las principales características mecánicas de las rocas: las características de resistencia (compresión simple "Co", tracción simple "To", cohesión "c", fricción "Ø") y las características de deformabilidad (módulo de elasticidad longitudinal "E", módulo de elasticidad transversal "ν").

Así mismo existe un gran número de ensayos complementarios para la definición de características menos rutinarias que hacen referencia al comportamiento de las rocas bajo cargas cíclicas, cargas dinámicas,



PRINCIPALES ENSAYOS MECANICOS DE LABORATORIO EN ROCAS

FIG.-1-

cargas en el tiempo, en presencia de agua, etc. Por otro lado las rocas presentan comportamiento francamente anisótropo lo que determina, la variación de las mencionadas propiedades según la dirección de aplicación de las cargas y por lo tanto, la necesidad de multiplicar el número de ensayos y las modalidades de realización de los mismos para la definición completa del comportamiento mecánico de la roca en función de todas las variables involucradas.

En la imposibilidad de ilustrar y comentar detenidamente cada uno de los ensayos mencionados, se analizará un poco más detalladamente el ensayo de compresión simple por tratarse de un ensayo fundamental, de realización verdaderamente rutinaria debido a su relativa sencillez de ejecución y al número considerable de informaciones que proporciona sobre el comportamiento mecánico de la roca ensayada.

Para comentar los aspectos más sobresalientes del ensayo y sin hacer referencia a todos los detalles prácticos de preparación de la muestra y modalidades de ejecución de la prueba, en la figura 2 se presenta una relación gráfica típica entre esfuerzo y deformaciones obtenida de un ensayo de compresión monoaxial sobre roca.

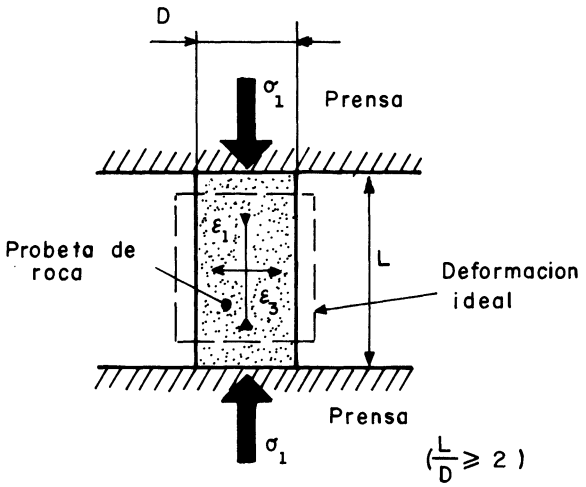
Los resultados inmediados que se obtienen son:

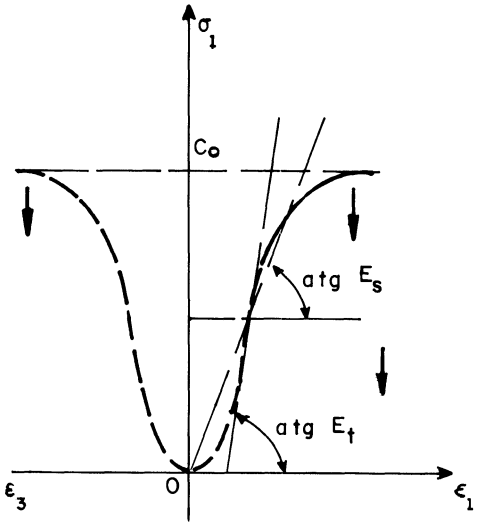
- Valor de la resistencia a la compresión simple "Co", que representa el valor de la presión (carga sobre área transversal de la muestra) aplicada al momento del colapso (rotura) de la probeta.

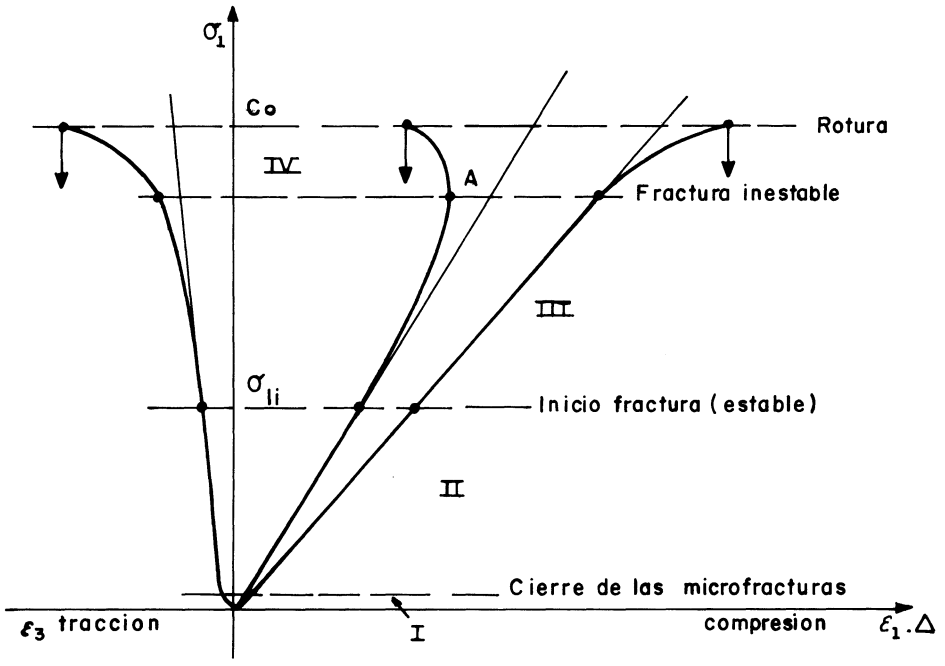
- Valor del módulo de elasticidad longitudinal "E" o de young, que representa la relación entre un incremento de presión normal $\Delta \sigma$ y el correspondiente incremento de la formación longitudinal $\Delta \varepsilon$. En el caso más general esta relación no es constante a lo largo de toda la prueba sino que varía al variar del nivel de carga, dando lugar a un comportamiento no lineal de la roca. En tal caso se acostumbra definir dos módulos un primero Tangente "Et", que representa la mencionada relación en la parte central y lineal de la curva; un segundo secante "Es", que representa la relación entre el 50% de la presión de resistencia a la compresión simple "Co" y la deformación longitudinal correspondiente.

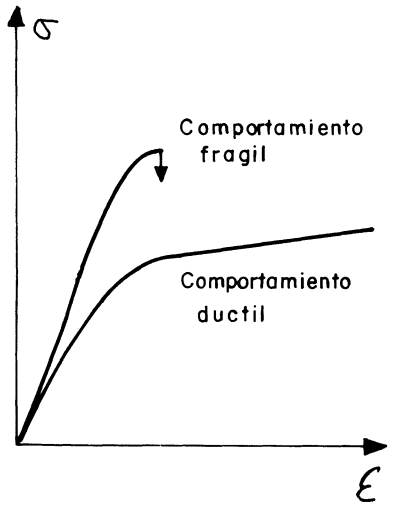
- Valor del módulo de elasticidad transversal " ν " o de Poisson, que representa la relación entre la deformación transversal y la deformación longitudinal para un dado nivel de carga. También en este caso tiene validez la observación anteriormente reportada con referencia al comportamiento no líneal y así mismo se definen un módulo tangente " νt " y no secante " νs ".

- Otras informaciones muy importantes se obtienen además del análisis









ENSAYO DE COMPRESION MONOAXIAL

FIG.-2-

mismo del tipo y forma de la relación esfuerzo-deformaciones: en la figura se representan las curvas del esfuerzo monoaxial ($\sigma 1$) en relación con la deformación axial ($\varepsilon 1$), la lateral ($\varepsilon 3$) y la volumétrica ($\Delta = \varepsilon 1 + 2\varepsilon 3$) para una típica roca a comportamiento frágil (otro comportamiento característico es el dúctil también reportado en la figura).

Pueden distinguirse cuatro regiones de comportamiento diferente:

- Una región I, con comportamiento no lineal en que ocurre un cierre de las microfisuras y de los poros inicialmente presentes en la roca;

- Una región II, con comportamiento lineal en que puede considerarse tenga validez el modelo elástico lineal;

- Una región III, en donde la $\sigma 1$ es suficiente para crear nuevas microfisuras (fractura estable) dando lugar a la abertura de vacíos intergranulares y microfisuras en los cristales constituyentes de la roca;

- Una región IV, cuyo comienzo está definido por el punto A sobre la curva esfuerzo axial - deformación volumétrica (punto con tangente vertical) después del cual ocurre una disminución de Δ (o sea un aumento de volúmen respecto a la correspondiente deformación elástica) debido a fracturaciones internas a la roca, fenómeno éste que puede asumirse como señal del comienzo de una fractura inestable.

La curva presentada es como dicho, la de una roca tipo y aunque desde un punto de vista cualitativo los fenómenos individualizados en ella están siempre presentes, habrá rocas para las cuales, desde un punto de vista cuantitativo, alguna de las cuatro fases descritas tendrá importancia predominante, y otra, presentará en cambio una extensión despreciable; las rocas a comportamiento dúctil, por ejemplo se caracterizan por presentar grandes deformaciones a rotura (una fase IV muy amplia).

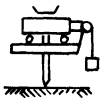
Otro grupo de propiedades mecánicas de las rocas (a veces denominadas como propiedades tecnológicas) deriva de los estudios de los fenómenos mecánicos ligados a las perforaciones en rocas, arranque y excavaciones mecánicas y con explosivos. Se trata principalmente de estudios que tienen como objetivo de evidenciar las propiedades destinadas a afectar la disgregación mecánica de las rocas bajo los más diferentes tipos de solicitaciones externas. En la figura 3 se esquematizan los ensayos más típicos usados para la determinación de estas propiedades.

También en este caso no es posible comentar extendidamente los ensayos

DUREZA

-Ensayo de impacto

Siebeck



Cristales

Mohs



- Ensayos de punzonado

Metales

Brinell — $\frac{P}{KD}$

Vickers

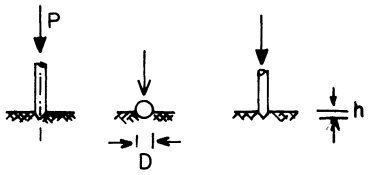
Rocwell

(Wickers) — $\frac{P}{h}$

Knoop

Epstein

Schreiner



N.B.C. Cone Indenter

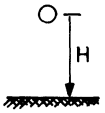
Punzonado confinado



- Ensayos de rebote

Shore

Schmidt



- Ensayos de perforabilidad

Protodyakonov

Sievers

Cerchar

Tolosa

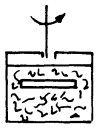


ABRASIVIDAD

-Ensayos de desgaste

"tolosa"

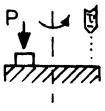
Cerchar



-Ensayos de molienda

Deval

Los Angeles

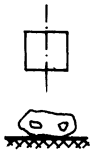


TENACIDAD

-Ensayos de fracturacion

Prolodyakonov

L.C.P.C.



PRINCIPALES ENSAYOS TECNOLOGICOS DE LABORATORIO EN ROCAS

FIG.-3-

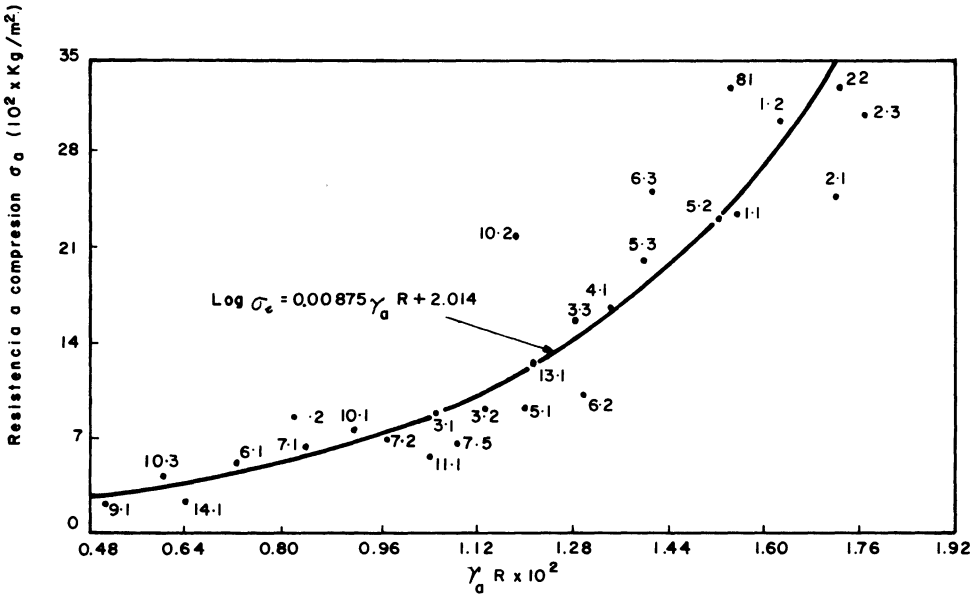
en mención. Cabe señalar que diversos estudios han mostrado que la dureza de las rocas medidas por el ensayo de indentación de Rockwell, el esclerómetro Shore o el aparato de impacto de Schmidt (energía del martillo en L = 0,74 m.kg) está relacionada con la resistencia a compresión simple y el módulo de elasticidad (módulo tangente para el 50% de la resistencia a compresión) para un gran número de rocas. La resistencia a compresión simple y el módulo de elasticidad se relacionan mejor con el producto de la dureza (valor Shore o Schmidt) por la densidad seca de la roca; la figura 4 muestra una correlación de este tipo. Se puede utilizar esta combinación de dureza y densidad seca para prever la resistencia a compresión simple o el módulo de elasticidad de un material, con un intervalo de confianza del 75%. Esto se ilustra en la misma figura que es un ábaco para determinar la resistencia a compresión simple a partir de la dureza Schmidt y la densidad seca.

PROPIEDADES MECANICAS DE LOS MACIZOS ROCOSOS

Del mismo título asignado a este escrito puede intuirse la existencia de una problemática especial relativa a la diferenciación que se ha querido enfatizar entre los términos de "rocas" y "macizos rocosos".

Al contrario de lo que sucede en todos los otros campos de la ciencia de las construcciones, en mecánica de rocas al lado del concepto de material, común a casi todos los otros materiales que se estudian en la Ingeniería (acero, concreto, madera, plástico, vidrio, etc.) se encuentra el concepto de masa natural, formación in situ, o macizo rocoso.
Con estos términos se denomina a la entidad natural en la cual o encima de la cual se quiere construír una estructura. De esta manera, en las masas naturales no hay una global homogeneidad, sino zonas de materiales con diferentes características fisico - mecánicas y superficies geológicas de discontinuidad orientadas de manera diferente en el espacio, que causan un comportamiento mecánico de tipo esencialmente anisótropo. La roca, entendida como material es en cambio una muestra representativa de las diferentes zonas de homogeneidad. De lo antes dicho, se puede ya intuir como las informaciones que se obtengan sobre el comportamiento de los materiales, aunque son muy útiles, no pueden en general ser directamente empleadas en los proyectos sin un adecuado análisis de las características de la masa natural.

Las propiedades mecánicas de una muestra inalterada ensayada en laboratorio pueden ser muy diferentes de las propiedades del macizo rocoso del que se ha extraído la muestra.
El comportamiento de un macizo rocoso sometido a una variación de esfuerzos viene determinado por las propiedades mecánicas del material o de los materiales rocosos que los constituyen, pero al mismo tiem-



Relación entre los valores medios de $\gamma_{a\,R}$ y la resistencia a compresión simple

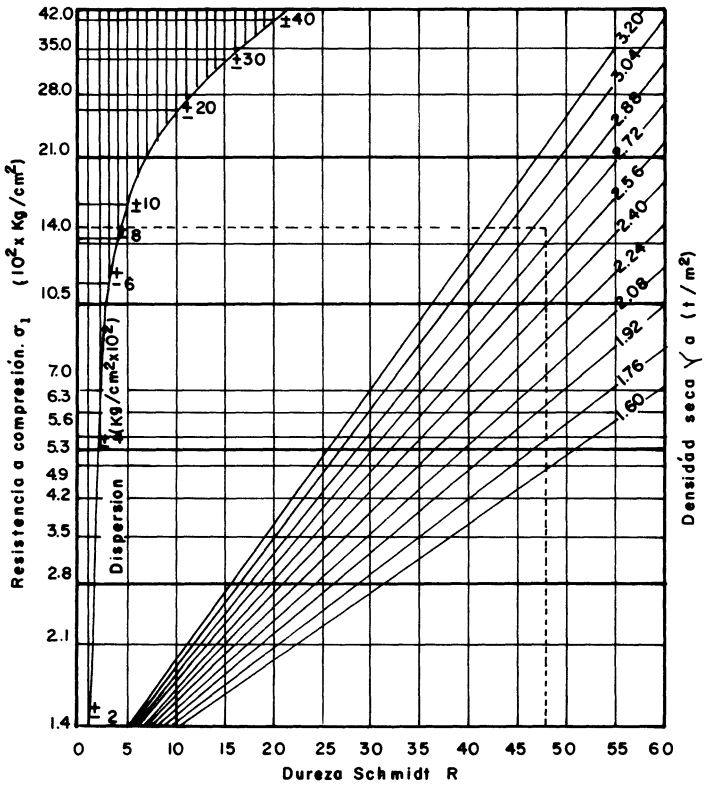


Diagrama de clasificacion de las rocas basado en la dureza Schmidt R

DUREZA DE LAS ROCAS

FIG.-4-

po y a menudo en forma determinante, por el número y naturaleza de las estructuras o discontinuidades geológicas existentes en el mismo. La importancia relativa de cada uno de estos factores depende principalmente de la relación entre las dimensiones de la obra de ingeniería a realizar y la separación entre las discontinuidades, en una palabra del "factor escala".

Las singularidades estructurales más comunes son las diaclasas, los planos de estratificación y esquistosidad y las fallas. Debido a que constituyen discontinuidades planas o quasi-planas tienen un importante efecto anisótropo sobre las propiedades del macizo rocoso.

Es importante representar cuidadosamente todas estas estructuras geológicas indicando su emplazamiento, orientación (dirección y buzamiento) y separación. Deben también describirse las características físicas. Se ha advertido que, incluso en los testigos rocosos obtenidos por perforación con diamante, puede observarse la abertura e irregularidad de las superficies de discontinuidad así como el tipo de material de relleno entre o a lo largo de superficies adyacentes, siendo conveniente registrar estos datos. Los términos abierto o cerrado pueden aplicarse para describir el grado de abertura; plano, curvo o irregular para señalar la homogeneidad del perfil; y pulida, lisa o rugosa para indicar la textura superficial. También deberían obtenerse valores numéricos siempre que fuera posible medirlos.

Los reconocimientos de campo pueden dar resultados muy útiles respecto a las características citadas. Sin embargo, debe tenerse cuidado en no sacar conclusiones erróneas de las medidas, por las razones siguientes: en primer lugar, los afloramientos pueden no ser lo suficientemente numerosos para proporcionar una muestra representativa estadísticamente; en segundo lugar, las discontinuidades principales, como fallas o zonas de fallas múltiples, pueden no ser visibles por efecto de la erosión o una meteorización profunda que las haya enmascarado; en tercer lugar, los afloramientos pueden no tener una exposición tridimensional suficiente para permitir determinar el número real y la separación de todas las discontinuidades y, por último, las discontinuidades profundas pueden diferir considerablemente de las que aparecen superficialmente. Por estas razones, suele ser conveniente realizar los levantamientos no sólo en la superficie sino en pozos de reconocimiento, galerías y sondeos.

Los datos obtenidos por observación directa de las discontinuidades geológicas pueden representarse de dos formas básicamente diferentes: como un plano de situación real, con las distintas singularidades estructurales identificadas en lo referente a su tipo, características físicas, orientación y emplazamiento, y como diagramas estadísticos señalando las frecuencias relativas de las discontinuidades de dife-

rentes orientaciones encontradas en el lugar.
Ambos sistemas tienen sus ventajas y también sus limitaciones.

El primer tipo de representación es preferible para un empleo general. Permite dibujar secciones transversales de cualquier zona especialmente crítica de una obra, como un estribo, un desmonte escarpado o las paredes de una gran excavación subterránea, permitiendo ver inmediatamente cualquier discontinuidad orientada peligrosamente. La ausencia de una estructura geológica de orientación crítica en tales secciones no significa necesariamente que no pueda existir; únicamente quiere decir que no fue advertida en el programa de reconocimiento. Deben examinarse los datos de las zonas circundantes para ver sí, estadísticamente, puede tener alguna probabilidad de presentarse una discontinuidad crítica.

La situación real de las singularidades puede representarse en un plano: para los pozos y galerías de reconocimiento se recomiendan las secciones desarrolladas. La orientación se suele representar mediante un símbolo apropiado de dirección y buzamiento. El diagrama cuadrado de Muller constituye también una forma gráfica excelente para representar los datos.

Los diagramas estadísticos pueden ser de diversos tipos. Los dos más comunes son la roseta de diaclasas y la proyección estereográfica (Figura 5).
La ventaja del diagrama estadístico es que permite reunir un gran número de observaciones dispersas en torno a un origen único, componiendo una figura de la que se pueden sacar conclusiones. El diagrama estadístico es útil para obtener una indicación sobre las condiciones "medias". En algunos casos puede servir para definir las direcciones de excavación, etc., haciendo mínimos los problemas de estabilidad. Debe señalar una vez más, sin embargo, que el factor más importante en un determinado emplazamiento suele no ser el estado "medio", sino la presencia de una estructura geológica de orientación crítica como una zona milonitizada, una falla o una diaclasa principal.

Pasando ahora directamente al problema de las propiedades mecánicas de los macizos rocosos, se trata nuevamente de los dos grupos de las principales características mecánicas que se han definido para las rocas como material: características de resistencia y características de deformabilidad. Cabe quizá señalar que en este caso, el del macizo rocoso, hay por lo menos una característica más de notable importancia que es la de la permeabilidad. En efecto la permeabilidad de la roca como material, ligada esencialmente a la porosidad de ésta, reviste en la práctica una importancia muy a menudo secundaria, especialmente en el contexto de las estructuras a escala real que siem-

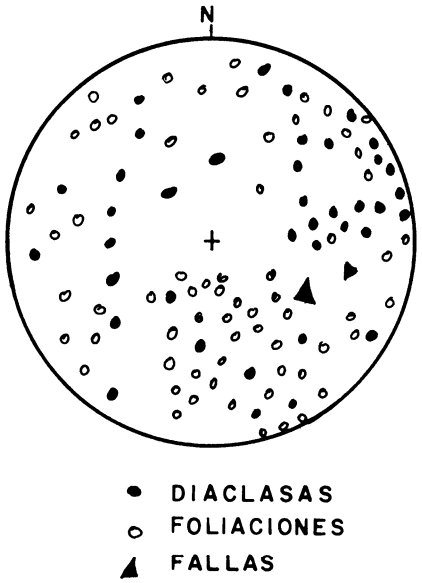


DIAGRAMA DE CONCENTRACION DE POLOS

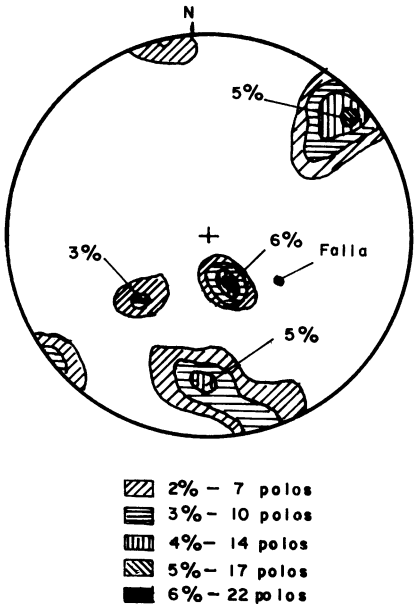
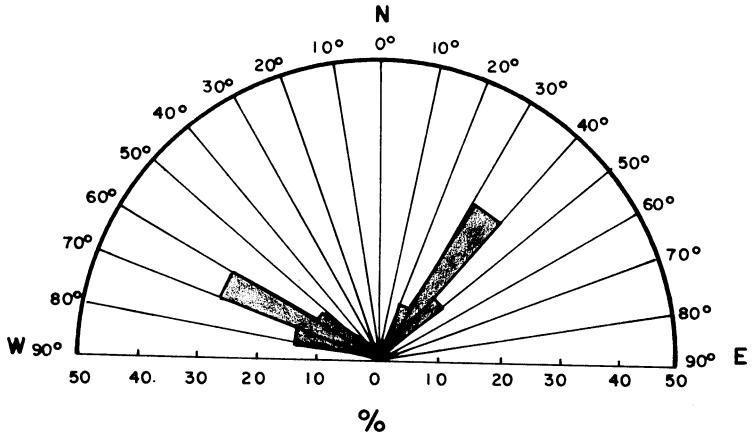
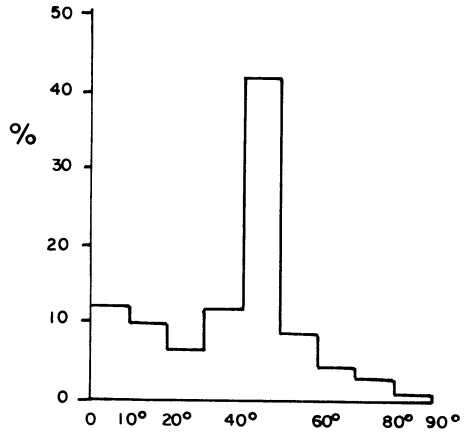


DIAGRAMA DE CONTORNOS DE POLOS



ROSETA DE RUMBOS



HISTOGRAMA DE BUZAMIENTOS

REPRESENTACION DE DATOS GEOESTRUCTURALES

FIG.-5-

pre interesan los macizos rocosos que están fracturados y cuyo comportamiento hidraúlico resulta en consecuencia directamente ligado a la circulabilidad de los líquidos en estas fracturas y, solamente en parte mínima y casi siempre despreciable, a la porosidad de los materiales.

Ahora bien, aunque la manera más directa y eficaz de determinar las características mecánicas de resistencia y deformabilidad de un macizo rocoso, es mediante la realización de ensayos mecánicos in situ, hay que subrayar las notables dificultades técnicas y económicas que siempre están ligadas a estos tipos de ensayos cuyas dimensiones deberían ser las más grandes posibles para así dar lugar a resultados verdaderamente representativos del comportamiento de conjunto de un macizo rocoso.

Es por esta razón que estos ensayos in situ aún no pueden considerarse que tengan un carácter rutinario, y es en consecuencia de esto que se ha intentado definir unos parámetros índices del comportamiento mecánico de un macizo que no necesiten, para su determinación, la realización de costosos y complejos ensayos in situ.

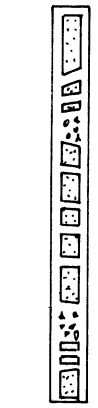
Se está hablando de aquellos parámetros comúnmente definidos como "índices de calidad del macizo rocoso", algunos de los cuales, hoy en día han logrado una aceptación general y consecuente difusión por estar caracterizados por las siguientes propiedades: sencillez y rapidez de ejecución, repetibilidad, posibilidad de buena correlación con las más importantes características mecánicas y facilidad en permitir la definición del macizo rocoso en el marco de las más comunes clasificaciones en uso (ver párrafo siguiente).

A manera de ejemplos se definen y comentan dos entre los principales índices de calidad en uso: el "R.Q.D." (Rock Quality Designation), y el índice de las velocidades "Iv".

El índice de calidad (RQD) se basa en la recuperación modificada de testigo, que a su vez depende indirectamente del número de fracturas y del grado de debilitamiento o alteración del macizo rocoso, según se puede observar por los testigos extraídos de un sondeo. En lugar de contar las fracturas, se obtiene una medida indirecta sumando la longitud total de testigo pero considerando únicamente aquellos trozos de testigo de longitud igual o superior a 10 cm., en estado sano y compacto (figura 6). Se ha visto que el RQD es un índice más sensible y consistente de la calidad general de una roca que el porcentaje de recuperación total.

Si el testigo se ha roto por el manejo o por el proceso de perforación (por ejemplo, cuando se aprecian superficies de fractura recien

Longitud de testigo recuperado (cm)	Recuperación modificada (cm)
25	25
5	
5	
8	
10	10
12	12
8	
10	10
15	15
10	
5	
15	15
128	87



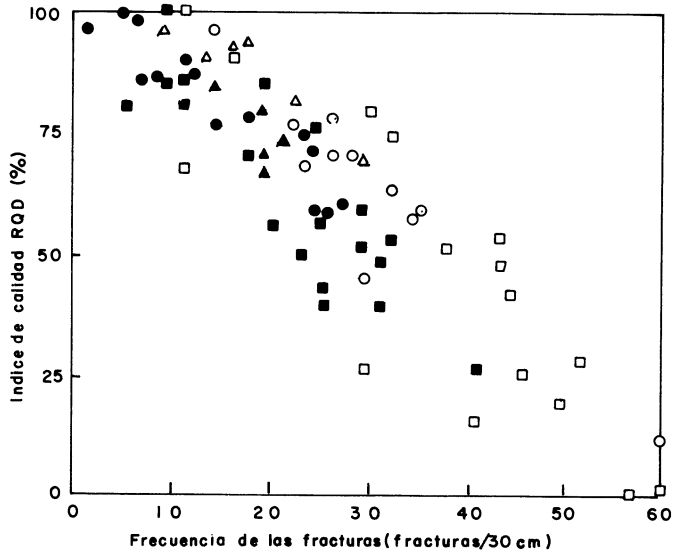
Recuperación = 128/150 = 85%

RQD 87/150 = 58%

La recuperación modificada de testigo como indice de calidad de una roca

Relación entre el RQD y la calidad de la roca

Indice de calidad (RQD) (%)	Calidad
0-25	Muy mala
25-50	Mala
50-75	Regular
75-90	Buena
90-100	Excelente



Correlación entre los indices de calidad de las rocas: frecuencia de las fracturas y RQD

INDICES DE CALIDAD DE LOS MACIZOS ROCOSOS

FIG. -6-

tes y regulares en lugar de diaclasas naturales), se juntan los trozos partidos y se cuentan como una pieza única, siempre que alcancen la longitud requerida de 10 cm.

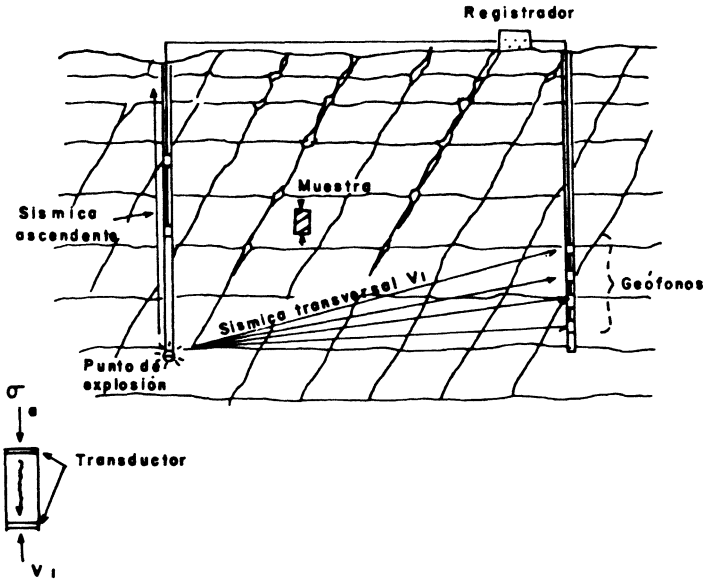
Es necesario un cierto criterio en el caso de las rocas sedimentarias o rocas metamórficas estratificadas, no siendo tan exacto el método en estos casos como en las rocas ígneas, calizas en estratificación gruesa, areniscas, etc. Sin embargo, el método se ha aplicado con éxito incluso en pizarras, aunque era necesario medir los testigos inmediatamente después de extraerlos del sondeo y antes de que comenzara el desmenuzamiento y disgregación al aire.

Evidentemente este método es muy rígido para la roca cuando la recuperación es escasa, si bien una escasa recuperación suele indicar una pobre calidad de la roca. Pero esto no siempre es cierto, sin embargo, ya que un equipo de perforación o una técnica deficientes pueden también dar lugar a recuperación escasa. Por esta razón, se requiere una batería de sondeo de doble tubo de diámetro mínimo NX (54 mm.), siendo fundamental una adecuada vigilancia de la perforación.

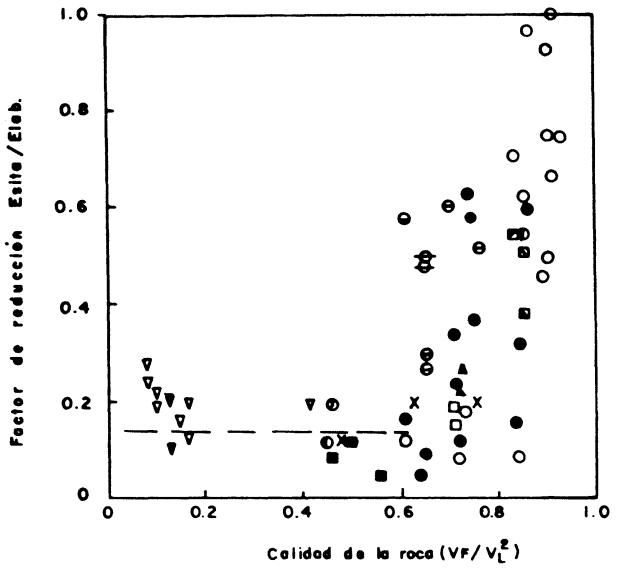
Por simple que parezca el procedimiento, se ha encontrado que existe una correlación bastante buena entre los valores numéricos del RQD y la calidad general de la roca a efectos prácticos de ingeniería.

El efecto de las discontinuidades del macizo rocoso puede estimarse comparando la velocidad in situ de ondas de compresión con la velocidad sónica determinada en laboratorio para un testigo inalterado extraído de la misma roca. La diferencia entre ambas velocidades se debe a las discontinuidades estructurales que existen en el terreno. Se propuso entonces como criterio de calidad el cuadrado del cociente de velocidades o velocidad relativa $(V_F/V_L)^2$ donde V_F y V_L son las velocidades de la onda de compresión para el macizo rocoso in situ y para el testigo inalterado respectivamente. Para una roca masiva de excelente calidad, con sólo unas pocas diaclasas cerradas, la velocidad relativa debe ser próxima a la unidad. Al aumentar el grado de diaclasado y fracturación, la velocidad relativa disminuye a valores inferiores a la unidad. (Figura 7).

La velocidad sónica se determina en laboratorio con un testigo sometido a una tensión axial igual a la sobrecarga de peso propio calculada para la profundidad a la que se tomó la muestra, y con una humedad equivalente a la supuesta para la roca in situ (es decir seca o saturada). Preferentemente la velocidad sísmica en el terreno debe determinarse por la velocidad ascendente en un sondeo o la transversal entre sondeos o galerías de reconocimiento próximas, ya que con



La velocidad relativa (V_F / V_L) como indice de la calidad de una roca



Variación del factor de reducción con la calidad de la roca

INDICES DE CALIDAD DE LOS MACIZOS ROCOSOS

FIG.-7-

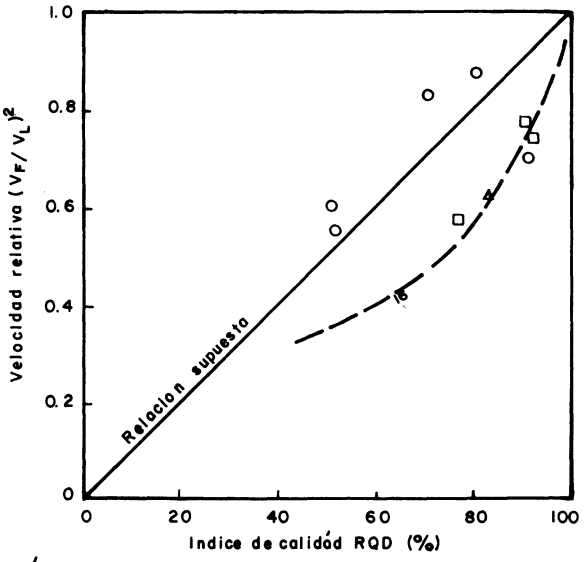
estas medidas se pueden reconocer zonas particulares homogéneas con más precisión que con la sísmica de refracción superficial.

Existe también una correlación entre el cuadrado de la velocidad relativa $(V_F/V_L)^2$ y el RQD. De los limitados datos recogidos se deduce que el cuadrado de la velocidad relativa puede utilizarse de forma equivalente al RQD en estudios de ingeniería. Sin embargo, se requiere un mayor número de datos para ampliar el conocimiento de la relación existente entre ambos índices de calidad. Y finalmente, quizá lo más importante es la existencia de buenas correlaciones entre los índices de calidad definidos y algunas entre las principales características de resistencia del macizo rocoso. (Figura 8).

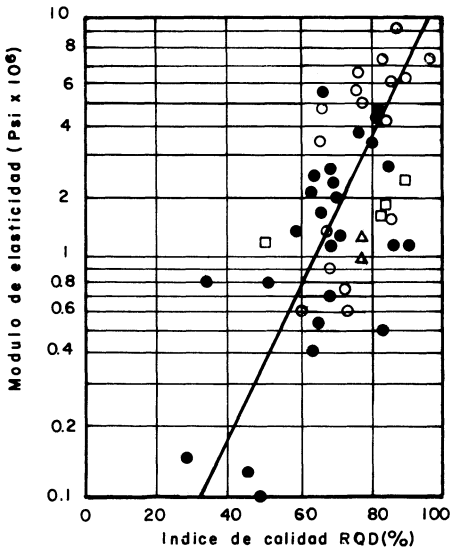
La determinación directa de las características mecánicas de los macizos rocosos mediante la realización de ensayos in situ es, a pesar de lo comentado con respecto a la utilización de los índices de calidad, el procedimiento recomendable y necesario en las etapas de proyecto y para obras de cierta envergadura para las cuales es fundamental el conocimiento preciso del comportamiento mecánico del macizo rocoso. Así como se anticipó, se trata fundamentalmente de tres grupos de ensayos para la determinación de las tres principales propiedades mecánicas: de deformabilidad, de resistencia y de permeabilidad.

Las variaciones de las condiciones naturales impuestas en un macizo rocoso por las más comunes intervenciones de la ingeniería, interesan generalmente un volúmen de roca generalmente grande. Estas intervenciones producen en definitiva una variación del estado tensional existente y en consecuencia una deformación de la porción del macizo rocoso interesada por dicha variación. La frecuencia y naturaleza de las discontinuidades geológicas dentro de la zona afectada, constituyen factores importantes que determinan en gran parte las propiedades de deformabilidad del macizo rocoso. El único método que puede emplearse para conseguir una estimación razonable de efecto de estas discontinuidades, así como los valores numéricos de los módulos de deformación, es un ensayo de carga a gran escala. La zona cargada debe ser suficientemente grande para abarcar un volúmen de roca que contenga discontinuidades suficientes para ser representativo del macizo rocoso.

Existen dos métodos básicos para determinar la deformabilidad de los macizos rocosos: los denominados métodos estáticos y los dinámicos. En los primeros se aplican cargas estáticas relativamente grandes sobre superficies seleccionadas del macizo rocoso y se miden las deformaciones resultantes. En los ensayos dinámicos se mide la velocidad de propagación de perturbaciones vibratorias inducidas artificialmen



Correlación entre la velocidad relativa y el indice de calidad RQD



Correlación entre RQD y modulo de elasticidad insitu

INDICES DE CALIDAD DE LOS MACIZOS ROCOSOS

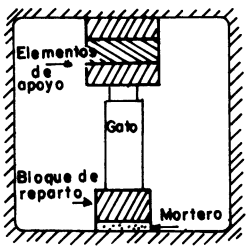
FIG.-8-

te en el macizo rocoso. Los resultados de todos estos ensayos muestran que el módulo de deformabilidad del macizo rocoso es siempre inferior al módulo determinado a partir de testigos de rocas. El módulo de los testigos inalterados, sin embargo, proporciona un límite superior del módulo del macizo en el caso en que las discontinuidades estén muy separadas y muy cerradas.

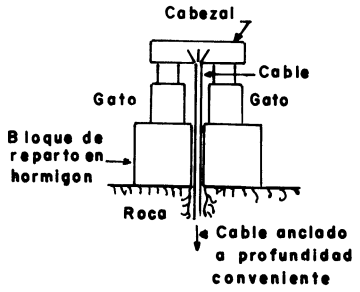
Al aumentar el grado de fracturación de la roca, el módulo de deformación del macizo se reduce a una pequeña fracción del módulo determinado a partir de muestras en laboratorio. (Ver la figura 7).

En la figura 9 se presenta la esquematización de algunos entre los más usados métodos de ensayos estáticos in situ para la determinación de las características de deformabilidad de los macizos rocosos. En esta ocasión, en cambio de describir detalladamente algunos de estos ensayos, es quizá más interesante comentar el procedimiento usado en la interpretación de los resultados de estos ensayos. Aunque, ciertamente, la roca no es ni homogénea ni elástica, se acostumbra interpretar los resultados de los ensayos a partir de la teoría de la elasticidad de la cual se derivan las relaciones matemáticas teóricas entre las variables involucradas: geometría, cargas, parámetros elásticos, deformaciones. Prácticamente en una relación de este tipo las incógnitas del problema las constituyen los parámetros de deformación, esencialmente el módulo de elasticidad "E" y el de Poisson " ν " ; la geometría es conocida y se miden con instrumentos apropiados las deformaciones producidas por determinados valores de las cargas aplicadas. La justificación de este procedimiento radica en el hecho de que, con cargas moderadas, las relaciones tensiones-deformaciones son aproximadamente lineales, resultando de importancia secundaria las características de fluencia. Sin embargo hoy en día, gracias al difundirse de los modernos métodos de cálculo numéricos, y especialmente del Método de Elementos Finitos, es posible proceder a la interpretación de los resultados de los ensayos mediante relaciones más realísticas entre las variables involucradas, y en particular asumiendo modelos más realísticos para la descripción del comportamiento esfuerzos - deformaciones de las rocas.

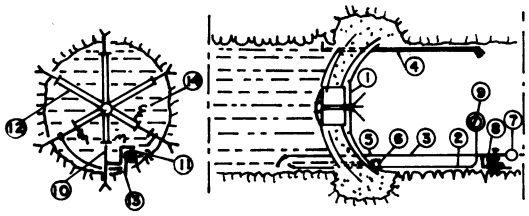
Para lo que en cambio se refiere a los métodos dinámicos, la interpretación se basa sobre la correlación existente entre módulos elásticos y velocidad de propagación de ondas de sonido para un medio de densidad conocida. Cuando se aplica un impulso dinámico a la superficie de un sólido semi-indefinido, la energía se irradia desde la fuente emisora en forma de dos tipos diferentes de impulsos vibratorios elásticos (se propagan también otras perturbaciones, pero éstas no interesan aquí). El más rápido de estos impulsos sólo origina desplazamientos de las partículas del material en la dirección de avance de la perturbación y se denomina onda longitudinal o



Ensayo de carga en un túnel



Ensayo con cable de anclaje



1- Agujero de hombre
2 Tubo del manómetro
3 Entrada de agua
4 Salida de aire
5 Tuberia de cable
6 Registro estanco
7 Medidor de caudal
8 Salida de agua
9 Manometro
10 Medidor de cuerda vibrante
11 Camara equilibradora de la presión de aire
12 Varillas de invar
13 Tubo equilibrador de presiones
14 Cable

Ensayo de presión hidráulica en galeria

ENSAYOS DE DEFORMABILIDAD EN SITIO

FIG.-9-

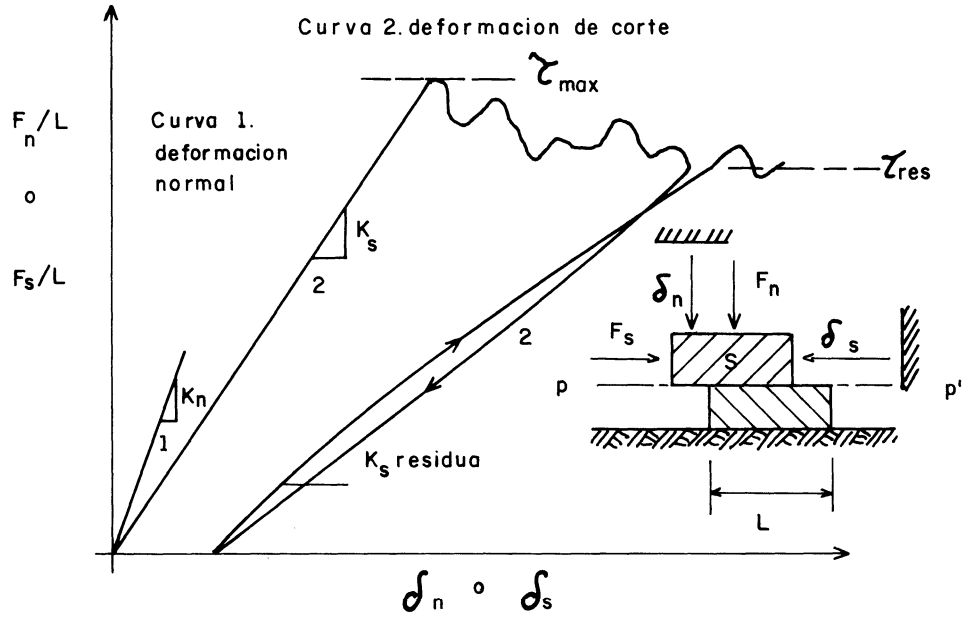
de compresión. La segunda onda es la transversal o de cillazamiento que da lugar a un desplazamiento de las partículas normal a la dirección de avance. Las velocidades de estas ondas en un medio elástico isotropo son simplemente funcuión de "E", " ν " y la densidad del medio. En la interpretación del ensayo los dos módulos de elasticidad son las incógnitas mientras que se miden las dos velocidades y la densidad del medio. (Ver la figura 7).

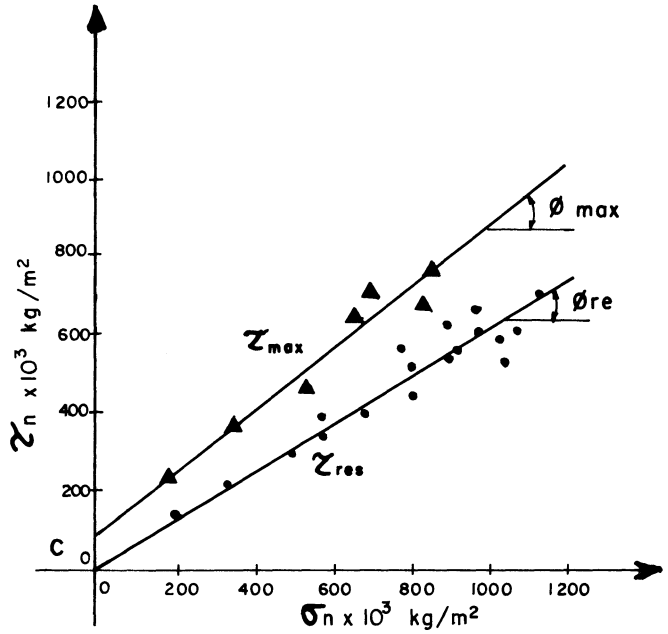
Generalmente no suele ser posible determinar directamente el módulo de Poisson a partir de los ensayos, aunque se precisa un valor de este módulo en las ecuaciones que sirven para interpretar los ensayos. Sin embargo se suele suponer, que el valor de " ν " es menor que 0.25 reduciendo de esta forma a una sola las incógnitas y cualquier variación, dentro de estos límites que son siempre pequeños, tendrá escaso efecto sobre los cálculos. Desde un punto de vista práctico, la transmisión de la deformación lateral en un macizo rocoso, debido a las deformaciones directas producidas por las cargas, estará limitada probablemente por la presencia de fisuras en las roca, justificando así el bajo valor del módulo de Poisson adoptado.

De las características de resistencia, la única en poseer interés para su determinación mediante ensayos in situ, es la resistencia al corte a lo largo de superficies de menor resistencia (discontinuidades geológicas). En efecto, aunque en principio podría hablarse de ensayos in situ para la determinación de las resistencia a la compresión simple, o tracción simple, etc. en la práctica estas determinaciones no tienen interés, debido a que: en un caso (compresión) la rotura efectivamente debida a solicitaciones de compresión, para un macizo rocoso, presenta valores confrontables con los de los ensayos de laboratorio correspondientes; en el otro caso (tracción) la resistencia efectiva a las solicitaciones de tracción en un macizo rocoso es prácticamente nula, por poseer siempre el macizo diaclasas y fracturas en general, las mismas que no pueden oponer resistencia alguna a tracciones en direcciones pseudo - perpendiculares a sus planos geométricos.

Es interesante definir los parámetros de resistencia al corte y las características de deformabilidad asociadas con las discontinuidades. Un bloque de roca ("S" en la figura 10) conteniente la superficie de discontinuidades (p -p') se sujeta a una fuerza normal F , manteniéndola constante durante el transcurso de la prueba, y a una fuerza tangencial Fs, en la dirección (p - p') que se aumenta gradualmente hasta obtener el escurrimiento a lo largo de la discontinuidad.

Se miden los desplazamientos δn y δs en dirección respectivamente perpendicular y paralela al plano de discontinuidad. Las curvas que se ob





ENSAYOS DE CORTE DIRECTO PARA DISCONTINUIDADES

FIG.-10-

tienen son del tipo indicado en la figura 9 en la que se supone, por sencillez, que la discontinuidad (p - p') tenga un espesor constante y largo L.

De especial interés, para la determinación de las características de resistencia al corte, son sea el valor de pico sea el residual de la curva Fs/L VS. δs; estos valores generalmente se denominan con τmax y τ res.

Una vez que se hayan realizado un número suficiente de pruebas de corte como la descrita, sobre el mismo tipo de discontinuidad y para diferentes valores de la presión normal $\sigma n = Fn/L$, se pueden reportar sobre un diagrama τn - σn, para cada uno de los valores de σn, los valores de τmax y $\tau tres$. De esta forma se pueden obtener diagramas del tipo indicado en la misma figura 10 que permiten deducir importantes conclusiones sobre la descripción del comportamiento de las superficies de discontinuidad en el interior de los macizos rocosos y definiendo los valores picos y residuales de los parámetros de resistencia al corte: fricción $\emptyset$ y cohesión c.

CLASIFICACION DE ROCAS Y MACIZOS ROCOSOS

La concepción ingenierística con la que se mira a las rocas y a los macizos rocosos, afecta inmediatamente los criterios de clasificación para aquellos, no pudiéndose adoptar la clasificación geológica (genética y química) por las razones que se comentaron al principio.

En las rocas compactas y continuas, muy a menudo es suficiente para los fines aplicativos, simplemente una clasificación del material.

Entre las conocidas de estas se puede considerar como más aceptada y difundida la propuesta por Deere y Miller (1966), motivada en principio por el interés en estandandizar los ensayos mecánicos de laboratorios en rocas y basada en dos propiedades básicas del material: la resistencia a compresión simple y el módulo de elasticidad tangente. La roca se clasifica en una de las cinco categorías de resistencia indicadas en la tabla anexa, identificadas con una letra mayúscula de A a E y cuyos rangos siguen una progresión geométrica. Para lo que se refiere al módulo de elasticidad, se utiliza la relación con la resistencia a la compresión simple definida " módulo relativo ".

Basándose en el módulo relativo se identifican tres categorías también identificadas con tres letras mayúsculas de H a M según los rangos indicados en la misma tabla. Finalmente las rocas se clasifican según los dos parámetros al mismo tiempo identificándose con una doble letra:

AM, BL, BH, CM, etc.

También puede emplearse una representación gráfica de esta clasificación de la cual se reporta un ejemplo en la figura 11.

Aunque la clasificación de la roca como material tenga mucho interés práctico, por lo menos en lo que se refiere a un primer acercamiento de los materiales que constituyen una formación, se hace indispensable para los fines ingenierísticos clasificar las rocas también en su conjunto de macizo puesto que, así como se lo ha explicado antes, es el comportamiento mecánico del macizo natural que controla de manera determinante la geomecánica de una estructura real.

En el transcurso de estos pocos años de existencia de la mecánica de rocas, se han propuesto muchísimas clasificaciones en este sentido, aunque en la casi totalidad de los casos, con referencia a aplicaciones específicas (esencialmente túneles). Desde el examen sumario de todas aquellas, se puede notar la progresiva transición desde definiciones completamente descriptivas y cualitativas, a evaluaciones más cuantitativas e ingenierísticas con obvias ventajas prácticas de una mayor objetividad y mejor definición de una calidad estrechamente mecánica.

Entre las más recientes proposiciones merece ser mencionada, a manera de ejemplo la clasificación geomecánica de Bieniaswki. Se define un nuevo índice de calidad: " Rock Mass Roting " (R M R) para la cuantificación numérica de la calidad mecánica del macizo rocoso y se establecen una serie de 5 características físico - mecánicas para el macizo rocoso representativas de su comportamiento geomecánico, con referencia específica a los problemas de excavación y sostenimiento de túneles, pero también (y esta es otra novedosa ventaja de esta clasificación) a otros tipos de aplicaciones geotécnicas (taludes, fundaciones, etc.).

Para cada uno de estos cinco parámetros distribuídos en cinco rangos posibles, se asigna una puntuación numérica al macizo rocoso y el R. M.R. es la suma de estas puntuaciones cuyo valor (variable entre 0 y 100) define la clase del macizo entre cinco rangos posibles (tabla anexa). Es interesante notar que mediante este procedimiento se asigna diferente peso a los diferentes parámetros considerados debido a que los valores numéricos varían en cada caso para los mismos cinco rangos previstos.

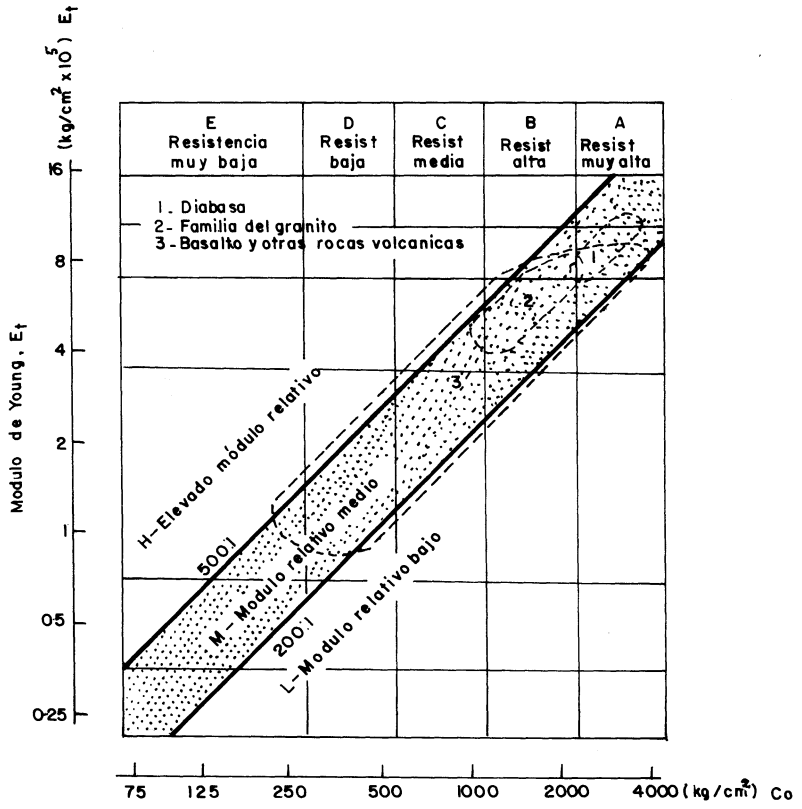
Adicionalmente se toma en cuenta un sexto parámetro que es tratado como factor correctivo por la orientación de las discontinuidades, haciendo ya directa referencia al específico problema tratado.

I. Basada en la resistencia a compresión simple (Co).

Clase	Descripción	Resistencia a compresión simple (kg/cm^2)
A	Resistencia muy alta	> 2.250
B	Resistencia alta	1.120-2.250
C	Resistencia media	560-1.120
D	Resistencia baja	280-560
E	Resistencia muy baja	< 280

II. Basada en el módulo relativo (Et/Co)

Clase	Descripción	Módulo relativo
H	Elevado modulo relativo	> 500
M	Módulo relativo medio	200-500
L	Modulo relativo bajo	< 500



CLASIFICACION DE LA ROCA INTACTA

FIG. - 11 -

Clasificación geomecánica de Bieniawski (1979)

A. PARAMETROS DE CLASIFICACION

1	Resistencia de la roca sana	Ensayo de 1 punto	> 100 kp/cm²	40-80 kp/cm²	20-40 kp/cm²	10-20 kp/cm²	Compresión simple (kp/cm²)		
		C. simple	> 2.500 kp/cm²	1.000-2.500 kp/cm²	500-1.000 kp/cm²	250-500 kp/cm²	50-250	10-50	< 10
	Valoración		15	12	7	4	2	1	0
2	RQD		90 %-100 %	75 %-90 %	50 %-75 %	25 %-50 %	< 25 %		
	Valoración		20	17	13	8	3		
3	Separación entre diaclasas		> 2 m	0,6-2 m	0,2-0,6 m	0,06-0,2 m	< 0,06 m		
	Valoración		20	15	10	8	5		
4	Estado de las diaclasas		Muy rugosas Discontinuas Sin separaciones Bordes sanos y duros	Ligeramente rugosas Abertura < 1 mm Bordes duros	Ligeramente rugosas Abertura < 1 mm Bordes blandos	Espejos de falla o con relleno < 5 mm o abiertas 1-5 mm Diacl. continuas	Relleno blando > 5 mm ó abertura > 5 mm Diacl. continuas		
	Valoración		30	25	20	10	0		
5	Agua freática	Caudal por 10 m de túnel	Nulo	< 10 litros/min	10-25 litros/min	25-125 litros/min	> 125 litros/min		
		Relación Presión de agua / Tensión principal mayor	0	0,0-0,1	0,1-0,2	0,2-0,5	> 0,5		
		Estado general	Seco	Lig. húmedo	Húmedo	Goteando	Fluyendo		
	Valoración		15	10	7	4	0		

B. CORRECCION POR LA ORIENTACION DE LAS DIACLASAS

Dirección y buzamiento		*Muy favorables*	*Favorables*	*Medias*	*Desfavorables*	*Muy desfavorables*
Valoración para	Túneles	0	− 2	− 5	− 10	− 12
	Cimentaciones	0	− 2	− 7	− 15	− 25
	Taludes	0	− 5	− 25	− 50	− 60

C. CLASIFICACION

Clase	*I*	*II*	*III*	*IV*	*V*
Calidad	Muy buena	Buena	Aceptable	Mediocre	Muy mala
Valoración	100←81	80←61	60←41	40←21	< 20

TEXTOS GENERALES DE MECANICA DE ROCAS

- Mecánica de Rocas en la ingeniería práctica
Stagg - Zienkiewicz - Editorial Blume (1967).

- Fundamentos de Mecánica de Rocas
Cootes - Litoprint (1973).

- Rock Mechanics and the design of structures in rocks
Obert - Duvall - John Wiley (1967).

- Methods of Geological Engineering in discontinuas rocks
Goodman - Wets Publishing (1976).

- Fundamentals of Rock Mechanics
Jeeger - Cook - Chapman and Hall (1969).

- Meccanica delle Rocce
Giovanni Barla - CLUT (1974).

- La mecanique des roches
Talobre - Dunod (1967).

- Rock Mechanics
Goodman - Wets Publishings (1980).

Laboratorio de Mecánica de Rocas. Universidad Central de Venezuela.

GEOMEC

BOLETIN DE DIVULGACION GEOTECNICA

EL METODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS EN LAS APLICACIONES GEOTECNICAS

" INTERACCION TERRENO - ESTRUCTURAS DE CONTENCION "

GIANFRANCO PERRI

Nº 3

SEPTIEMBRE, 1981 caracas

En este número de " GEOMEC " reproducimos el texto preparado por el Prof. Gianfranco Perri, en ocasión del VI Seminario de Mecánica de Suelos (Octubre, 1980), sobre el tema de interacción suelo - estructura.

El contenido de este artículo se encuadra perfectamente en el marco del programa que hemos dedicado al tema de las " Aplicaciones del Método de los Elementos Finitos en Geotecnia " y que hemos venido introduciendo en una de las anteriores publicaciones de nuestro Boletín.

Al mismo tiempo nos complacemos en satisfacer de esta forma las solicitudes de reproducir este escrito, por parte de algunos participantes al Seminario, debido a que por razones técnicas, el mismo no pudo insertarse en las memorias que fueron publicadas.

Caracas, septiembre de 1981

EL METODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS EN LAS APLICACIONES GEOTECNICAS

" INTERACCION TERRENO - ESTRUCTURAS DE CONTENCION "

POR: GIANFRANCO PERRI (*)

(*) *Profesor de Mecánica de Rocas - Universidad Central de Venezuela*

CONTRIBUCION AL VI SEMINARIO VENEZOLANO DE MECANICA DE SUELOS. INTERACCION SUELO - ESTRUCTURAS ENTERRADAS Y MUROS.
EL METODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS.

POR: ING. GIANFRANCO PERRI A. (*).

Con mucho gusto he aceptado la invitación que me hiciera el Ing. Roberto Centeno de participar en calidad de panelista en esta sesión del VI Seminario Venezolano de Mecánica de Suelo, dedicada al tema de la Interacción Suelo - Estructuras enterradas y muros.

La invitación fue también muy explícita en el sentido del tema a tratar: El Método de los Elementos Finitos y sus aplicaciones en geotecnia. Finalmente una sola grandísima limitación: veinte minutos de tiempo para la exposición del tema.

Me encuentro así frente al dilema de escoger los aspectos a tratar, o mejor dicho a mencionar, en el utópico intento de lograr dar:

a) una intuición física al procedimiento matemático, notablemente complejo, que está a base de la formulación del método;
b) una idea de los alcances y limitaciones reales en las aplicaciones prácticas del método a problemas geotécnicos,
c) unos ejemplos lo más posible representativos.

INTRODUCCION

Existen diferentes formas de enfocar el problema de la presentación del M.E.F., unas más rigurosas que otras, unas más intuitivas que otras. En el intento de simplificar al máximo el problema, y en consideración de las características del auditorio constituído probablemente en su totalidad por Ingenieros Civiles, se presentará el M.E.F. como una simple extensión del conocido método de los desplazamientos (o de rigideces)

(*) Profesor de Mecánica de Rocas en la Universidad Central de Venezuela.

usado, en su formulación matricial, para la resolución de problemas clásicos del análisis estructural.

El más simple elemento estructural en que se puede pensar, es una viga prismática con eje rectilíneo y sección constante. En el método de los desplazamientos se define para cada elemento estructural su "rigidez" que expresa la relación existente entre las fuerzas (o componentes de las fuerzas y los desplazamientos (o componentes de los desplazamientos) en los extremos o nodos del elemento. Haciendo por ejemplo referencia al mencionado elemento prismático la rigidez, que en la formulación matricial es justamente una matríz $| K |$, liga entre ellos los componentes de las fuerzas (una matríz vector $\{ F \}$, con 12 componentes en el caso más general: 6 para cada nodo), y los componentes de los desplazamientos en los extremos (otra matríz vector $\{ \delta \}$ con igual número de componentes). (Figura 1).

$$\{ F \} = | K | \{ \delta \} \qquad (1)$$

Obviamente en unos casos particulares unas de las 144 (12 x 12) componentes de la matríz $| K |$, serán nulas; por ejemplo si los extremos del elemento son articulaciones en un sistema plano, podrán transmitirse solamente solicitaciones axiales y los vectores fuerzas y desplazamientos tendrán respectivamente 4 componentes cada uno (2 para cada nodo) mientras que la rigidez $| K |$ será en una matríz 4 x 4.

Igual significado físico tiene la matríz de rigidez de una estructura compleja constituída por la unión de cierto número de elementos estructurales: representa la relación entre fuerzas y desplazamientos en todos los nodos de la estructura. Es fácil además demostrar que la rigidez de la estructura completa se obtiene mediante la simple y adecuada superposición o ensamblaje de las rigideces de todos los elementos que la constituyen; de manera que una vez que hayan sido definidas las rigideces de todos y cada uno de los elementos, es inmediada la deducción de la rigidez global de la estructura. (Figura 2).

Las incógnitas principales de un problema estructural analizado con el método de los desplazamientos son justamente los desplazamientos de la estructura (de los nodos de la estructura), de manera que una vez formulado en términos matriciales el problema cuya ecuación principal para toda estructura es:

$$\{ R \} = | K | \{ \delta \} \qquad (2)$$

se trata de calcular el vector $\{ \delta \}$, para lo cual los pasos fundamentales necesarios son los siguientes:

- Calcular la matríz de rigidez de cada elemento.
- Ensamblar la matríz de rigidez de la estructura.
- Introducir en la ecuación fundamental (2) los valores conocidos de fuerzas y desplazamientos (condiciones de contorno) y calcular (mediante inversión de la matríz $| K |$) los desplazamientos incógnitos.
- Calcular las fuerzas internas en los nodos de la estructura para cada elemento $\{ F \}$, usando la relación (1).

EL METODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

En una estructura contínua (no constituída o sea por un ensamblaje de elementos estructurales interconectados por un número discreto de puntos nodales) el verdadero número de puntos de interconexión es infinito y es en consecuencia difícil ver a primera vista como pueden discretizarse problemas de este tipo y ser tratados en la forma descrita anteriormente.

El concepto de elementos finitos justamente supera esta dificultad mediante la suposición que el medio contínuo real esté dividido en elementos ideales que cubren con su volumen todo el contínuo, y que estén interconectados solamente en un número finito de puntos nodales en los cuales se supone actúen unas fuerzas ficticias, representativas de los esfuerzos que realmente actúan en forma distribuída sobre los

contornos de los elementos.

Una vez que se demuestre ser aceptable una tal idealización, resulta claro como el problema pueda reducirse al de una estructura convencional y luego pueda resolverse con la metodología ya expuesta. Es de este punto de vista que el M.E.F. puede considerarse como una simple extensión del método matricial de los desplazamientos.

Para relacionar los desplazamientos nodales con las mencionadas fuerzas ficticias aplicadas en los nodos (punto este seguramente crucial en la definición del método) se supone el sistema de desplazamientos en el interior de cada elemento definido en función de los desplazamientos nodales y luego se aplican los conocidos teoremas de variaciones.

CARACTERISTICAS DE UN ELEMENTO FINITO TRIANGULAR (*)

Al puesto que derivar las características para un elemento finito general, se prefiere para sencillez de presentación, derivar las características para un elemento plano de forma triángular lo que permitirá en todo caso tener una visión completa del procedimiento fácilmente extendible a elementos de formas superiores. Se toma en consideración un ejemplo sencillo de una estructura plana constituída por una plancha delgada y se divide la región en elementos triangulares.

---

* El contenido de este párrafo está resumido y esquematizado en el flujograma de la figura 4 al que se envía para una consulta más rápida.

Se pasarán en reseña los pasos principales de la formulación del mé todo que son:

- la función de los desplazamiento.
- la deformación y los esfuerzos.
- la rigidez y las fuerzas nodales.

a) La función de los desplazamientos.

La figura 3 muestra el elemento triángular típico considerado, con los nodos i, j, m, numerados en sentido antihorario.

Los desplazamientos de un nodo tienen dos componentes

$$\delta i = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix}$$

y los seis componentes de los desplazamientos del elemento se agrupan en un vector

$$\{ \delta \}^e = \begin{Bmatrix} \delta_i \\ \delta_j \\ \delta_m \end{Bmatrix}$$

Los desplazamientos interiores a un elemento han de quedar definidos unívocamente por esos seis valores. La representación más sencilla viene dada evidentemente por dos polinomios de primer grado.

$$u = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y$$
$$v = \alpha_4 + \alpha_5 x + \alpha_6 y$$

Se pueden calcular fácilmente las seis constantes α resolviendo los dos sistemas de tres ecuaciones simultáneas que se obtienen al sustituir las coordenadas de los nodos e igualar las expresiones resultan

tes a los desplazamientos correspondientes a los nodos. Escribiendo por ejemplo:

$$u_i = \alpha_1 + \alpha_2 x_i + \alpha_3 y_i$$
$$u_j = \alpha_1 + \alpha_2 x_j + \alpha_3 y_j$$
$$u_m = \alpha_1 + \alpha_2 x_m + \alpha_3 y_m$$

Se puede calcular fácilmente α_1, α_2 y α_3 en función de los desplazamientos nodales u_i, u_j y u_m para obtener finalmente:

$$u = \frac{1}{2A} \{(a_i + b_i x + c_i y)\, u_i + (a_i + b_i x + c_i y) u_j + (a_m + b_m x + c_m y) u_m\}$$

donde:

$$a_i = x_j y_m - x_m y_j$$
$$b_i = y_j - y_m = y_{jm}$$
$$c_i = x_m - x_j = x_{mj}$$

obteniéndose los otros coeficientes mediante permutación cíclica de los subíndices i, j, m, y donde:

$$2A = \det \begin{bmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_m & y_m \end{bmatrix} = 2 \text{ (área del triángulo ijm)}$$

Puesto que las ecuaciones para el desplazamiento vertical son similares, se obtiene igualmente que

$$v = \frac{1}{2A} \{(a_i + b_i x + c_i y) v_i + (a_i + b_j x + c_i y) v_j + (a_m + b_m x + c_m y) v_m\}$$

En términos matriciales puede escribirse

$$\{U\}^e = \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix}^e = [N]\ \{\delta\}^e$$

siendo $[N]$ la matríz de función de desplazamiento; ésta así como ha sido elegida en este caso, garantiza automáticamente la continuidad de desplazamientos entre elementos adyacentes al imponer los mismos desplazamientos en los nodos para dos elementos contiguos.

b) La deformación y los esfuerzos.

La deformación total en cualquier punto del elemento puede definirse mediante sus tres componentes que contribuyen al trabajo interno:

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon x \\ \varepsilon y \\ \gamma xy \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\delta}{\delta x} & , & 0 \\ 0 & , & \frac{\delta}{\delta y} \\ \frac{\delta}{\delta y} & , & \frac{\delta}{\delta x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = [L]\{U\}$$

Sustituyendo en esta la ecuación anterior se obtiene:

$$\{\varepsilon\} = [L]\ [N]\ \{\delta\} = [B]\ \{\delta\}$$

siendo $[B]$ la matríz de deformaciones dada por:

$$[B] = [L]\ [N] = \begin{bmatrix} \frac{\delta N}{\delta x} & , & 0 \\ 0 & , & \frac{\delta N}{\delta y} \\ \frac{\delta N}{\delta y} & , & \frac{\delta N}{\delta x} \end{bmatrix} = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} b & , & 0 \\ 0 & , & c \\ c & , & b \end{bmatrix}$$

de lo cual puede observarse como la $[B]$ sea independiente de la posi

ción del punto dentro del elemento y por consiguiente las deformaciones son constantes en todo el mismo.

A travez de la ley constitutiva $\{ \sigma \} = | D | \{ \varepsilon \}$ es a este punto fácil calcular la matríz de esfuerzos sustituyendo la ecuación encontrada para la $\{ \varepsilon \}$ obteniéndose:

$$\{ \sigma \} = | D | | B | \{ \delta \} = | S | \{ \delta \}$$

siendo $| S |$ la matríz de esfuerzos.

c) La rigidez y las fuerzas nodales.

El siguiente paso es el de la búsqueda de la relación entre desplazamientos y fuerzas nodales, o sea de la rigidez del elemento.

Lo antes ilustrado demuestra que la condición que los desplazamientos en todos los puntos del elemento sean función lineal de las coordenadas, ha llevado a deformaciones compatibles y esfuerzos en equilibrio.

Para calcular la rigidez y así definir las fuerzas ficticas nodales $\{ F \}$ que satisfagan a las condiciones de equilibrio, se determina el trabajo externo realizado por estas fuerzas equivalentes que en forma matricial se expresa.

$$L_E = \frac{1}{2} \{ \delta \}^T \{ F \}$$

La energía total de deformación del elemento vale:

$$W = \frac{1}{2} \int_V \{ \varepsilon \}^T \{ \sigma \} \, d V$$

siendo V el volúmen del elemento.

Ahora bien se puede escribir:

$$\{ \varepsilon \}^T = \{ \delta \}^T \; | \; B \; |^T$$

y entonces:

$$W = \frac{1}{2} \int_V \{ \delta \}^T \; | \; B \; |^T \; | \; D \; | \; | \; B \; | \; \{ \delta \} \; d \; V$$

Igualando el trabajo externo con la energía total de deformación, se obtiene la ecuación de equilibrio:

$$\{ \delta \}^T \; \{ F \} = \{ \delta \}^T \int_V | \; B \; |^T \; | \; D \; | \; | \; B \; | \; \{ \delta \} \; d \; V$$

$$\{ F \}^e = | \; K \; |^e \; \{ \delta \}^e$$

con:

$$| \; K \; |^e = \int_V | \; B \; |^T \; | \; D \; | \; | \; B \; | \; d \; V$$

que es la matríz de rigidez del elemento que pone en relación los desplazamientos nodales con las fuerzas internas en los nodos.

Puede además observarse que | B | y | D | son independientes de las coordenadas y luego pueden salir del integral hasta obtener:

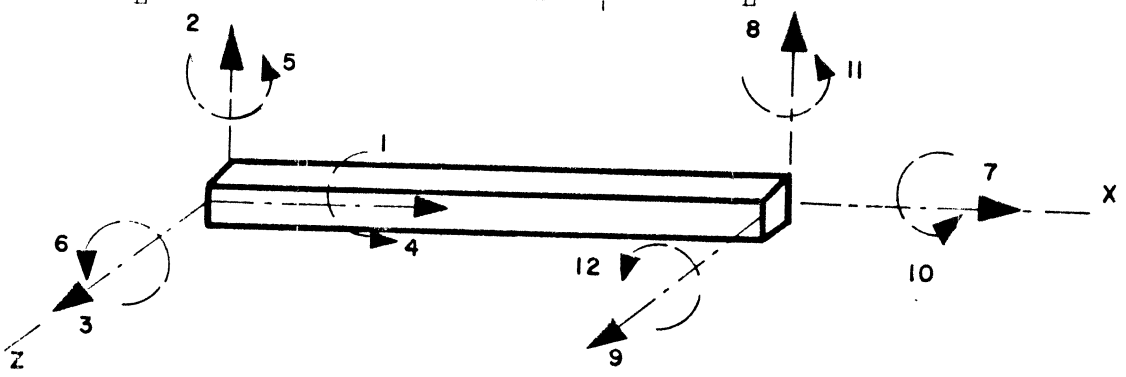
$$| \; K \; |^e = | \; B \; |^T \; | \; D \; | \; | \; B \; | \; t \; A$$

siendo " t " el espesor del elemento y " A " su área.

PRINCIPALES ALCANCES Y LIMITACIONES DEL M. E. F.

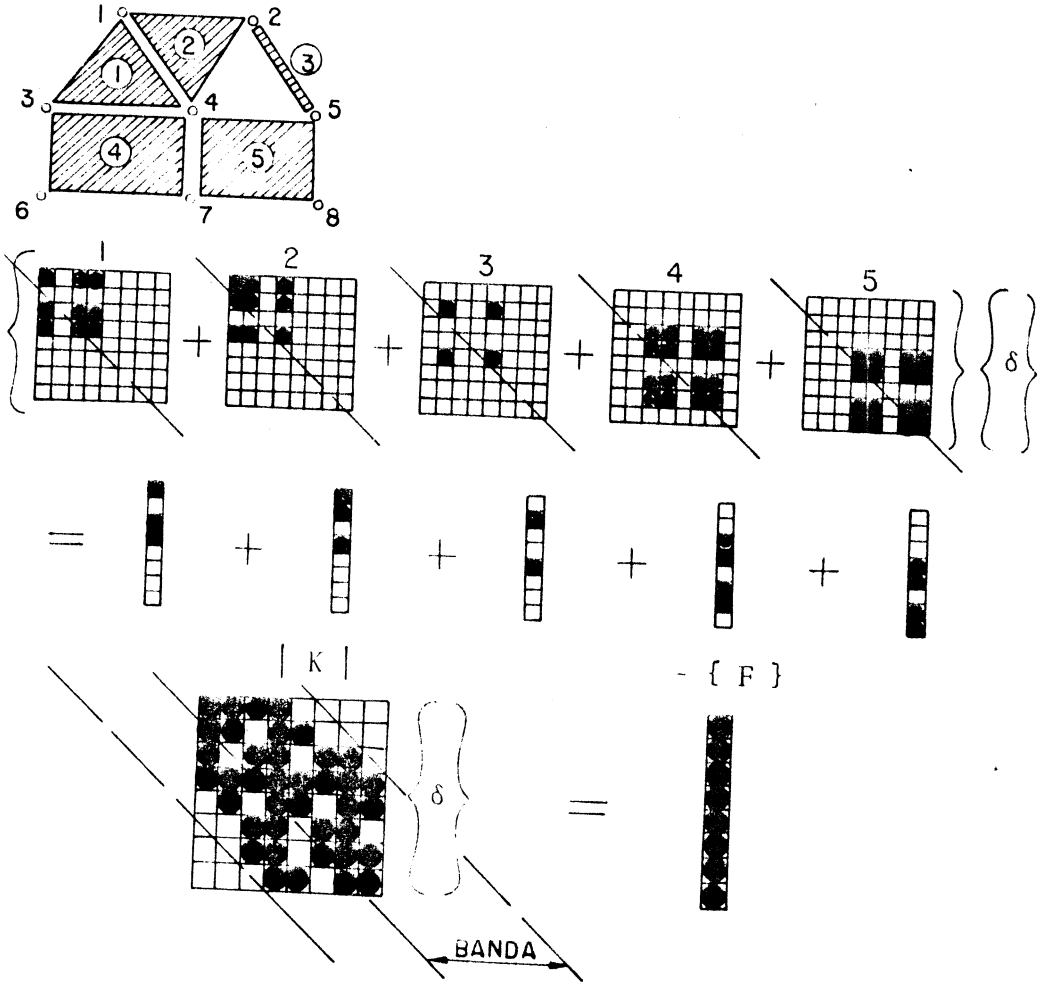
Este aspecto muy importante y complejo se presenta en forma extremadamente esquematizada mediante una serie de láminas anexas, enviando a la discusión la ampliación y complementación misma del tema. (Figs. 5-6-7).

$$|k| = \begin{array}{c|cccccccccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ \hline 1 & \frac{EA}{L} & & & & & & & & & & & \\ 2 & & \frac{12EI_z}{L^3} & & & & & & \text{Simétrica} & & & & \\ 3 & & & \frac{12EI_y}{L^3} & & & & & & & & & \\ 4 & & & & \frac{GC}{L} & & & & & & & & \\ 5 & & & \frac{-6EI_y}{L^2} & & \frac{4EI_y}{L} & & & & & & & \\ 6 & & \frac{6EI_z}{L^2} & & & & \frac{4EI_z}{L} & & & & & & \\ 7 & \frac{-EA}{L} & & & & & & \frac{EA}{L} & & & & & \\ 8 & & \frac{-12EI_z}{L^3} & & & & \frac{-6EI_z}{L^2} & & \frac{12EI_z}{L^3} & & & & \\ 9 & & & \frac{-12EI_y}{L^3} & & \frac{6EI_y}{L^2} & & & & \frac{12EI_y}{L^3} & & & \\ 10 & & & & \frac{-GC}{L} & & & & & & \frac{GC}{L} & & \\ 11 & & & \frac{-6EI_y}{L^2} & & \frac{2EI_y}{L} & & & & \frac{6EI_y}{L^2} & & \frac{4EI_y}{L} & \\ 12 & & \frac{6EI_z}{L^2} & & & & \frac{2EI_z}{L} & & \frac{-6EI_z}{L^2} & & & & \frac{4EI_z}{L} \end{array}$$



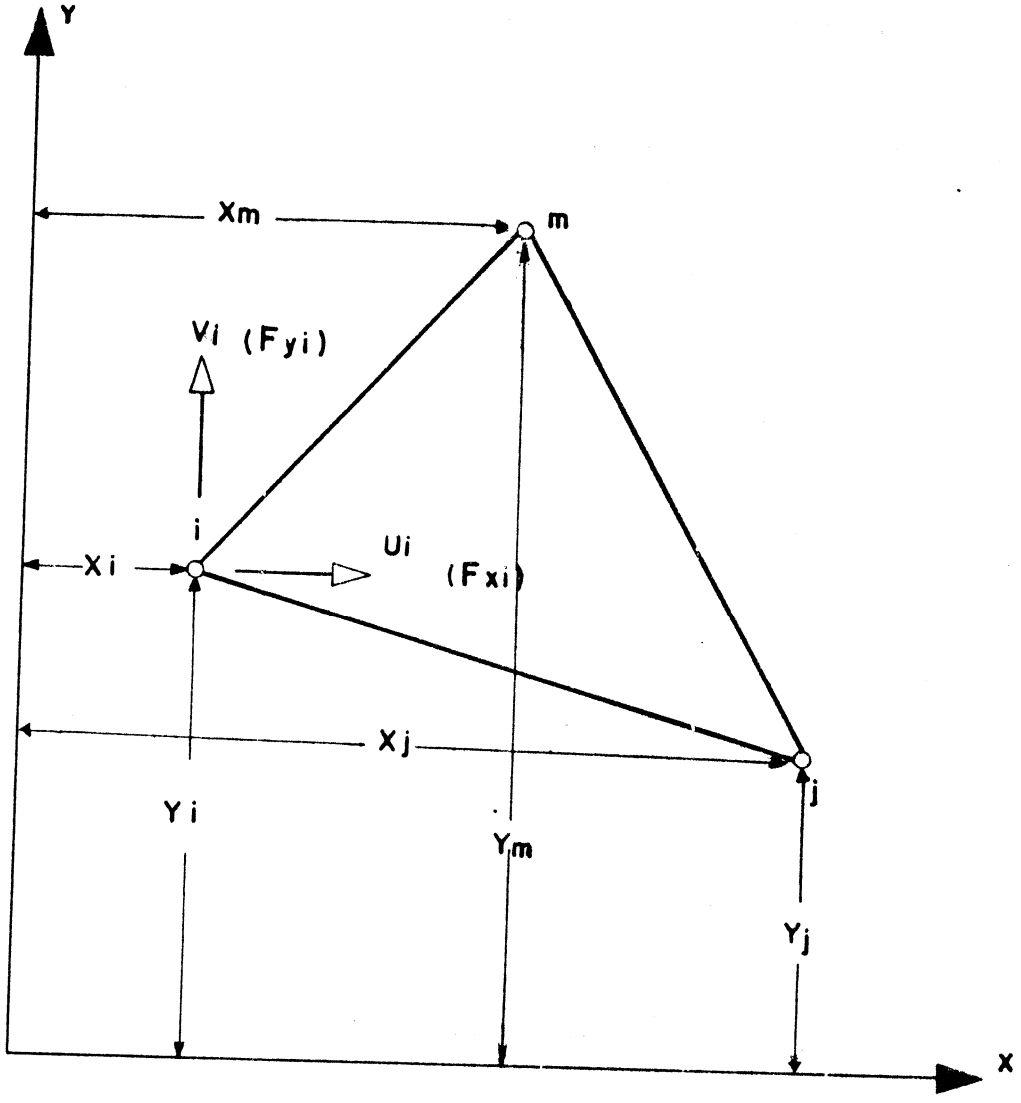
ELEMENTO ESTRUCTURAL PRISMATICO

FIG. 1



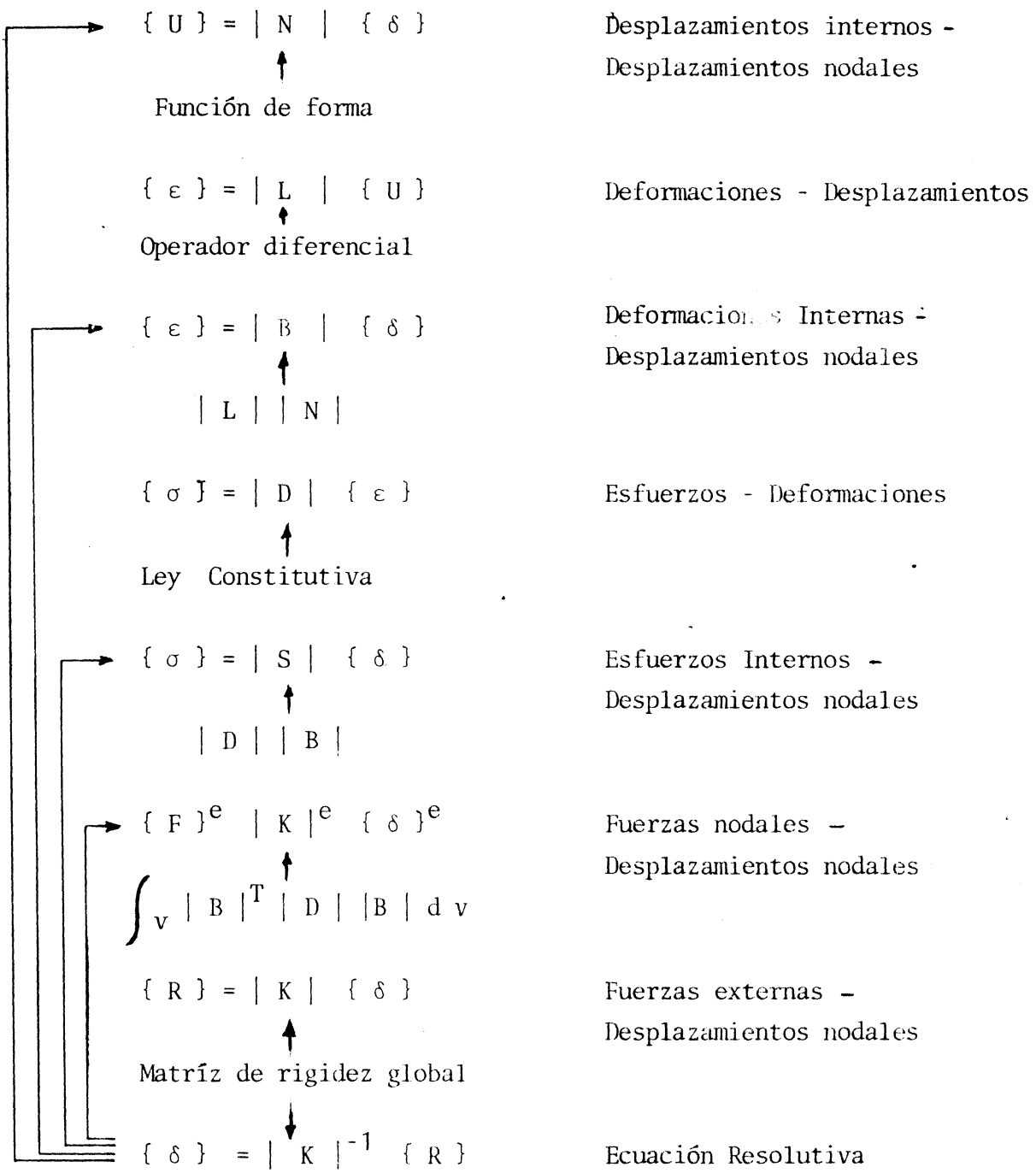
PROCESO DE ENSAMBLE DE LA RIGIDEZ GLOBAL.

FIG. 2



ELEMENTO FINITO TRIANGULAR

FIG. 3



FORMULAS PRINCIPALES DEL METODO DE ELEMENTOS FINITOS .

FIG. 4

ALCANCES PRINCIPALES DEL M.E.F.

* GEOMETRIA CUALQUIERA
* CONDICIONES DE BORDE CUALESQUIERA
* HETEROGENEIDAD Y ANISOTROPIA
* LEYES CONSTITUTIVAS CUALESQUIERA
* EFECTOS TRIDIMENSIONALES
* COMPORTAMIENTOS ESPECIALES:

  - MATERIAL NO RESISTENTE A TRACCION
  - DISCONTINUIDADES ESTRUCTURALES
  - INTERACCION ENTRE ESTRUCTURAS
  - PROBLEMAS DE CAMPOS (Flujo en medios porosos)
  - SIMULACION DE FASES CONSTRUCTIVAS
  - ANALISIS PARAMETRICOS
  - INTERPRETACION DE MEDICIONES
  - EFECTOS DINAMICOS

FIG. 5

LIMITACIONES PRINCIPALES DEL M.E.F.

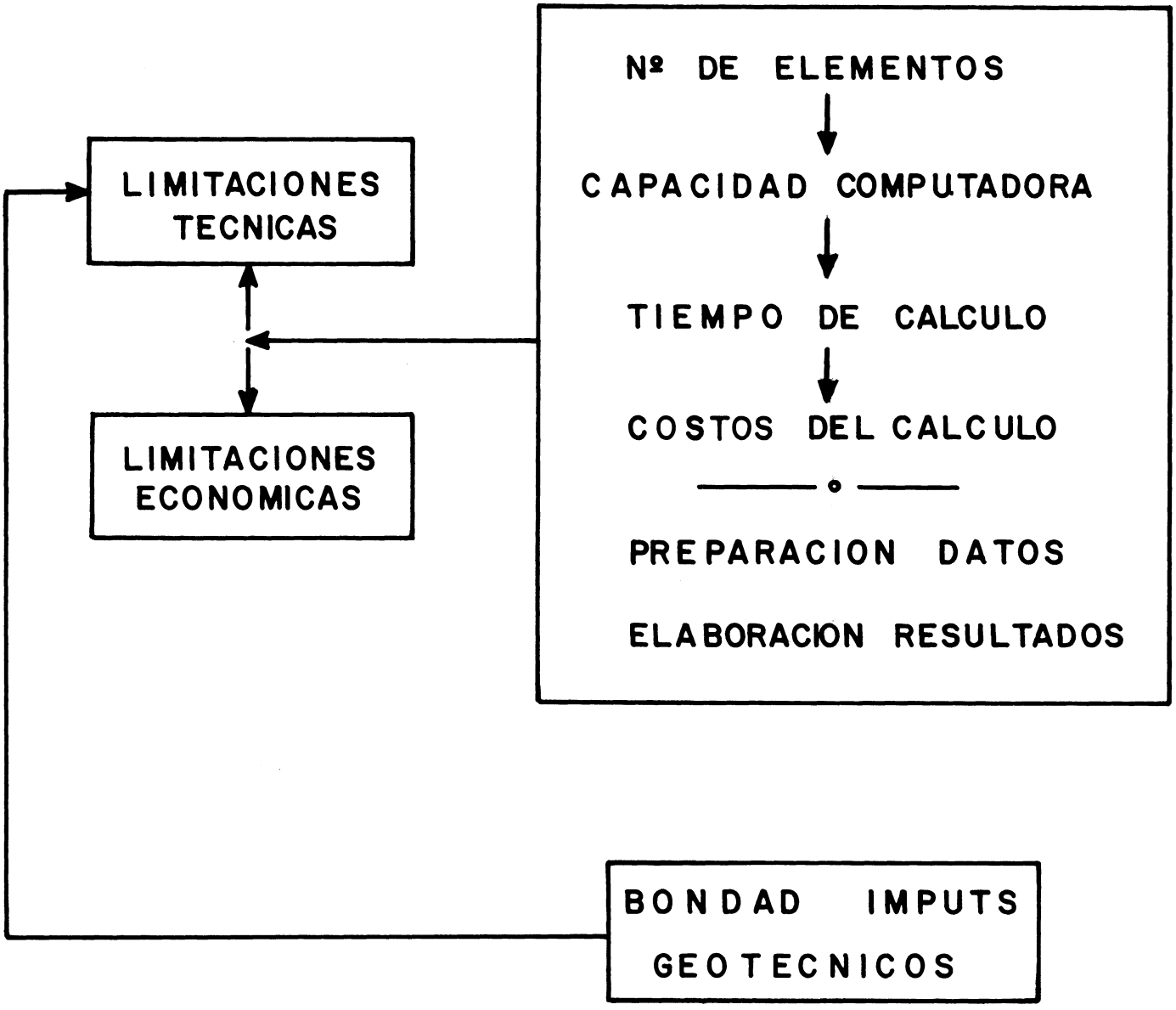


FIG. 6

PRINCIPALES ETAPAS EN EL CALCULO CON M.E.F.

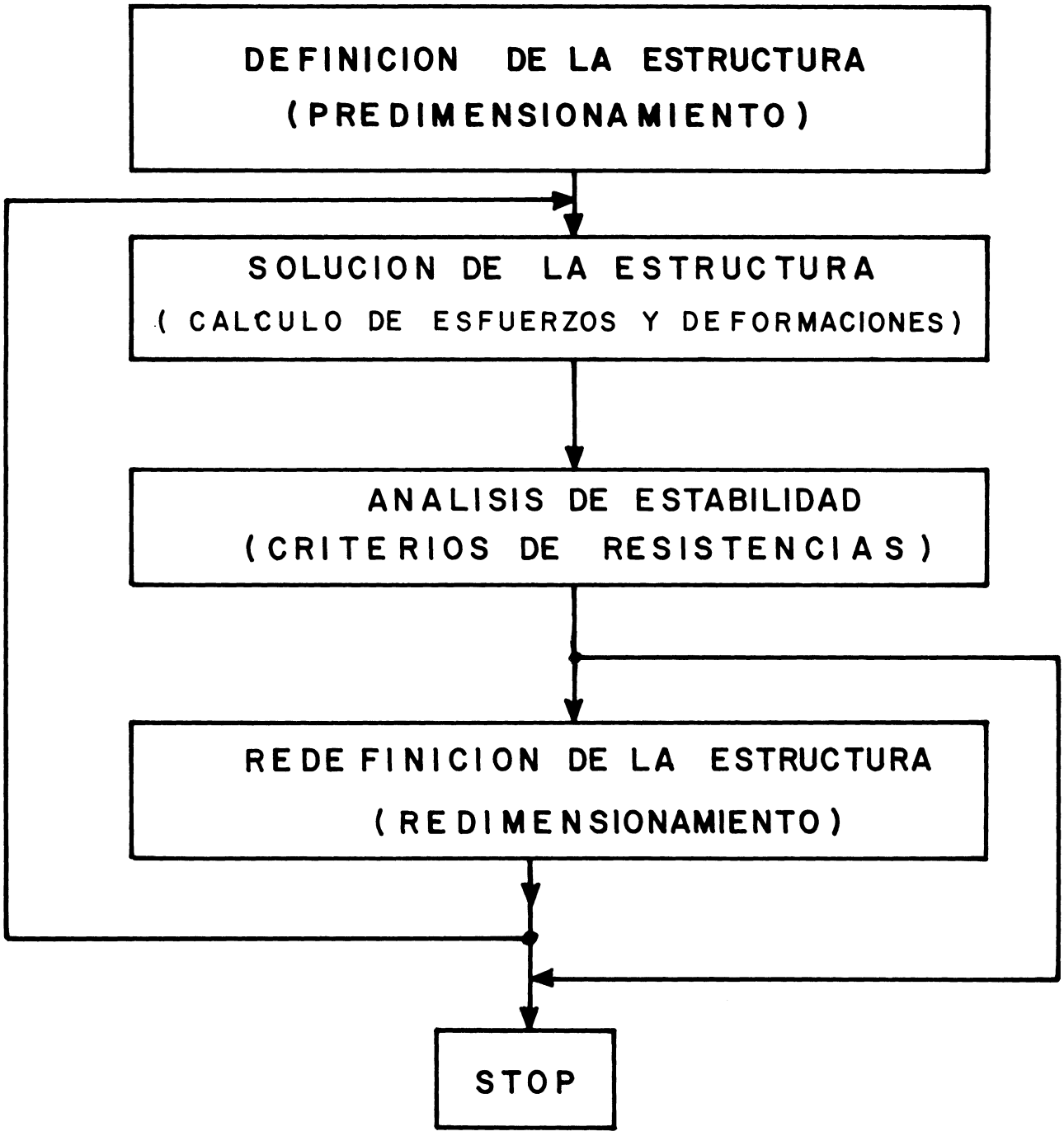


FIG. 7

EJEMPLOS REPRESENTATIVOS

Ejemplo # 1 (Rashid, Y.R. "Solution of elasto - static boundary value problems by the finite element method", Doctoral Dissertation, University of California, Berkeley, 1964).

Se considera, solamente para dar una idea de la precisión del Método, el Problema de Boussines, (Carga Vertical concentrada sobre la superficie de un semiespacio elástico) para el cual la tensión vertical σz responde a una solución en forma cerrada. La figura 8 da el modelo axialsimétrico para elementos finitos triangulares usado en este caso. Las condiciones de contorno consisten en imponer que los puntos nodales a lo largo del eje Z y sobre el perímetro externo sean móbiles solamente a lo largo de la vertical; los puntos a lo largo de la base horizontal, con excepción de los dos nodos en los vértices que se consideran fijos, pueden desplazarse a lo largo de la horizontal. En la misma figura se reportan las líneas de igual σz que se confrontan con las calculadas con la fórmula cerrada ya mencionada. Como puede constatarse, el resultado es bastante satisfactorio.

Ejemplo # 2 (Barla, G. "II° Corso sulla Meccanica delle Rocce; la applicazione dei metodi delle tensioni e degli elementi finiti", C.N.R., Padova, 1972).

Con el mismo fin del ejemplo anterior se da un caso para el cual existe la solución analítica y se confronta esta con los resultados de la aplicación del M.E.F. Se trata de una estructura con comportamiento elástico - lineal plano: una plancha conteniendo un agujero circular (figura 9), sujeta a un estado de solicitación monoaxial σv en la dirección del eje Y. Es suficiente aplicar a los nodos (66, 67, 68, 71 y 72) fuerzas verticales estáticamente equivalentes al mencionado estado de esfuerzos.

La solución mediante el M.E.F. suministra, en correspondencia de los

baricentros de los elementos triangulares, las solicitaciones σx, σy e τxy (y luego también las tensiones principales $\sigma 1$ y $\sigma 2$ con su orientación respectiva) y, para todos los nodos los desplazamientos.

En la figura 9 se reportan como ejemplo, las tensiones $\sigma 1$ y $\sigma 2$, en la dirección de los ejes coordenados, referidas a la tensión monoaxial aplicada σv. Estas tensiones confrontadas con las obtenidas mediante la teoría clásica de la elasticidad, permiten observar que, a pesar de los "pocos" elementos empleados en el modelo, el resultado es muy satisfactorio.

Ejemplo # 3 (Hoyaux, B. y Ladanyi, B. "Stress distribution due to gra gravity in a vertical rock bank," 10th Symposium on Rock Mechanics, Austria, Texas, 1968).

Este ejemplo tiene utilidad de poder referir a sus resultados algunas observaciones que se harán en los ejemplos sucesivos. Consiste en la determinación de la distribución de las tensiones en un talud vertical, en medio homogéneo, isotropo y elástico líneal. En la figura 10 se indica el modelo constituído por elementos finitos rectangulares (297 nodos y 260 elementos). Las condiciones de borde introducidas en la solución de este problema consisten, como lo indican los vínculos en la misma figura, en suponer que: los puntos nodales a lo largo de E D y B C sean libres de moverse a lo largo de la vertical; el lado C D a lo largo de la horizontal; y los puntos C y D sean fijos. En la figura se indican las tensiones principales en valor y dirección y las tensiones de corte máximo. El cálculo ha sido realizado con la hipótesis que la relación de Poisson del material sea 0.33 y en condición de deformaciones planas. Es interesante observar que existen zonas en que la tensión principal mínima es de tracción (en la cresta del talud) lo que por ejemplo puede determinar la formación en suelos y rocas de grietas pseudo-verticales denominadas de tensión. También es evidente en la figura el notable efecto de concentración de esfuerzos al pie de la pared, en don

de se logra un valor máximo de τmax igual a $0.75\ \gamma H$.

Es interesante notar que las tensiones a lo largo de B C son casi idén ticas a las iniciales naturales lo que significa que las dimensiones del modelo son suficientes para una representación correcta del problema real.

Ejemplo # 4 (Morgenstern, N.R. y Eisenstein, Z. "Methods of estimating lateral loads and deformations", Specialty Conference on lateral stresses in the ground and design of earth retaining structures, ITHACA, 1970).

En la figura 11 se presenta el modelo de elementos finitos triangulares usado para el estudio de algunos problemas que se refieren al cálcu lo del empuje del terreno sobre un muro de sostenimiento. Los Autores toman en consideración una pared constituída por material homogéneo, isotropo y elástico lineal y asumen que el estado de tensión inicial en el terreno sea de tipo gravitacional. La pared, representada en el modelo por el lado a b, se supone rígida y se asume que el contac to entre terreno y muro sea sin fricción.

Estas condiciones son fáciles a ser reproducidas con el M.E.F. suponien do que todos los nodos de ab sean libres de moverse verticalmente, pero se deben desplazar en horizontal de una cantidad establecida.

En particular se ha estudiado la influencia de las condiciones sobre el contorno en la base del terreno. Los casos examinados están ilustrados en las figuras 12 y 13 correspondiendo a las tres siguientes situaciones: a) muro que se mueve en sentido pasivo ($\Delta = 0.0025$ H); b) muro que se mueve en sentido activo ($\Delta = 0.00025$ H); c) muro fijo. En cada caso se ha calculado la presión sobre el muro y los resultados están representados en los diagramas de las figuras mencionadas. En la figura 12 es interesante observar que para el caso de empuje pasivo, la re-

sistencia pasiva aumenta debido a la presencia de la base escabra, se nota sin embargo que la influencia de las condiciones establecidas a lo largo de la base, disminuye con el aumentar de la distancia de esta desde el pie de la excavación.

Para lo que se refiere al caso de empuje activo (figura 13), cuando la superficie del subestrato rígido coincide con la base de la excavación y existe perfecta adherencia, la presión horizontal se reduce de cerca del 50% respecto el valor correspondiente al estado de tensión inicial de reposo, en el terreno. Al mismo tiempo es interesante observar la presencia de tensiones de tracción lo que implica una fuerte no linealidad en la curva de empuje.

En el tercer caso, del muro fijo, es posible observar que los diagramas de presión están afectados en forma determinante por la presencia de la base rígida. En particular, la presión horizontal calculada en estas condiciones difiere sensiblemente de la inicial, sobre todo en el caso en que la base sea lisa.

En la figura 14 están resumidos y puesto a confrontación los resultados obtenidos en los tres casos y para base rugosa y lisa.
En conclusión puede enfatizarse en que la influencia de las condiciones de contorno, introducidas en el estudio de un particular problema de interés aplicativo, es esencial para el fin de poder simular en forma realística el comportamiento de una estructura.

Ejemplo # 5 (Clough,G.W. y Duncan, J.M. "Finite Elements analysis of retaining wall behavior," J. Soil Mech. Found Div., Vol. 97, SM12, 1971).

En el ejemplo anterior se hizo la hipótesis de falta de fricción entre muro y terreno; el M.E.F. así como aplicado a este ejmplo permite tomar en cuenta esta fricción. Los autores representan la intercara entre suelo y muro mediante elementos finitos monodimensionales del tipo de

aquellos descritos por otros autores y empleados para representar el comportamiento de juntas de discontinuidad presentes en un macizo rocoso.

Estos elementos monodimensionales se caracterizan por una matríz de rigidez que es posible escribir una vez conocidas las deformabilidades en sentido normal y tangencial de la zona de contacto entre muro y terreno,

El método toma en cuenta además un comportamiento no lineal de estas juntas lo cual se reproduce mediante ecuaciones de tipo hiperbólico ya descritas para otros casos.

Sobre la base de este modelo, utilizando la red de elementos finitos representada en la figura 15, se ha calculado el empuje horizontal sobre un muro de sostenimiento, debido a un relleno de arena, en la hipótesis que el muro tenga una rotación en sentido activo de una cantidad establecida.

En la tabla de la misma figura están dados los datos complejos del problema examinado y los resultados obtenidos para tres casos analizados a saber: a) falta de fricción entre terreno y muro; b) perfecta adhesión; c) ángulo de fricción giaul a 2/3 del ángulo de fricción interno del terreno.

Las curvas representadas en la figura dan el empuje horizontal a una dada profundidad respecto a la superficie del terreno y para diferentes valores del desplazamiento Δ medido en superficie. Se observa que las distribuciones de presión obtenidas en los distintos casos son bastante similares entre ellas y que la variación de presión con la profundidad es de tipo no líneal.

De especial interés es el hecho que, cuando Δ/H es igual a 0.0023, las condiciones de presión activas son logradas casi sobre toda la altura

del relleno. Estos resultados están de acuerdo perfectamente a los obtenidos experimentalmente por Terzaghi (1934). En la última parte de la figura 15 están representados resultados relativos a la relación entre la fuerza horizontal contra el muro y su movimiento. Se consideran las condiciones que se verifican para muros de desplazamiento horizontal o rotación conocidos, sea en sentido activo que pasivo. El diagrama que se está comentando se refiere a las condiciones de fricción nula entre pared y terreno.

Ejemplo # 6 (Clough, G.W. y Duncan, J.M. "Finite Elements analysis of retaining wal behavior", J.Soil Mech.Found Div., Vol. 97, SM12, 1971).

Se examina en este ejemplo otro interesante aspecto de la versatilidad de empleo del M.E.F., la simulación de las fases de constructor de una obra. Se trata en particular de estudiar el estado de deformación que se verifica en el transcurso de la construcción de un muro de gravedad.

En la práctica se procede a rellenar en capas sucesivas la parte posterior al muro previamente construído;así mismo, con el método de elementos finitos se rellena la zona detrás del muro con elementos de diferentes formas con peso definido, según las modalidades constructivas que se desea representar.

En la figura 16 se reporta una tabla conteniendo las principales características físico - mecánicas empleadas en el análisis de simulación de las diferentes etapas de construcción, las mismas que también están esquematizadas en la figura.

Entre los resultados obtenidos, particular interés toman los referentes a las deformaciones de la estructura que están reportados en la figura en una escala extremadamente amplificada; se trata de las deformaciones del muro y de su fundación que se verifican mientras se efectúa el relleno.

Se observa que, en el transcurso de la construcción, el muro rota hacia el relleno al puesto que hacía la excavación, como parecería más lógico, por lo menos según la teoría clásica.

Sin embargo puede notarse que la base del muro se mueve hacia la excavación. Entonces a pesar de que el muro haya rotado hacia atrás, el mismo se ha movido y ha rotado, relativamente al relleno, en forma tal que la presión ejercida por este se hace menor a la correspondiente a las condiciones de reposo.

En la última parte de la figura 16 se confrontan los resultados, obtenidos mediante la teoría clásica, sea considerando que despreciando el efecto de la resistencia pasiva en la base del muro, con aquellos obtenidos por el M.E.F. Se puede observar que la distribución de presión calculada con este método implica que la resultante de las fuerzas sobre el muro esté aplicada por debajo del tercio medio de la altura del muro.

Se constata además que los resultatos obtenidos con el M.E.F. difieren de aquellos calculados mediante la teoría clásica y están más cercanos a aquellos dados por esta última, cuando se desprecia el efecto debido a la resistencia pasiva.

Ejemplo # 7 (La Verne Palmer, J.H. y Cameron Kenney, T. "Analytical study of a braced excavation in weak clay", Canadian Geotechnical Journal, Vol. 9, N.2, 1972).

Quizás una de las aplicaciones más provechosas que se hace del M.E.F. en geotecnia, es la de los análisis paramétricos de aquellos problemas que, como casi todos los reales, involucran un número muy alto de parámetros. Es este el caso por ejemplo de las estructuras de contención ancladas o apuntaladas como las que se presentan en este ejemplo.

En la figura 17 se representa el modelo de elementos finitos usado para el estudio paramétrico de una excavación apuntalada, cuyos datos principales también se dan en la figura. En la tabla 1 incluída se indican todos los parámetros tomados en cuenta y para cada uno de ellos se indica el valor base usado y el rango de variaciones. Estos parámetros están agrupados en tres categorías: condiciones del terreno, condiciones del soporte y condiciones generales.

En la tabla 2 de la misma figura 17 se reportan los resultados interesantísimos del análisis paramétrico realizado. En particular se indica la influencia relativa que los mencionados parámetros tienen sobre el valor de las deformaciones y sobre los valores máximos de las cargas en los puntales.

De esta forma puede observarse como por ejemplo la rigidez efectiva del puntal tiene una influencia muy grande (3) sea sobre las deformaciones (que disminuyen con el aumentar de la rigidez: - 3), sea sobre las cargas establecidas en los puntales (que aumentan con el aumentar de la rigidez: + 3). Mínima importancia en cambio se demuestra tienen la cohesión estructura - terreno y la denominada "reserva de resistencia" estendiendo con este término la diferencia entre la resistencia al corte (Cu) y el esfuerzo de corte (Ko) inicial (aumentando estas disminuyen poco sea las deformaciones como las cargas en los puntales: 1). De la misma forma sucesivamente se puede observar la influencia relativa de todos los demás parámetros.

El ejemplo está complementado con un análisis referente a una obra realmente ejecutada que ha sido analizada con un modelo de elementos finitos similar al que se usó para el análisis paramétrico. De esta forma se puede evaluar la eficacia y bondad del procedimiento del cálculo numérico cuyos resultados fueron comparados con los obtenidos de una intensa campaña de mediciones llevada a cabo en la obra en mención.

En la figura 18 se presenta el esquema de la obra y de la instrumentación empleada así como el modelo de elementos finitos cuadrangulares utilizado. En la figura 19 se da una descripción detallada de las condiciones reales del suelo en la sección analizada con el M.E.F. e instrumentada.

Finalmente en la figura 20 se ponen a confrontación los resultados de las mediciones de campo y los de la simulación numérica, relativos a las deformaciones en superficie, en profundidad y a las cargas en los puntales.

Ejemplo # 8: (Watanabe, T. "Subway Tunnelling in soft ground", Proceedings of the 6th Asian Regional Conference on Soil Mechanics and Foundation engineering, Singapore, 1979).

Este último ejemplo demuestra entre otro, la facilidad de poder tomar en cuenta con el M.E.F. diferentes y complejas condiciones de contorno, además que geométricas. Se trata de una aplicación para la prevención de las deformaciones de estructuras de fundación.

La figura 21, muestra en forma esquemática una sección de la excavación de un túnel metropolitano en la cercanía de la fundación de una autopista elevada. En este caso, se planteó la construcción de un diafragma enterrado en concreto para la limitación de las deformaciones de la fundación mencionada.

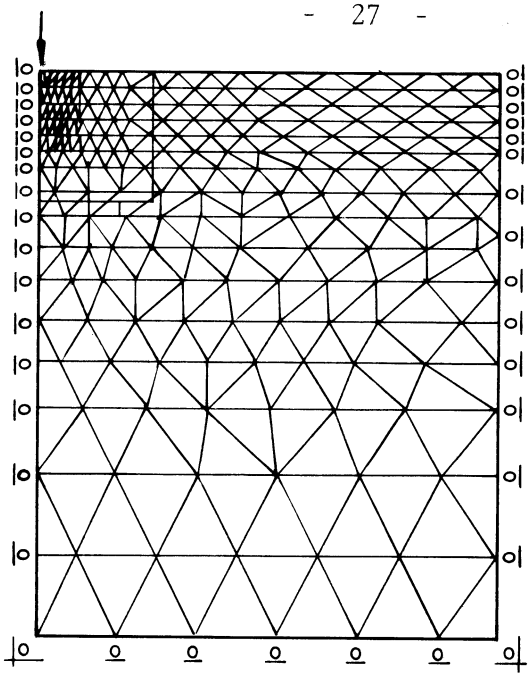
En la segunda parte de la misma figura están representadas las deformaciones de todas las estructuras involucradas, causadas por la excavación del túnel y calculadas mediante el M.E.F. Asumiendo para el terreno las características derivadas de la exploración profunda del mismo en la sección analizada.

Los desplazamientos del terreno alrededor de la excavación presentan

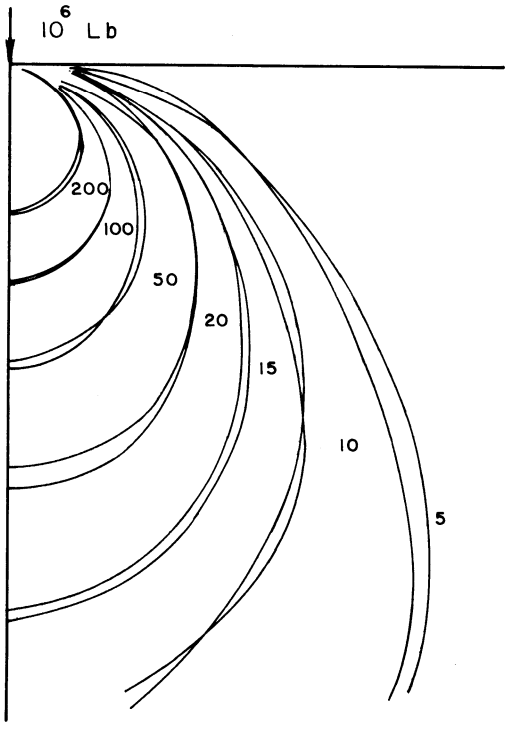
un efecto predominante, sobre la autopista elevada, de desplazamiento horizontal del extremo " F " del volado estructural que sostiene la vía misma (ver figura).

De los resultados del análisis, el tamaño del desplazamiento horizontal de " F " resulta de 3.65 cm. sin la presencia del diafragma, y de 1.83 cm. con la presencia del diafragma; o sea cerca de la mitad que en el primer caso. Se pueden de esta forma evaluar y cuantificar los efectos beneficiosos del diafragma previsto.

Caracas, octubre 19 de 1980.



MODELO DE ELEMENTOS FINITOS

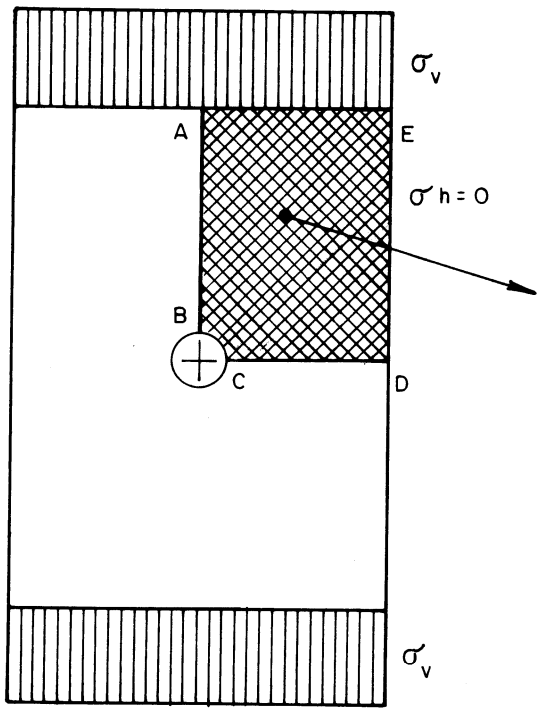


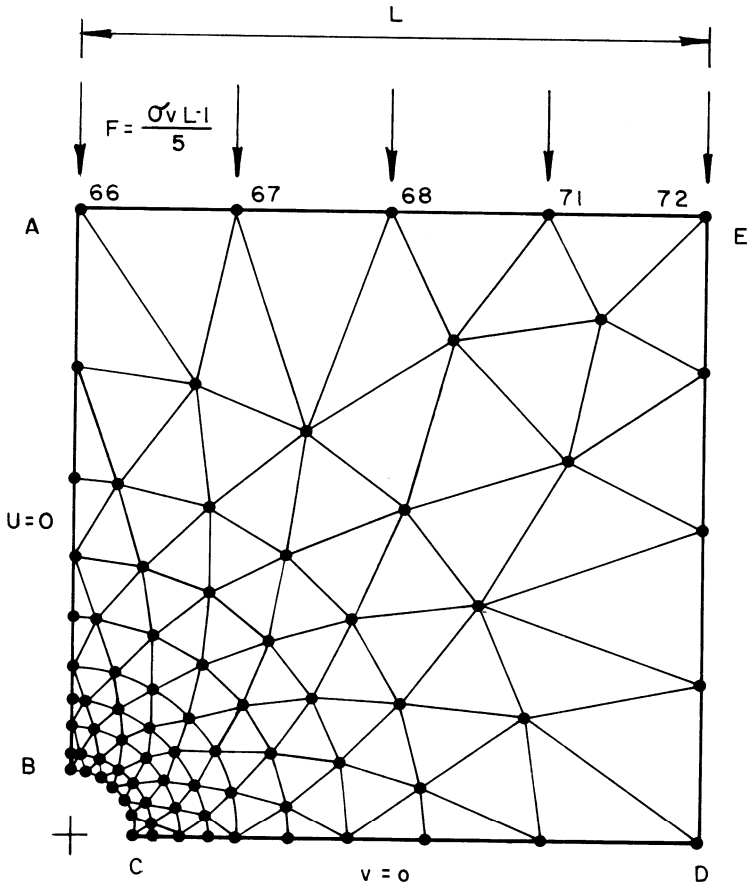
ISOLINEAS DE σ_2 (PRESION VERTICAL)

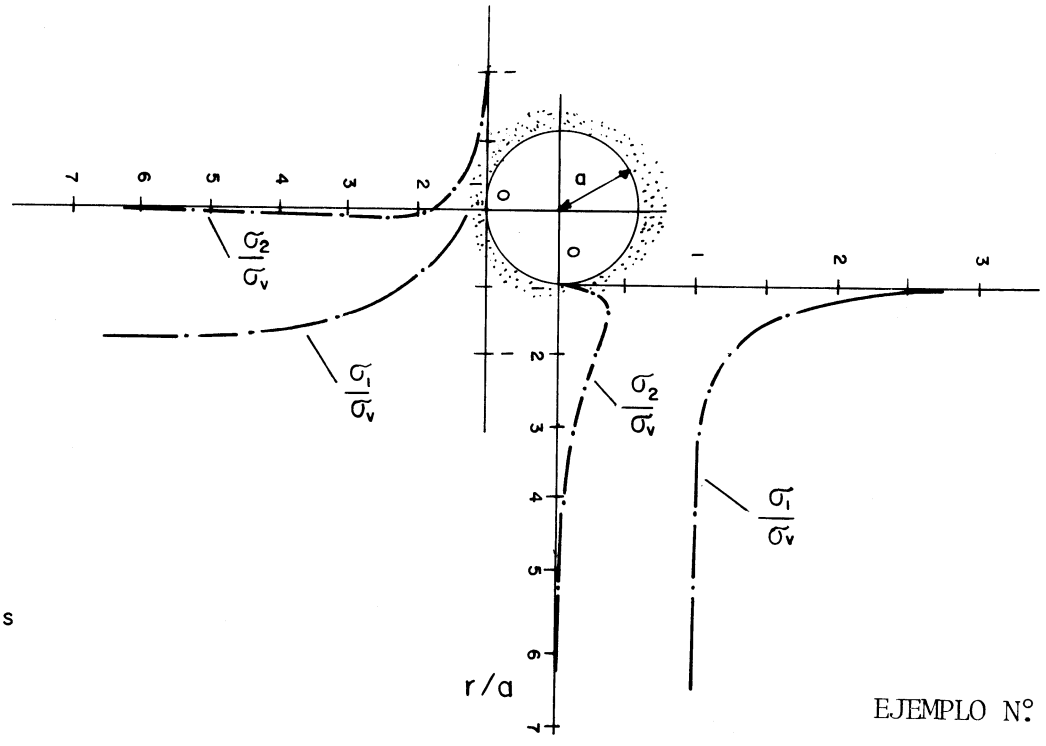
SOLUCION DEL PROBLEMA DE BOUSSINESQ

EJEMPLO N°. 1

FIG - 8



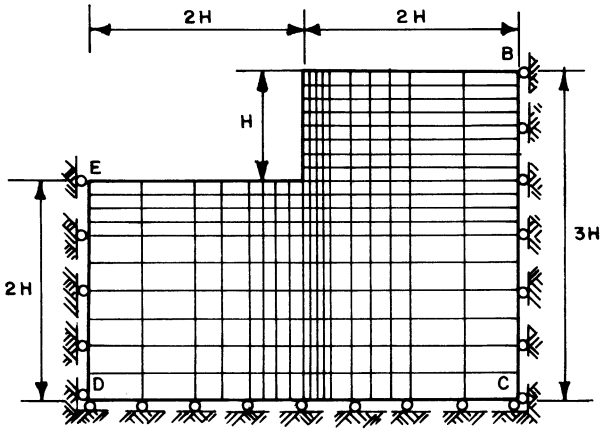




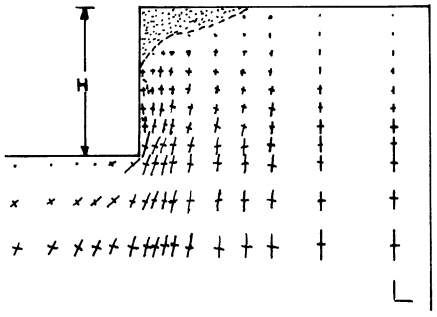
— TEORICO
● ELEMENTOS FINITOS

EJEMPLO N° 2

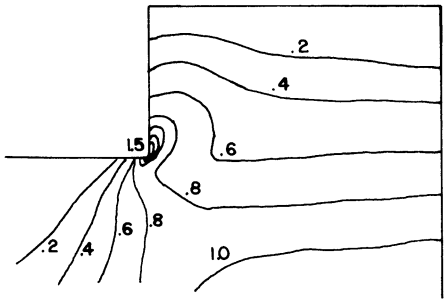
FIG - 9



MODELO DE ELEMENTOS FINITOS



TENSIONES PRINCIPALES



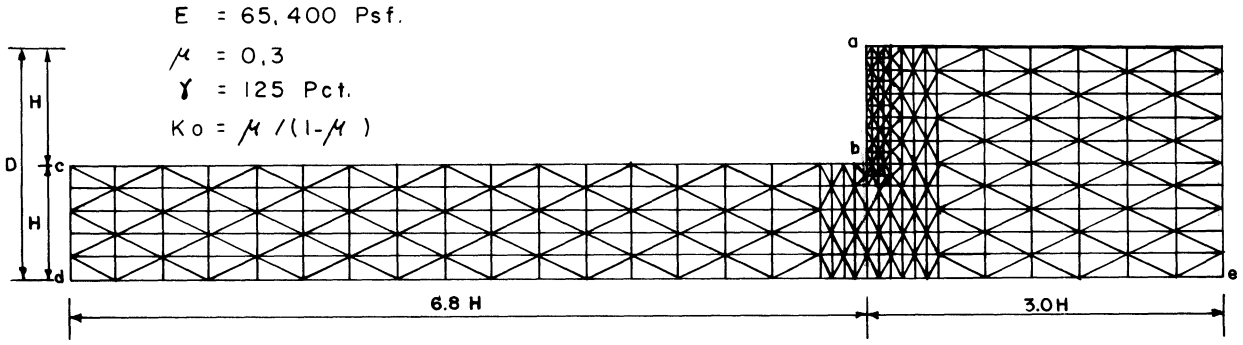
LINEAS ISOCORTEMAX

$2\tau_{max}/\gamma H$

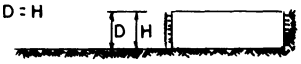
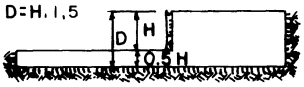
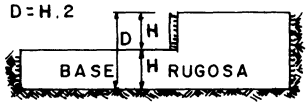
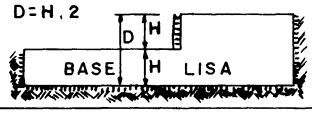
TALUD VERTICAL HOMOGENEO ISOTROPO Y ELASTICO LINEAL

EJEMPLO N°. 3

FIG-10



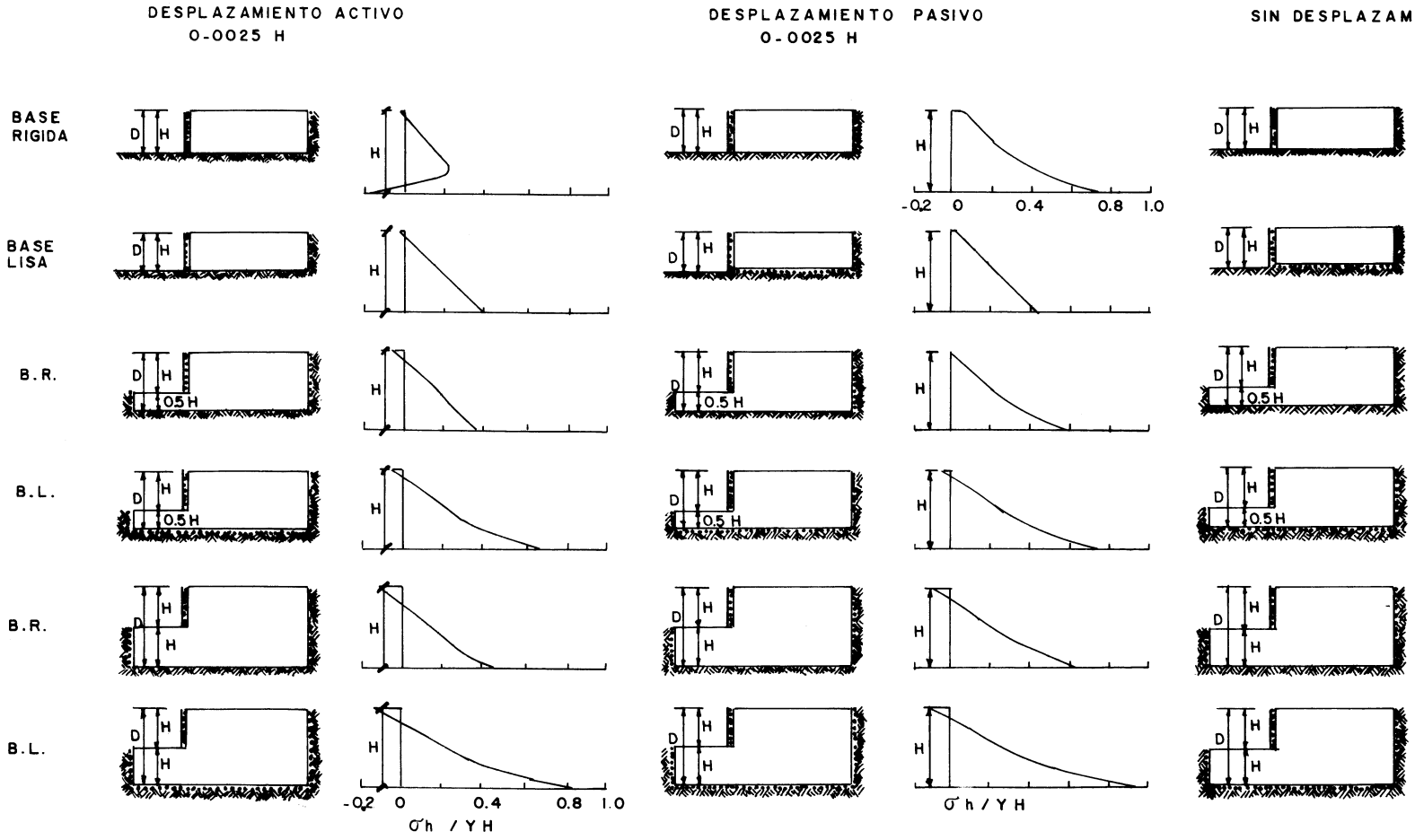
MODELO DE ELEMENTOS FINITOS.

CONDICIONES DE BORDE	DESPLAZAMIENTO 0,0025 H ACTIVO	SIN DESPLAZAMIENTO DEL MURO.	DESPLAZAMIENTO 0,0025 H PASIVO
D=H  BASE RUGOSA	49.3%	100.0%	151.0%
D=H  BASE LISA	91.0%	100.0%	110.5%
D=H.1,5  BASE RUGOSA	75.4%	96.8%	119.8%
D=H.1,5  BASE LISA	119.7%	130.0%	147.7%
D=H.2  BASE RUGOSA	78.3%	94.7%	114.6%
D=H.2  BASE LISA	125.0%	136.2%	154.2%

EMPUJE LATERAL COMO PORCENTAJE DE "Ko"

EJEMPLO N°. 4

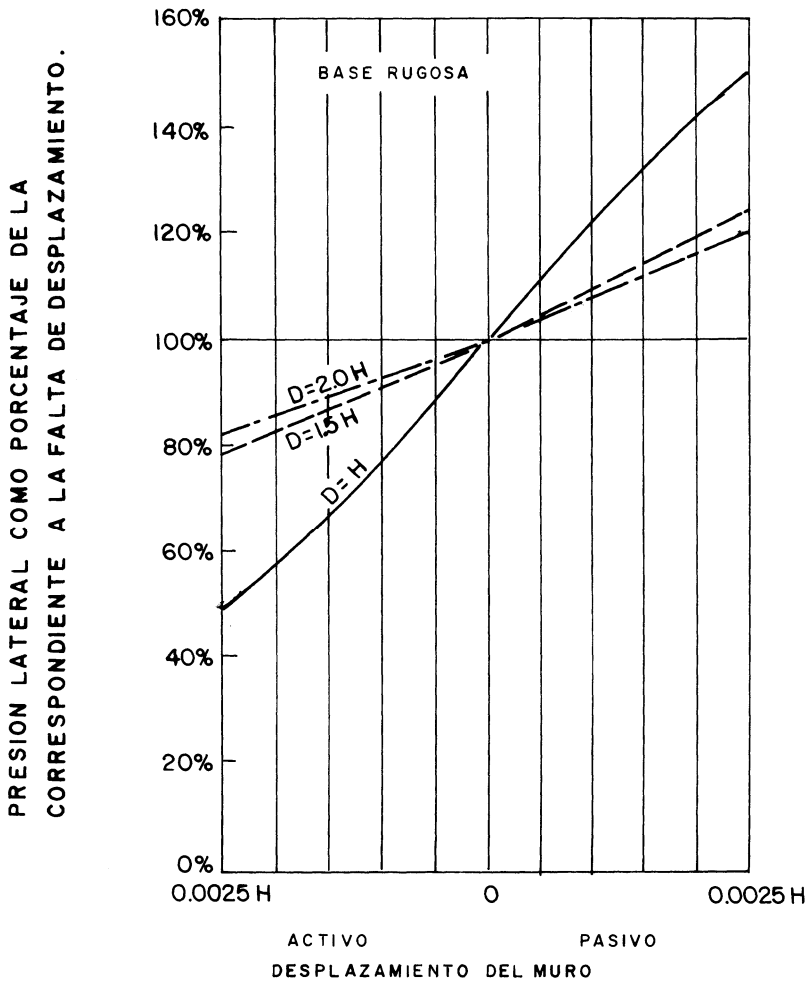
FIG-11

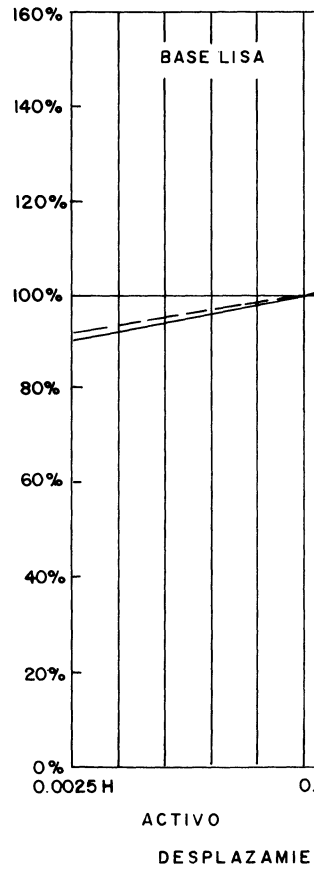


DISTRIBUCION DE LA PRESION LATERAL PARA DIFERENTES CONDICIONES DEL DESPLAZAMIENTO DEL MURO.

EJEMPLO Nº 4

FIGS-12-13





VARIACION DE LA PRESION LATERAL CON EL DESPLAZAMIENTO HORIZONTAL DEL MURO.

EJEMPLO Nº 4

FIG-14

TABLE 1.—PROPERTIES EMPLOYED IN ANALYSES OF CLASSICAL EARTH PRESSURE PROBLEMS

Backfill (1)	Parameter (2)	Symbol (3)	Value (4)
Medium-dense sand backfill	Unit weight, in pounds per cubic foot	γ	100
	Coefficient of earth pressure at rest	K_o	0.43
	Cohesion intercept, in pounds per square foot	c	0
	Friction angle in degrees	ϕ	35
	Primary loading modulus number	K	720
	Unloading-reloading modulus number	K_{ur}	900
	Modulus exponent	n	0.5
	Failure ratio	R_f	0.8
	Poisson's ratio	ν	0.3
Wall-backfill interface	Friction angle in degrees	δ	Varies
	Stiffness number	K_I	Varies
	Stiffness exponent	n	Varies
	Failure ratio	R_f	Varies
Base-backfill interface	Friction angle in degrees	δ	24
	Stiffness number	K_I	75,000
	Stiffness exponent	n	0.5
	Failure ratio	R_f	0.9

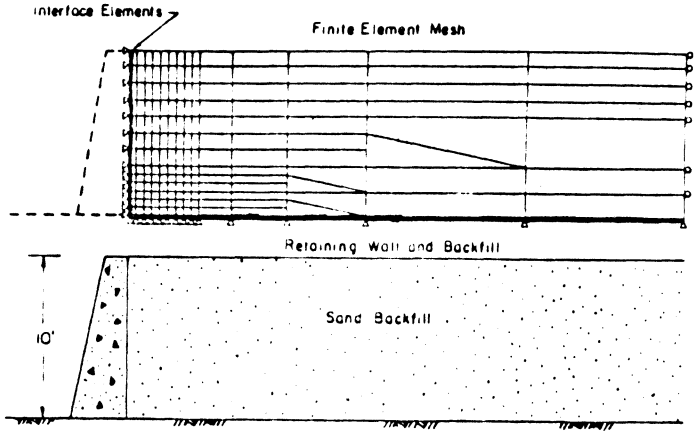


FIG. 4.—RETAINING WALL—BACKFILL SYSTEM AND FINITE ELEMENT REPRESENTATION

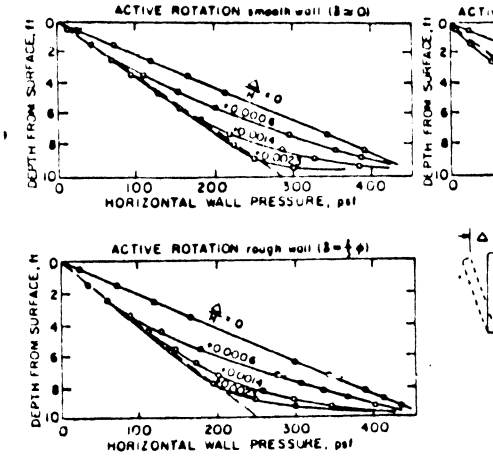


FIG. 5.—VARIATION OF HORIZONTAL WALL P RELATIVE DEFLECTIONS

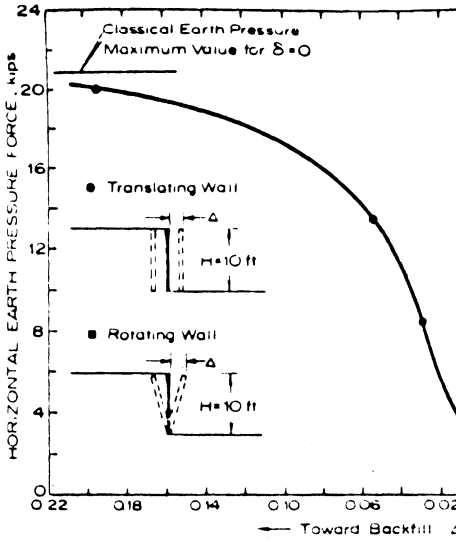


FIG. 6.—VARIATIONS OF EARTH PRESSURE FOR CULATED BY FINITE ELEMENT ANALYSES

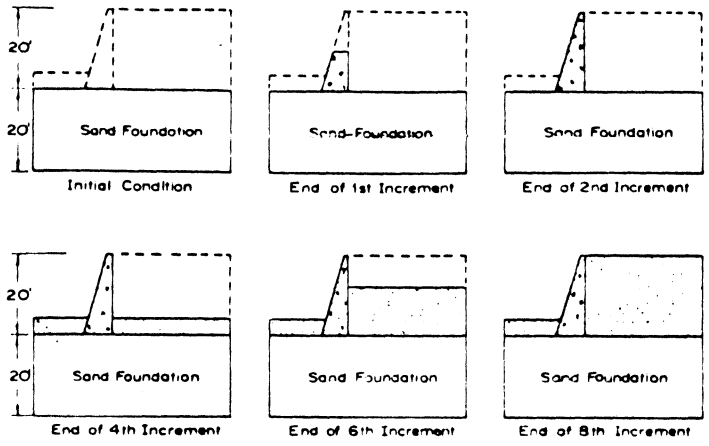
FIG-15

EJEMPLO Nº 6

TABLE 2.—PROPERTIES EMPLOYED IN ANALYSIS SIMULATING RETAINING WALL CONSTRUCTION

Parameter (1)	Symbol (2)	Value For	
		Foundation (3)	Backfill (4)
Unit weight in pounds per cubic foot	γ	110	100
Coefficient of earth pressure at rest	K_o	0.43	—
Cohesion intercept in pounds per square foot	c	0.0	0.0
Friction angle in degrees	ϕ	35	30
Primary loading modulus number	K	720	400
Unloading-reloading modulus number	K_{ur}	900	600
Modulus exponent	n	0.5	0.5
Failure ratio	R_f	0.8	0.8
Poisson's ratio	ν	0.3	0.3
Friction angle in degrees	δ	30[a]	30[b]
Stiffness number	K_I	50,000[a]	50,000[b]
Stiffness exponent	n	1.0[a]	1.0[b]
Failure ratio	R_f	0.9[a]	0.9[b]

[a] Foundation interface.
[b] Backfill interface.



.—GRAVITY WALL CONSTRUCTION SEQUENCE

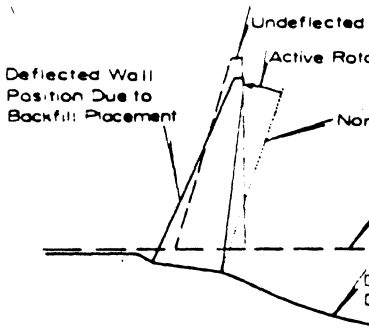
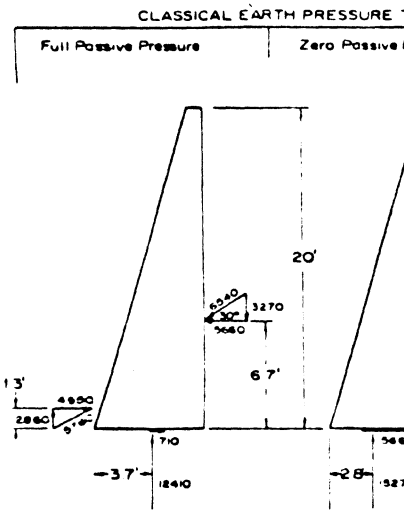


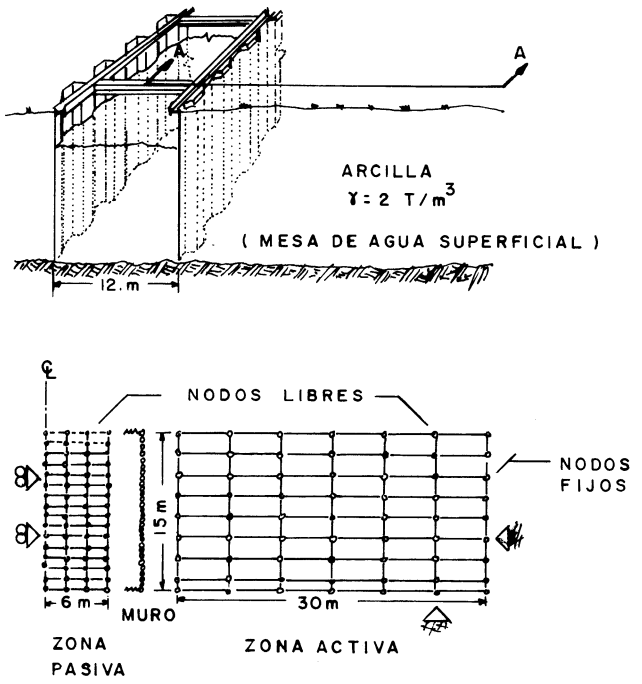
FIG. 8.—WALL AND SAND FOUNDATION
PLACEMENT



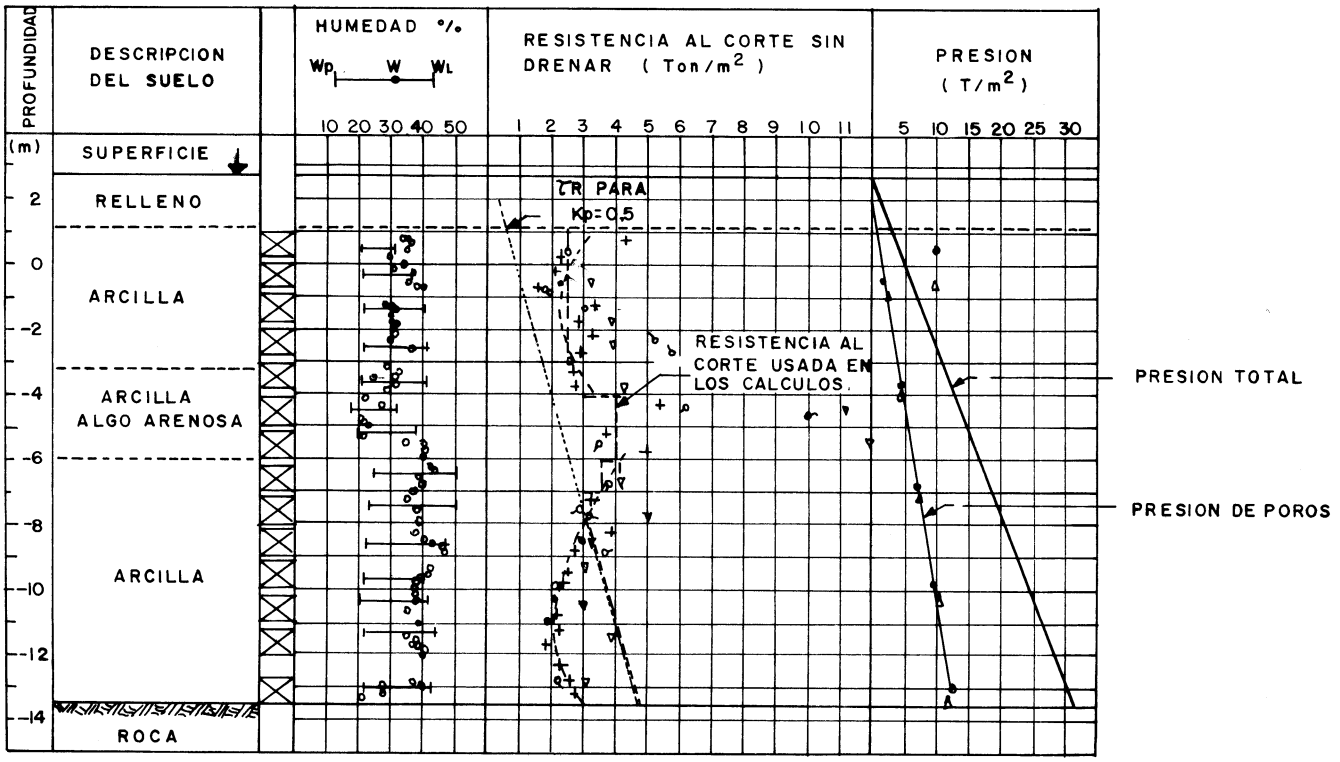
—EARTH PRESSURE RESULTANTS
EARTH PRESSURE THEORY AND FINITE E

EJEMPLO Nº 6

FIG - 16



SECCION A-A MODELO DE ELEMENTOS FINITOS



PRINCIPALES PROPIEDADES DEL TERRENO

EJEMPLO N°. 7

FIGS-17-19

TABLE 1. Basic conditions and variations for the parametric study

Parameter	Basic value	Variations
Soil Conditions		
Initial stress ratio (K_0)	0.5	0.6 0.7
Undrained shear strength (c_u) (t/m²)	1.0+0.2p′	0.75+0.2p′ 1.25+0.2p′
Modulus of deformation of soil (E) (t/m²)	500	250 1000
Poisson's ratio of soil	0.49	None
Reversed shear strength reduction (%)	0	20 40
Soil-to-pile adhesion (t/m²)	0	1.0+0.2p′
Support Conditions		
Pile stiffness (EI) (kg-cm²)	6.24×10^{10}	1.24×10^{10} 1.57×10^{11}
Effective strut stiffness (kg/cm)	1×10^{5}	1×10^{4} 1×10^{6}
Prestress (percent of maximum basic values)	0	50 75 100
Vertical strut spacing (m)	2	3 4
Horizontal strut spacing (m)	3	None
General Conditions		
Depth of soil (m)	15	None
Depth of pile penetration (m)	15	None
Width of excavation (m)	12	None
Final depth of excavation (m)	10	None
Number of elements:		
pile	150	None
'active' soil mass	48	90
'passive' soil mass	45	None

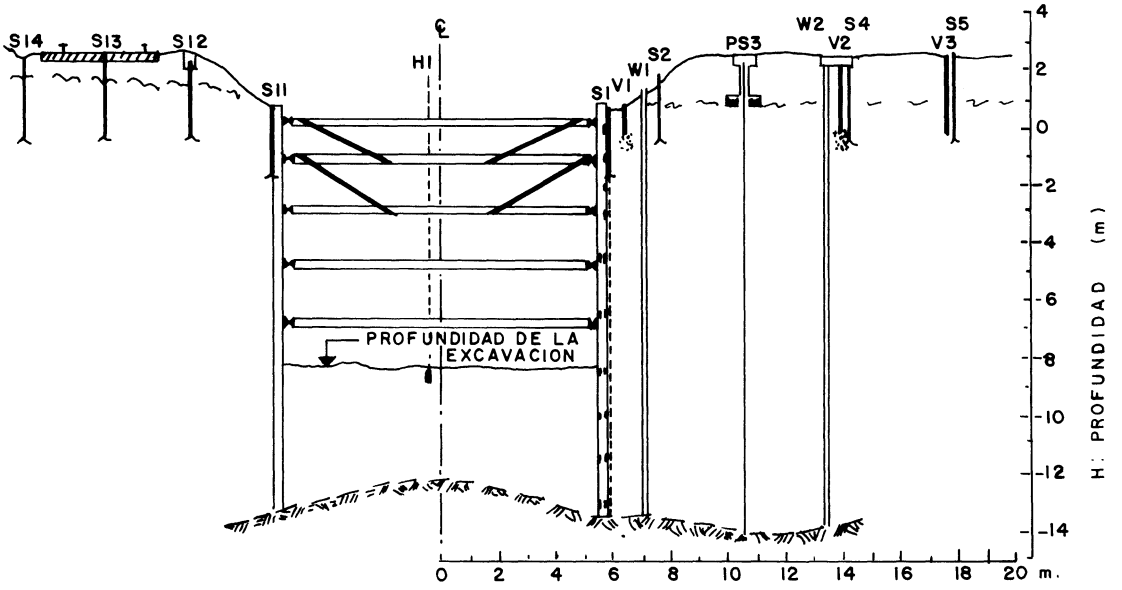
TABLE 2. Relative influence of various parameters

Parameter		Relative influence* Deformations	Relative influence* Maximum strut loads
Soil Conditions			
Initial stress ratio / Shear strength	Strength reserve	−1	−1
Shear strength reduction		+1	+1
E_{soil}		−3	−2
Soil-to-pile adhesion		−1	−1
Support Conditions			
EI pile		−3	+2
Effective strut stiffness		−3	+3
Prestress		−2	+3
Vertical strut spacing		+2	+3

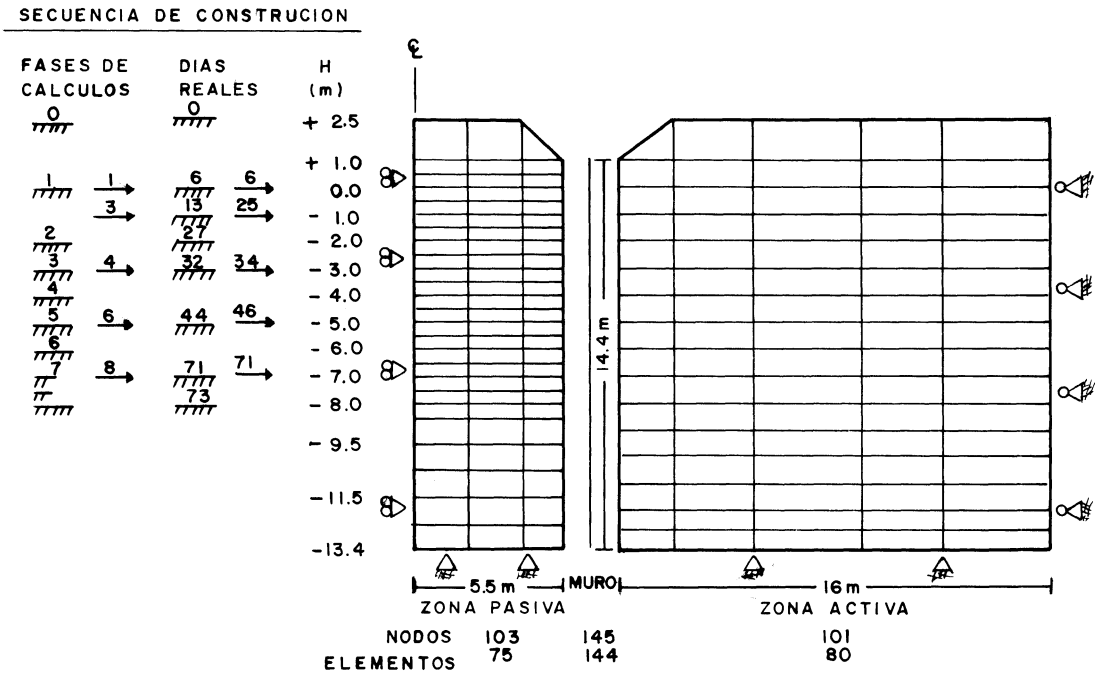
*NOTE: (i) Graded from minor influence = 1 to major influence = 3. (ii) The sign indicates the change in deformations or maximum strut loads for an increase in the value of the parameter (+ for increases, − for decreases).

EJEMPLO N° 7

FIGS-17-19



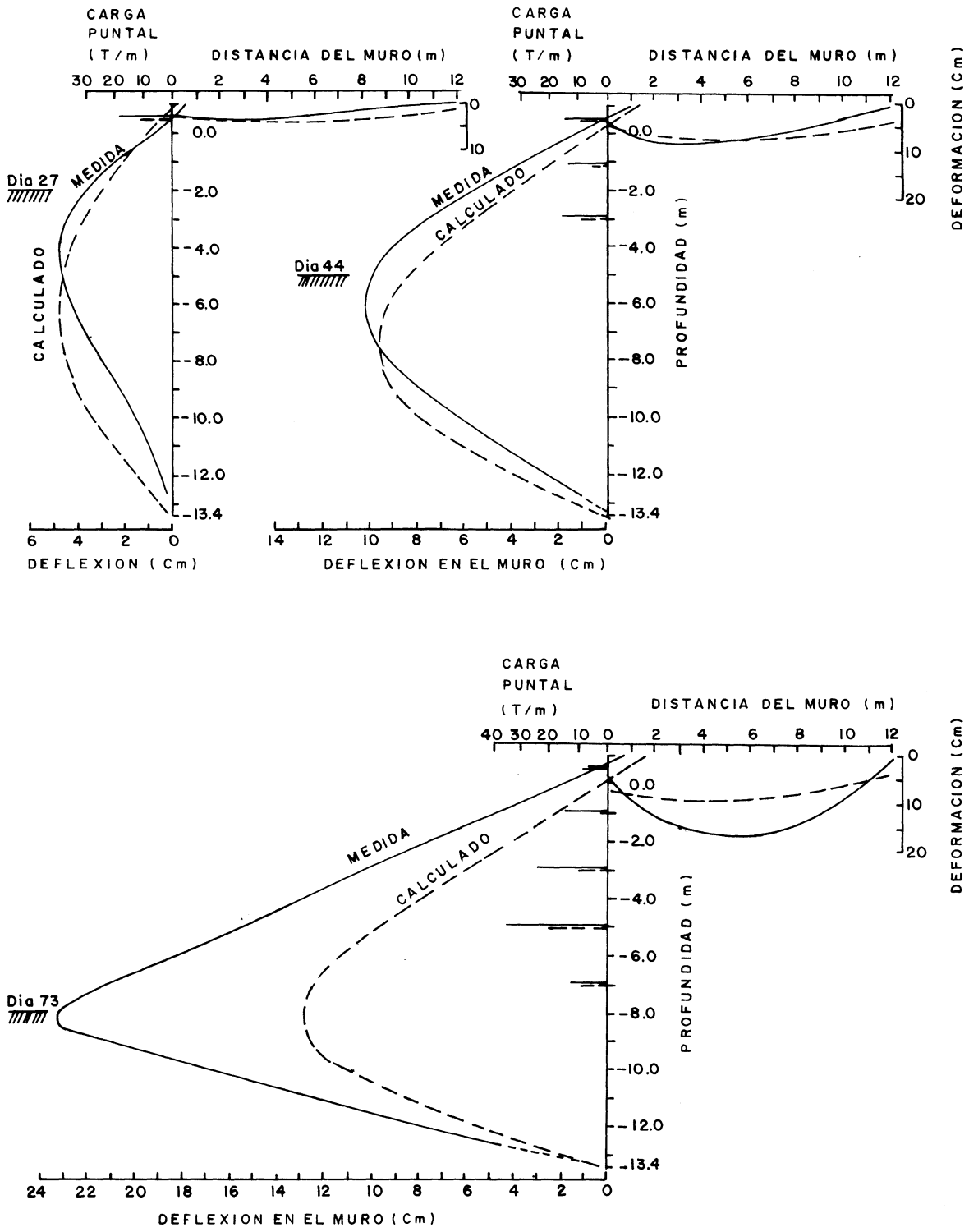
SECCION INSTRUMENTADA



MODELO DE ELEMENTOS FINITOS

EJEMPLO N°. 7

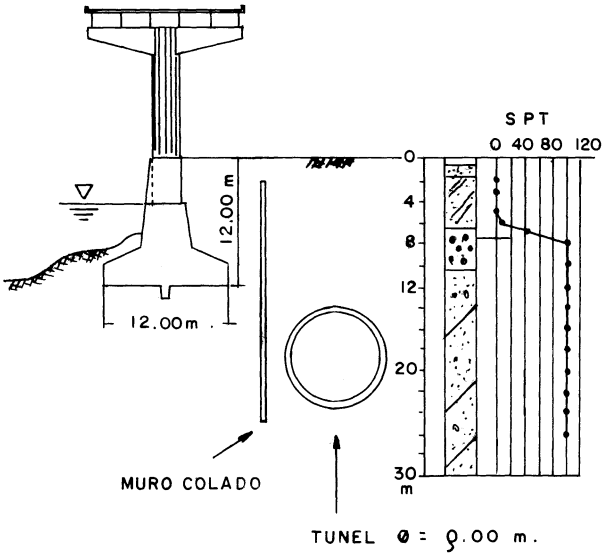
FIG-18

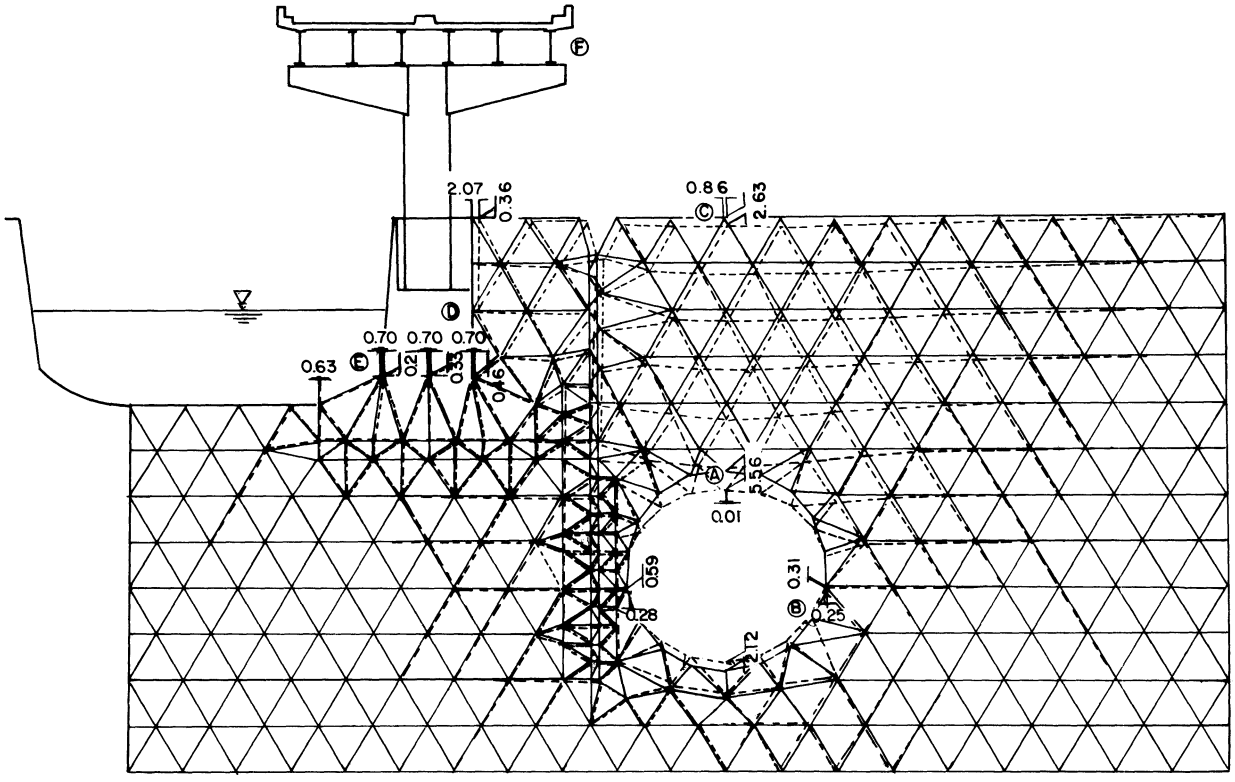


COMPARACION ENTRE MEDICIONES DE CAMPO Y CALCULOS

EJEMPLO N°. 7

FIG-20





DESPLAZAMIENTOS CAUSADOS POR LA EXCAVACION Y MODELO DE F.F.

EJEMPLO N°. 8

FIG - 21

NUMERO ESPECIAL EN HOMENAJE AL PROF. EDUARDO PELAEZ

GEOMEC

BOLETIN DE DIVULGACION GEOTECNICA

Laboratorio de Mecánica de Rocas. Universidad Central de Venezuela.

EL METODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS EN LAS APLICACIONES GEOTECNICAS

" EL CODIGO WILSON 63 COMO EJEMPLO DIDACTICO "

GIANFRANCO PERRI - MIGUEL CASTILLEJO

ESCUELA DE GEOLOGIA MINAS Y GEOFISICA U.C.V.

Nº 4

OCTUBRE, 1981 caracas

Estimados Colegas:

Con motivo de la edición de este Nº 4 de " GEOMEC " en homenaje al Dr. Eduardo Peláez, he querido dedicar estas líneas, para en forma muy breve, expresar el sentimiento de todos aquellos que hemos sido sus compañeros de trabajo docente en la Escuela de Geología, Minas y Geofísica.

Don Eduardo, como lo llamamos cariñosamente, ha sido por muchos años uno de los más fuertes puntales del Departamento de Ingeniería de Minas y por sus manos han pasado numerosas promociones de Ingenieros, que luego han ingresado al contingente de profesionales que hoy laboran en pro del desarrollo nacional.

Nos contenta que el Dr. Eduardo Peláez, luego de muchos años de prestar sus valiosos servicios a la Institución Universitaria, pueda dedicarse ahora al bien merecido descanso, y a realizar otras actividades que posiblemente el quehacer universitario no le permitía. Sin embargo, sentimos el vacío que dejará, sobre todo para aquellos que constantemente recurríamos a él, en busca de consejos y opiniones.

Don Eduardo, con todo el cariño que le tenemos todos los que hemos compartido con usted, penas y alegrías en la Escuela de Geología, Minas y Geofísica, le decimos ¡ Adios nunca. Hasta siempre!

Enrique Navarro F.
DIRECTOR
Escuela de Geología Minas y Geofísica

Caracas, septiembre 25 de 1981

En este número de " GEOMEC " damos continuación a la tarea que hemos iniciado con el número 1 y continua do con el número 3 del boletín, de publicar los resultados de las investigaciones que estamos llevando a cabo sobre el tema de " EL METODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS EN LAS APLICACIONES GEOTECNICAS ".

En esta ocasión presentamos un código de cálculo elemental (El " WILSON - 63 ", modificado), con todo comentario necesario y adicional a cuanto expuesto en el Capítulo de " Introducción al Método " (Boletín N°. 1), y con dos ejemplos elementales de aplicación a estructuras elásticas lineales isótropas y homogéneas.

De tal manera consideramos suministrar una contribución inmediata a quienes desean introducirse a la aplicación práctica del M.E.F.

Caracas, octubre de 1981

EL METODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS EN LAS APLICACIONES GEOTECNICAS

" EL CODIGO WILSON 63 COMO EJEMPLO DIDACTICO "

POR: GIANFRANCO PERRI Y MIGUEL CASTILLEJO (*)

(*)

Departamento de Minas, Escuela de Geologia Minas y Geofísica,
Facultad de Ingeniería - U.C.V.

INTRODUCCION

Así como se mencionó en la introducción a la primera parte de este trabajo (*) sobre las aplicaciones geotécnicas del M.E.F., fue Clough (1960) a publicar por primera vez un trabajo en el que se mencionó el método con su nombre actual y fue pocos años después (1963) que su discípulo Edward L. Wilson, presentó su disertación doctoral titulada " Análisis por elementos finitos de estructuras bidimensionales " en la que presentó el resultado de su investigación realizada bajo la guía de Clough y cuyo objetivo fue generalizar y extender la aplicación del método de los elementos finitos a estructuras planas.

El código (Wilson 63) anexo a esta disertación ha sido hoy en día, ampliamente superado, pero conserva, por su mismo carácter de limitado y no sofisticado, una gran utilidad didáctica permitiendo la comprensión, a quien se está iniciando en la materia, y el seguimiento de las diferentes partes que integran un Código de elementos finitos, que por lo normal es algo ciertamente complejo.

Antes de presentar el código de cálculo y algunos ejemplos elementales de su aplicación, a continuación se comentarán aquellos aspectos del trabajo de Wilson que no se incluyeron en la exposición general de introducción al M.E.F. que se hizo en la primera parte de nuestro trabajo. Específicamente se ilustran: primero una forma intuitiva de llegar a la fórmula de la matríz de rigidez de un elemento finito triangular, luego el método iterativo utilizado en el código para la inversión de la matríz de rigidez global, un procedimiento que permite obtener los resultados (esfuerzo y deformaciones) en los puntos nodales además que en los baricentros de los elementos y la manera simple de introducir las condiciones de borde para la determinación estática de la estructura.

(*) *"El Método de los Elementos Finitos en las aplicaciones geotécnicas. Introducción al Método". G.Perri et Al. GEOMEC N°. 1, Julio,1981.*

MATRIZ DE RIGIDEZ

La forma más directa de derivar la matríz de rigidez de un elemento, es la que se basa sobre consideraciones energéticas, determinándose el trabajo externo realizado por las fuerzas equivalentes ficticias en los nodos { F }, luego la energía total de deformación del elemento e, igualando estas dos cantidades se llega a la fórmula de la rigidez:

$$[\ K\ ]^e = \int_V [\ B\ ]^T\ [\ D\ ]\ [\ B\ ]\ dv \qquad (1)$$

siendo V el volúmen del elemento, [B] la matríz de las deformaciones y [D] la matríz constitutiva del material.

Ahora bien con el propósito de dar una solución más intuitiva, así como una interpretación física del método, puede procederse de la manera siguiente.

En la figura 1 se presenta en forma gráfica el procedimiento mediante el cual se reemplazan los esfuerzos actuantes en forma uniformemente distribuída sobre los lados del elemento triangular { σij }, con las fuerzas equivalentes estáticamente resultante actuantes en forma concentrada sobre los nodos del elemento triangular { F }, en la hipótesis de espesor unitario para el elemento mismo.

Se obtiene para la componente horizontal de la fuerza en el nodo " i " (F x i), la siguiente expresión:

$$F_{xi} = \frac{1}{2}\ (b_j - b_k)\ \sigma_x + \frac{1}{2}\ (a_k - a_j)\ \tau_{xy} \qquad (2)$$

y para todas las seis componentes de { F }, dos para cada nodo, en forma matricial:

$$\begin{Bmatrix} F_{xi} \\ F_{yi} \\ F_{xj} \\ F_{yj} \\ F_{xm} \\ F_{ym} \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} (b_j - b_m) & 0 & (a_m - a_j) \\ 0 & (a_m - a_j) & (b_j - b_m) \\ b_m & 0 & - a_m \\ 0 & - a_m & b_m \\ - b_j & 0 & a_j \\ 0 & a_j & - b_j \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3a)$$

o en forma resumida:

$$\{ F \}^e = [A] \{ \sigma \}^e \quad (3b)$$

A este punto es suficiente sustituír:

$$\{ \sigma \} = [D] \{ \varepsilon \} \quad \text{(ley constitutiva)}$$

$$\{ \varepsilon \} = [B] \{ \delta \} \quad \text{(deformaciones-desplazamientos nodales)}$$

y observando que $[A] = [B]^T$ * volúmen, se obtiene:

$$\{ F \} = [B]^T [D] [B] \{ \delta \} * \text{volúmen} \quad (4)$$

que es la relación fuerzas - desplazamientos nodales. Indicando el volúmen del elemento como Area (A) x Espesor (t), resulta la matríz de rigidez del elemento.

$$[K]^e = [B]^T [D] [B] t A \quad (5)$$

INVERSION DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL

Una vez obtenida la matríz de rigidez global de la estructura completa $[K]$ mediante la adecuada superposición mecánica de las matrices de rigidez de cada elemento componente, la ecuación resolutiva del problema, que da los desplazamientos de cada nodo es la siguiente:

$$\{ \delta \} = [K]^{-1} \{ R \} \qquad (6)$$

siendo $\{ \delta \}$ el vector incógnito de los desplazamientos, $\{ R \}$ el vector conocido de las fuerzas externas, y $[K]^{-1}$ la matríz inversa de rigidez global.

Ahora bien, es justamente la operación de inversión de la matríz $[K]$ el problema numérico más importante del M.E.F., toda vez que se tiene presente que se trata de una matríz muy grande (para estructuras planas el orden es de $2 n * 2 n$, siendo n el número de nodos).

Y las limitaciones efectivas de cálculo residen en la capacidad (en términos de tiempo y memoria) de la computadora de poder efectuar la operación de inversión.

En consideración del hecho que la matríz de rigidez tiene muchos ceros es posible, mediante una adecuada elección del método de numeración de los nodos, concentrar los términos diferentes de cero, a lo largo de la diagonal, obteniéndose de tal manera una " matríz banda ".

Esto permite a su vez el uso de especiales procedimientos numéricos de inversión que mejoran la eficiencia del empleo de la memoria disponible de la computadora.

En esta ocasión, sin embargo se describirá un procedimiento de inversión de tipo iterativo, que presenta la sola ventaja de su sencilla formulación: el método de Gauss - Seidel, utilizado en el Código Wilson 63.

Se escribe la ecuación i-ésima del sistema de equilibrio para la entera estructura:

$$Ri = \sum_{e=1}^{n} Kie\ \delta e = Ki1\ \delta 1 + Ki2\ \delta 2 + \ldots\ldots\ldots + Kin\ \delta n$$

siendo " n " el número de nodos que conforman la estructura. También puede escribirse de las formas:

$$Ri = \sum_{e=1}^{i-1} Kie\ \delta e + \sum_{e=1}^{n} Kie\ \delta e$$

$$Ri = \sum_{e=1}^{i-1} Kie\ \delta e + Kii\ \delta i + \sum_{e=i+i}^{n} Kne\ \delta e$$

de la última de las cuales se obtiene:

$$\delta i = Kii^{-1}\ (Ri - \sum_{e=1}^{i-1} Kie\ \delta e - \sum_{e=i+1}^{n} Kie\ \delta e) \qquad (7)$$

Se tendrán entonces " n " ecuaciones del tipo de la última escrita y aplicando la solución según el esquema iterativo, para el ciclo de iteración " s " se tendrá:

$$\delta i^{s+1} = Kii^{-1}\ (Ri - \sum_{e=1}^{i-1} Kie\ \delta e^{s+1} - \sum_{e=i+1}^{n} Kie\ \delta e^{s})$$

Se observe que en este método iterativo de Gauss - Saidel, para el cálculo de la δi^{s+1} del ciclo " s " de iteración, ya se toman en cuenta (contrariamente a lo usual) los valores δe^{s+1}, de los nodos precedentes al i-ésimo, correspondiente ya el ciclo " s ".

Aunque sin demostrarlo se puede afirmar que la convergencia del método está siempre asegurada gracias a la naturaleza, positiva, de la matríz de rigidez global.

Aunque la convergencia es bastante rápida, puede aumentarse su rapidez mediante la aplicación de un coeficiente de extrapolación (β) de la forma siguiente:

$$\delta i = {}^{s+1} = \delta i^{s} + \beta \Delta \delta i^{s} \qquad (8)$$

siendo $\Delta \delta i^{s}$ la variación de δi obtenida en un ciclo de iteración y que se define como:

$$\Delta \delta i^{s} = \delta i^{s+1} - \delta i^{s}$$

lo cual según la (7) puede escribirse como:

$$\Delta \delta i^{s} = Kii^{-1} \left(Ri - \sum_{e=1}^{i-1} Kie\ \delta e^{s+1} - \sum_{e=i}^{n} Kie\ \delta e^{s}\right) \qquad (9)$$

El valor numérico de β que permite de obtener resultados óptimos depende del tipo de estructura en examen y de la naturaleza de las fuerzas aplicadas y manera de asignar las condiciones de contorno. En general los valores óptimos se sitúan en el rango de 1.80 a 1.95.

Adicionalmente, y con el mismo objeto de acelerar la convergencia se incluye en el proceso de inversión un " coeficiente de extrapolación

de grupo " a ser aplicado solamente cada cierto número (t) de iteraciones.

Después de " t " iteraciones, se asumen que $\alpha \left[\delta^t \right]$ representa una buena aproximación del resultado final del sistema de desplazamiento. Para calcular el valor de " α " es necesario considerar la energía del sistema sujeto a este set de desplazamientos.
La energía de las fuerzas externas es:

$$Ue = \alpha \left[\delta^t \right] \left[R \right]$$

La energía almacenada elásticamente dentro de los elementos del sistema será:

$$Ui = \alpha^2 \left[\delta^t \right]^T \left[K \right] \left[\delta^t \right]$$

e igualando las dos energías externa e interna se obtiene (α):

$$\alpha = \frac{\left[\delta^t \right] \left[R \right]}{\left[\delta^t \right]^T \left[K \right] \left[\delta^t \right]}$$

Entonces, antes de comenzar el sucesivo ciclo de iteración (t + 1) los desplazamientos se modifican de la manera siguiente:

$$\left[\delta^t \right]^* = \alpha \left[\delta^t \right]$$

Las operaciones de determinación de (α) por lo tanto representan, en términos de tiempo, algo similar a la ejecución de una iteración, con la diferencia que como se dijo esta operación debe ser realizada solamente una vez cada grupo de numerosos ciclos de iteración.

Resulta interesante también la interpretación física del procedimiento de inversión ilustrado para lo cual se hace referencia a la ecuación (9).

El término (kii^{-1}) representa la flexibilidad (lo inverso de la rigidez) del punto nodal " i ", o sea es el valor de los desplazamientos en el punto nodal debido a la actuación de componentes unitarios de fuerzas en el mismo nodo:

$$Kii^{-1} = \begin{bmatrix} f_{xx} & f_{xy} \\ f_{yx} & f_{yy} \end{bmatrix}$$

La sumatoria de los términos de la ecuación (9), representan las fuerzas elásticas { Q } actuantes en el punto nodal " i " debido a las deformaciones de los lados de los elementos. La diferencia entre estas fuerzas elásticas y las cargas aplicadas externamente { R }, representa las fuerzas desequilibradas, las cuales en forma de submatríz pueden escribirse:

$$\begin{Bmatrix} X \\ Y \end{Bmatrix}_i^{(s+1)} = \begin{Bmatrix} R_x \\ R_y \end{Bmatrix}_i - \begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix}_i^{s+1} \qquad (10)$$

La ecuación (8) puede entonces reescribirse en forma de submatríz:

$$\begin{Bmatrix} \delta_x \\ \delta_y \end{Bmatrix}_i^{(s+1)} = \begin{Bmatrix} \delta_x \\ \delta_y \end{Bmatrix}_i^{(s)} + \beta \begin{bmatrix} f_{xx} & f_{xy} \\ f_{yx} & f_{yy} \end{bmatrix}_i \begin{Bmatrix} X \\ Y \end{Bmatrix}_i^{(s+1)} \qquad (11)$$

Con β igual a uno, la aplicación de esta ecuación es físicamente equivalente a poner en libertad el nodo " i " permitiendo que este se mueva libremente a una nueva posición de equilibrio. Para β mayor que uno, el punto nodal se mueve más allá de su posición de equilibrio.

Es importante notar que cualquier valor de desplazamiento $\delta i^{(o)}$, puede ser asumido para el primer ciclo de iteración.

Una buena selección de estos valores iniciales a ser asignados para los desplazamientos, puede acelerar la convergencia de la solución. De hecho si todos los desplazamientos fueron asumidos correctamente, las fuerzas resultantes desequilibradas de la ecuación (10) serían cero y no serían necesarias otras iteraciones.

En la práctica esto no ocurre y al comienzo del ciclo habrá fuerzas desequilibradas y el proceso de iteración se cumple cuando estas sean reducidas a un valor mínimo prefijado.

ESFUERZOS EN LOS NODOS

La formulación matemática del M.E.F., conlleva a la determinación del estado de esfuerzo en el interior de cada elemento. Ahora bien con el objeto de disponer del resultado numérico en un número más grande de puntos, para los fines de una más fácil y correcta interpretación de los resultados, resulta conveniente el cálculo de este estado de esfuerzos también para cada uno de los puntos nodales del modelo.

A tal propósito, se ha encontrado que los esfuerzos de los puntos nodales, corresponden en manera suficientemente exacta a los valores obtenidos por el promedio de los esfuerzos de los elementos conectados al punto nodal mismo; pero esto solamente para puntos nodales in

teriores. Al contrario, esta aproximación no resulta válida cuando es aplicada a puntos nodales pertenecientes a los bordes del modelo.

La experiencia también indica que las tres componentes del esfuerzo de un elemento, no representan el estado real de esfuerzos en todos los puntos dentro del elemento mismo. Por ejemplo, se considere el elemento típico mostrado en la figura 2. Debido a que los esfuerzos deben ser consistentes con los desplazamientos de los nodos, σ_x será una buena aproximación de los esfuerzos horizontales para el punto " A ", σ_y lo será de los esfuerzos verticales en el punto " B ", y τ_{xy} aproximará los esfuerzos de corte en algún punto " C " del interior del elemento.

En este caso especial, para el cálculo del estado de esfuerzo en el nodo " i ", es claro que la componente horizontal en " A " debe pesar más que la componente vertical en " B ". Por lo tanto se utiliza para el cálculo de los esfuerzos en los nodos, un método basado en medias ponderadas que puede reflejar este comportamiento.

En términos matemáticos, para el punto " i " del elemento " n " se obtiene:

$$\sigma_x = \frac{1}{S_x} \sum_n \frac{a^{(n)}}{a^{(n)} + b^{(n)}} \sigma_x(n)$$

$$\sigma_y = \frac{1}{S_y} \sum_n \frac{b^{(n)}}{a^{(n)} + b^{(n)}} \sigma_y(n)$$

$$\tau_{xy} = \frac{1}{N} \sum_n \tau_{xy}\ (n)$$

donde:

$$a^{(n)} = \left[X_k^{(n)} + X_j^{(n)} - 2X_i \right]$$

$$b^{(n)} = \left[Y_k^{(n)} + Y_j^{(n)} - 2Y_i \right]$$

$$S_x = \Sigma \frac{a^{(n)}}{a^{(n)} + b^{(n)}} \quad ; \quad S_y = \Sigma \frac{b^{(n)}}{a^{(n)} + b^{(n)}}$$

Las sumatorias son extendidas a todos los M elementos conectados al punto nodal " i " .

Es fácil constatar que este método da resultados bastante próximos a los obtenibles de una media directa entre los esfuerzos de los elementos que tienen el nodo en común, cuando este nodo es interno al modelo; mientras que, como ya se comentó, los resultados difieren sustancialmente en los nodos de contorno para los cuales no sería válida la simple media directa.

Una vez definido el vector esfuerzos (σ_{ij}) en los puntos nodales, es inmediata la obtención del correspondiente estado de deformaciones (ε_{ij}), a traves de la ley constitutiva del material:

$$\{ \varepsilon_{ij} \} = [D]^{-1} \{ \sigma_{ij} \}$$

CONDICIONES DE BORDE

La ecuación (11) tiene validez para todos los puntos nodales libres de moverse en cualquier dirección. Mientras para que esta ecuación pueda ser aplicada a los puntos nodales del contorno de la estructura, para los cuales existe alguna limitación en los movimientos (por la presencia de vínculos reales, condiciones de simetría, etc.), los coeficientes de flexibilidad deben ser modificados para tomar en cuenta el específico tipo de restricción que pueda existir.

Ahora bien, considerando que estos coeficientes de flexibilidad son independientes del ciclo de iteración, estas modificaciones pueden realizarse al comienzo del cálculo, antes del comienzo del proceso iterativo.

En la figura 3 se ilustran las fuerzas y desplazamientos asociados inmediatamente antes de comenzar un nuevo ciclo de iteracción cuando el desplazamiento δi debe ser incrementado de la cantidad $\Delta\ \delta i$ (ecuación 9).

En este caso se hace referencia a las condiciones de vínculo que pueda tener el nodo de moverse únicamente a lo largo de una línea que forma un ángulo $\emptyset$ con el eje horizontal. Las fuerzas desequilibradas " X " y " Y " son las determinadas de la ecuación (10).

La reacción en el vínculo, en este caso incógnita, perpendicular a la línea ($\emptyset$), está representada por la " R ".

Aplicando la ecuación (9) a este punto nodal del borde, los desplazamientos $\Delta\delta_x$ y $\Delta\delta_y$ se expresan en la forma:

$$\begin{Bmatrix} \Delta\delta_x \\ \Delta\delta_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{xx} & f_{xy} \\ f_{yx} & f_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X - R \operatorname{sen} \emptyset \\ Y + R \cos \emptyset \end{Bmatrix}$$

Existiendo además la relación geométrica:

$$\Delta\delta_y = \Delta\delta_x \text{ tang } \emptyset$$

se obtiene, eliminando la incógnita " R ":

$$\Delta\delta_x = \frac{f_{xx} - \gamma f_{yx}}{1 - \gamma \text{tang } \emptyset} X + \frac{f_{xy} - \gamma f_{xy}}{1 - \gamma \text{ tang } \emptyset} Y$$

en donde:

$$\gamma = \frac{f_{xx} \text{ tang } \emptyset - f_{xy}}{f_{xy} \text{ tang } \emptyset - f_{yy}}$$

Por lo tanto los coeficientes efectivos de flexibilidad a ser introducidos en la ecuación (11), para los puntos nodales con vínculos están dados por:

$$f^*_{xx} = (f_{xx} - \gamma f_{xy}) / (1 - \gamma \text{ tang } \emptyset)$$

$$f^*_{xy} = (f_{xy} - \gamma f_{yy}) / (1 - \gamma \text{ tang } \emptyset)$$

$$f^*_{yx} = \text{tang } \emptyset \quad f^*_{xx}$$

$$f^*_{yy} = \text{tang } \emptyset \quad f^*_{xy}$$

Para los casos límites se obtiene:

- nodo fijo ($\Delta\delta_x = \Delta\delta_y = 0$): $f^*_{xx} = f^*_{xy} = f^*_{yx} = f_{yy} = 0$
- nodo fijo en X($\Delta\delta_x = 0$): $f^*_{yy} = f_{yy} - \frac{f_{xy} - f_{yx}}{f_{xx}}$

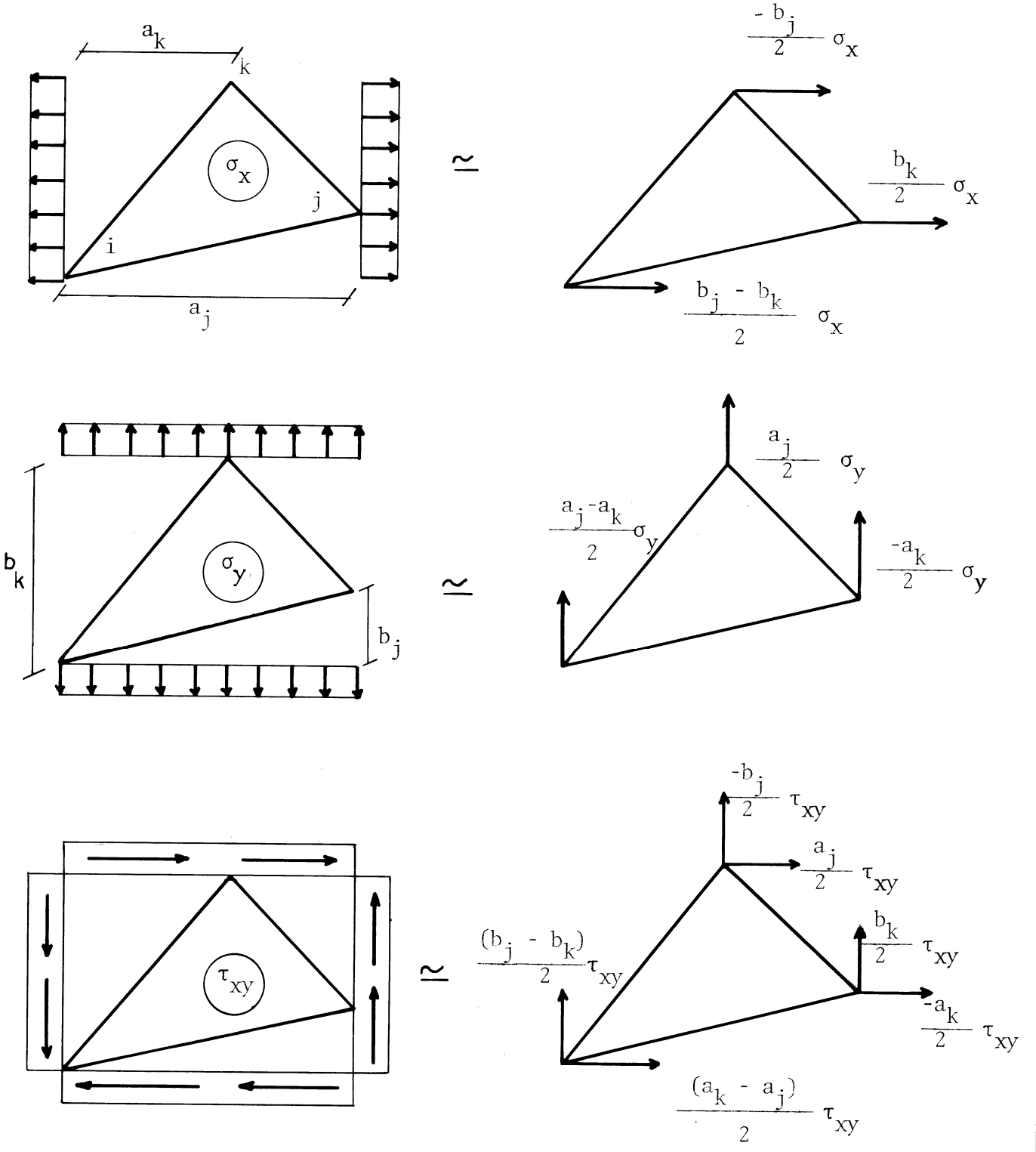
- nodo fijo en Y($\Delta\delta_y = 0$): $f^*_{xx} = f_{xx} - \dfrac{f_{yx} - f_{xy}}{f_{yy}}$

siendo para estos dos últimos nulos los otros tres coeficientes.

Para los casos en que las condiciones de borde estén dadas en términos de fuerzas, y no de desplazamientos, el procedimiento es prácticamente inmediado limitándose este a la introducción de fuerzas externas equivalentes en los nodos correspondientes.

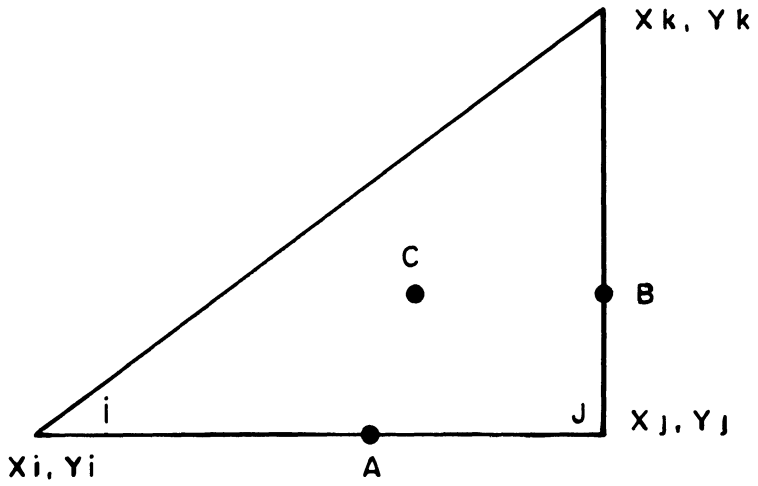
Cuando se trata de cargas distribuídas en los lados de borde, aunque existen procedimientos más rigurosos, pueden sustituírse los esfuerzos con fuerzas nodales estáticamente equivalentes.

De igual manera para lo que se refiere a las fuerzas de volúmen, específicamente el peso de la estructura, éstas se calculan directamente mediante el producto del área del elemento, por su espesor (normalmente unitario) y por el peso de volúmen del material constituyente. Sucesivamente se hace la hipótesis simplificadora de que el peso del elemento se reparta en manera igual entre sus nodos correspondientes. Por lo tanto la fuerza peso total vertical, en cada punto nodal, es calculada como la suma de 1/3 de los pesos de todos los elementos que tienen en común el nodo mismo.



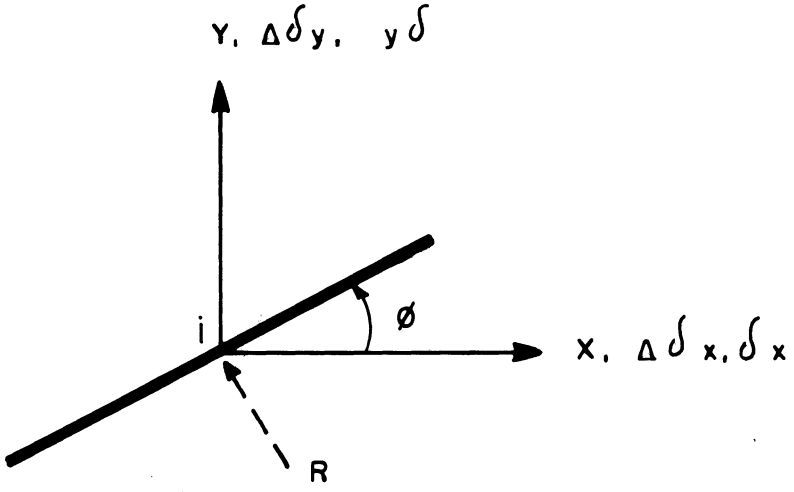
ESFUERZOS RESULTANTES EN LOS NODOS.

FIG - 1 -



ELEMENTO TIPICO (n) CONECTADO AL NODO (i)

FIG-2-



PUNTO NODAL (i) GENERICO DE BORDE

FIG-3-

NOTA:

La Bibliografía principal y directa correspondiente a este número del boletín es:

* WILSON, E.L.

" Finite element analysis of two - dimensional structure ". Doctoral dissertation, University of California, Berkeley, 1963.

* BARLA, G.

" Meccanica delle rocce teoria e applicazioni " parte prima. Politecnico de Torino, 1972.

ANEXOS:

* Bibliografía del trabajo original de Wilson.

* Código WILSON - 63, modificado.

* Ejemplo # 1: Plancha rectangular.

* Ejemplo # 2: Túnel circular profundo.

BIBLIOGRAFIA (WILSON, 1963)

1. Crandall, stephen H., "Engineering Analisis", McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1956.

2. McHenry, D., "A Lattice Analogy for the solution of Stress Problems", Journal, Institution of Civil Engineers, December 1943, pp. 59-82.

3. Grinter, L.E., "Statiscal State of Stress Studied by Grid Analysis", Numerical methods of Analysis in Engineering, The Macmillaan Company, New York, 1949 .

4. Hrennikoff, A., " Solution of Problems of Elasticity by the Framework Method", Journal of applied Mechanics, December 1941.

5. Turner. M. J., Clough, R. W., Martin, H. C., and Topp, L.J., "Stiffnees and Deflection Analyses of Complex Structures", Journal of Aeronautical Sciences, Vol. 23, Nº 9, September 1956, p.805 .

6. Clough, R. W., " the Finite Element Method in Plane Stress Analysis", Proceedings, ASCE, 2nd Conference on Electronic Computation, Pittsburgh, Pa., September 1960 .

7. Argyris, J.H., "Energy Theorems and Structural Analysis", Aircraft Engineering, Vols. 26-27, October 1954 - May 1955.

8. Lehman, F.G., "Simultaneus Equations solved by Over-Relaxation", Proceedings, ASCE, 2nd Conference on Electronic Computation, Pittsburgh, Pa., September 1960.

9. Southwell, R. V., "Relaxation Methods in Engineering Science", Oxford University Press, 1940.

10. Temple, G., and Beckley, W. G., "Rayleigh's Principle ans Its Application to Engineering", Oxford University Press, 1933.

11. Turner, M.J., Martin, H. C., and Weikel, R. C., " Further Development and applications of the Stiffness Method", AGARD, Structures and Materials Panel, Paris, France, July, 1962.

12. Clough, R. W., "The Stress Distributions of Norfork Dam", Series 100, Insue 19, Instutute of Engineering Research, University of California, Berkeley, California, August 1962.

13. Wilson, E.L., "Matrix Analysis of nolinear Structures", Proceedings, ASCE 2nd Conference on Electronic Computation, Pittsburgh, Pa., September 1960.

14. Lave, A. E. H., "A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity", Dover Publications, New York.

15. Clough, R. W., and Raphael, J. M., "Stress Analysis in Non -Uniform Media by the Finite Element Method", Journal Report to Departament of Water Resource, California, University of California, Berkeley, California, March 1963.

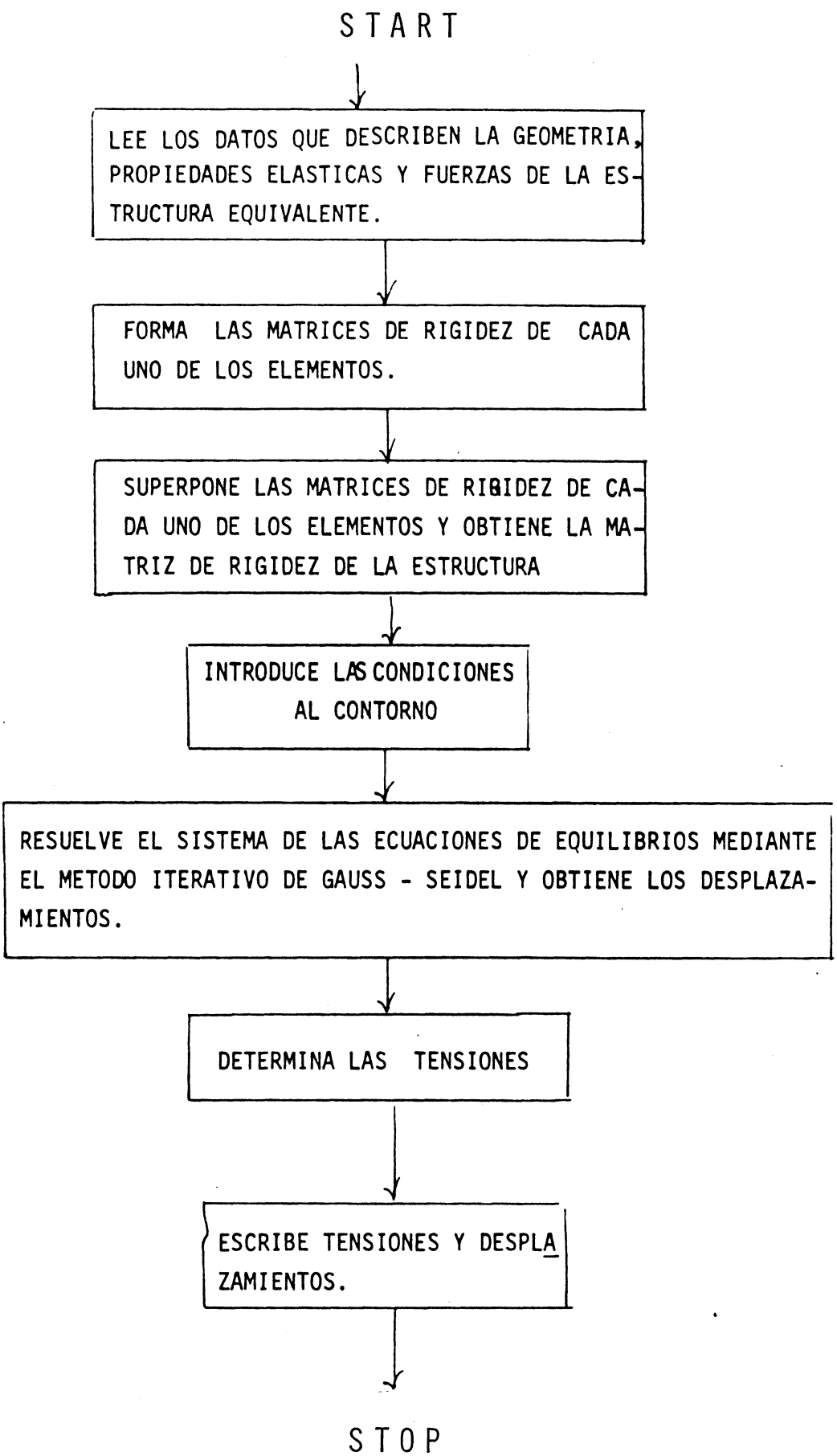
16. Wilson, E. L., and Clough, R.W.,"Dynamic Response by Step-by-Step Matrix Analysis", Symposium on Use of Computers in Civil Engineering, Laboratorio Nacional de Engenharia Civil, Lisbon, Portugal, October 1.962.

CODIGO " WILSON 63 " (MODIFICADO)

* DIAGRAMA DE BLOQUES SIMPLIFICADO

* LISTADO DEL PROGRAMA EN LENGUAJE: FORTRAN IV

* COMENTARIOS ACLARATORIOS


START
LEE LOS DATOS QUE DESCRIBEN LA GEOMETRIA, PROPIEDADES ELASTICAS Y FUERZAS DE LA ESTRUCTURA EQUIVALENTE.
FORMA LAS MATRICES DE RIGIDEZ DE CADA UNO DE LOS ELEMENTOS.
SUPERPONE LAS MATRICES DE RIGIDEZ DE CADA UNO DE LOS ELEMENTOS Y OBTIENE LA MATRIZ DE RIGIDEZ DE LA ESTRUCTURA
INTRODUCE LAS CONDICIONES AL CONTORNO
RESUELVE EL SISTEMA DE LAS ECUACIONES DE EQUILIBRIOS MEDIANTE EL METODO ITERATIVO DE GAUSS - SEIDEL Y OBTIENE LOS DESPLAZAMIENTOS.
DETERMINA LAS TENSIONES
ESCRIBE TENSIONES Y DESPLAZAMIENTOS.
STOP

WILSON

```
FILE  1(KIND=READER)                                                                    C  00000001
FILE  3(KIND=PRINTER)                                                                   C  00000002
C       ****************************************************************      00000001  C
C       ****************************************************************      00000002  C
C       *            UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA                  *      00000003  C
C       *               FACULTAD DE INGENIERIA                         *      00000004  C
C       *         ESCUELA DE GEOLOGIA, MINAS Y GEOFISICA               *      00000005  C
C       *              DEPARTAMENTO DE MINAS                           *      00000006  C
C       *            CATEDRA DE "MECANICA DE ROCAS"                    *      00000007  C
C       ****************************************************************      00000008  C
C       ****************************************************************      00000009  C
C                                                                               00000010  C
C                                                                               00000011  C
C       PROGRAMA PARA LA SOLUCION DE ESTRUCTURAS ELASTICAS PLANAS               00000012  C
C                          ***--WILSON-63--***                                  00000013  C
C       METODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS CON ELEMENTOS PLANOS TRIANGULARES       00000014  C
C       CONDICIONES DE DEFORMACION PLANA O ESFUERZO PLANO                       00000015  C
C                                                                               00000016  C
C                                                                               00000017  C
C       MAXIMO NUMERO DE ELEMENTOS =-400-                                       00000018  C
C       MAXIMO NUMERO DE PUNTOS NODALES =-250-                                  00000019  C
C       MAXIMO NUMERO DE PUNTOS DE BORDE =-30-                                  00000020  C
C       MAXIMO NUMERO DE PUNTOS ADYACENTES A UN MISMO NODO =-8-                 00000021  C
C       DSX     = DESPLAZAMIENTO A LO LARGO DE LA DIRECCION X                   00000022  C
C       DSY     = DESPLAZAMIENTO A LO LARGO DE LA DIRECCION Y                   00000023  C
C       ET(N)    MODULO ELASTICO DEL ELEMENTO N                                 00000024  C
C       NCPIN   = NO. DE CICLOS ENTRE UNA IMPRESION Y LA SIGUIENTE              00000025  C
C       NCYCM   = NO. DE CICLOS DE ITERACION  (GAUSS - SEIDEL)                  00000026  C
C       NOPIN   = NO. DEL CICLO DE LA PRIMERA IMPRESION DE LOS RESULTADOS       00000027  C
C       NUMNP   = NO. DE PUNTOS NODALES                                         00000028  C
C       NPI(N) = NO. DEL NODO I DEL ELEMENTO N                                  00000029  C
C       NPJ(N) = NO. DEL NODO J DEL ELEMENTO N                                  00000030  C
C       NPK(N) = NO. DEL NODO K DEL ELEMENTO N                                  00000031  C
C       NUMEL   = NO. DE ELEMENTOS                                              00000032  C
C       RO(N)   = DENSIDAD DEL ELEMENTO N                                       00000033  C
C       SIGXX   = TENSION EN LA DIRECCION X                                     00000034  C
C       SIGYY   = TENSION EN LA DIRECCION Y                                     00000035  C
C       SIGXY   = TENSION TANGENCIAL                                            00000036  C
C       SLOPE   = ANGULO DE INCLINACION RESPECTO A LA HORIZONTAL                00000037  C
C       TOLER   = LIMITE DE CONVERGENCIA                                        00000038  C
C       XFAC    = FACTOR DE EXTRAPOLACION                                       00000039  C
C       XLOAD   = COMPONENTE EN X DE LAS CARGAS                                 00000040  C
C       XORD(M)= COORDENADA X DEL NODO M                                        00000041  C
C       XU(N)   = RELACION DE POISSON DEL ELEMENTO N                            00000042  C
C       YLOAD   = COMPONENTE EN Y DE LAS CARGAS                                 00000043  C
C       YORD(M)= COORDENADA Y DEL NODO M                                        00000044  C
C                                                                               00000045  C
C                                                                               00000046  C
C       LA CONVENCION DE SIGNOS DE LAS TENSIONES SON LAS SIGUIENTES             00000047  C
C       - COMPRESION                                                            00000048  C
C       + TRACCION                                                              00000049  C
C       DATOS DE ENTRADA     (6I4,2F12.5,I1,I5)                                 00000050  C
C       COLUMNA                                                                 00000051  C
```

```
C        1      NO. DE ELEMENTOS                                                    00000052  C
C        5      NO. DE NODOS                                                        00000053  C
C       9-12    NO. DE PUNTOS DE CONTORNO                                           00000054  C
C      13-16    CICLO DE ITER. EN LOS CUALES SE DAN RESULTADOS                      00000055  C
C      17-20    NO. DEL CICLO DE LA PRIMERA IMPRESION DE RESULTADOS                 00000056  C
C      21-24    NO. MAXIMO DE ITERACIONES A EFECTUAR                                00000057  C
C      25-36    LIMITE DE CONVERGENCIA                                              00000058  C
C      37-48    FACTOR DE EXTRAPOLACION (GAUSS-SEIDEL)                              00000059  C
C         49    FACTOR QUE DETERMINA LA IMPRESION DE LOS DATOS                      00000060  C
C               (T1=0 SI, T1=1 NO)                                                  00000061  C
C      50-54    TIPO DE PROBLEMA                                                    00000062  C
C               (TIPO=0    DEFORMACION PLANA)                                       00000063  C
C               (TIPO=1    ESFUERZO PLANO)                                          00000064  C
C                                                                                   00000065  C
C                                                                                   00000066  C
C      TARJETA RELATIVA A LOS ELEMENTOS(4I4,3F12.4)                                 00000067  C
C     COLUMNA                                                                       00000068  C
C       1-4    NO. DE ELEMENTOS                                                    00000069  C
C       5-8    NODO I                                                              00000070  C
C       9-12   NODO J                                                              00000071  C
C      13-16   NODO K                                                              00000072  C
C      17-28   DENSIDAD DEL ELEMENTO N              *                             00000073  C
C      29-40   RELACION DE POISSON DEL ELEMENTO N   *                             00000074  C
C      41-52   MODULO ELASTICO DEL ELEMENTO N       *                             00000075  C
C      *              LOS VALORES DE RO,XU,ET SON REPETIDOS IDENTICAMENTE          00000076  C
C                     EN EL ELEMENTO CONSECUTIVO, POR LO TANTO ES                  00000077  C
C                     SUFICIENTE PERFORAR LOS VALORES EN LA PRIMERA                00000078  C
C                     TARJETA DE LA SERIE Y DEJAR EN BLANCO LOS ESPACIOS           00000079  C
C                     EN LAS TARJETAS SUCESIVAS.                                  00000080  C
C     TARJETA RELATIVA A LOS NODOS (I4,4F8.2)                                       00000081  C
C     COLUMNA                                                                       00000082  C
C       1-4    NO. DEL NODO     *                                                  00000083  C
C       5-12   COORDENADA X     *                                                  00000084  C
C      13-20   COORDENADA Y     *                                                  00000085  C
C      21-28   XLOAD                                                              00000086  C
C      29-36   YLOAD                                                              00000087  C
C     * SI LOS INTERVALOS ENTRE LA ABSCISA Y LA ORDENADA DE MAS PUNTOS             00000088  C
C       SUCESIVOS SON CONSTANTES ES SUFICIENTE INTRODUCIR LA TARJETA               00000089  C
C       RELATIVA AL PRIMERO Y ULTIMO NODO EN CUESTION.                             00000090  C
C         **ATENCION** ESTE PROCEDIMIENTO DE GENERACION AUTOMATICA                 00000091  C
C                      DE LAS COORDENADAS DE LOS NODOS INTERMEDIOS                 00000092  C
C                      ES SOLO UTILIZABLE EN AQUELLOS CASOS EN LOS                 00000093  C
C                      QUE NO SON APLICADAS CARGAS EXTERNAS .                      00000094  C
C     MODIFICACION DE LA FLEXIBILIDAD AL CONTORNO(2I4,F8.2)                         00000095  C
C     COLUMNA                                                                       00000096  C
C       1-4    NO. DEL NODO EN EL CONTORNO                                         00000097  C
C       5-8    INDICE RELATIVO A LOS DESPLAZAMIENTOS (NFIX)                        00000098  C
C       9-16   INCLINACION DE LOS LADOS DE LA ESTRUCTURA                           00000099  C
C          NFIX=0      EL PUNTO FIJO                                             00000100  C
C          NFIX=1      EL PUNTO SE MUEVE VERTICALMENTE                           00000101  C
```

```
C          NFIX=2      EL PUNTO SE MUEVE HORIZONTALME TE SI EL SLOPE =0    00000102  C
C          NFIX=2      EL PUNTO SE MUEVE A LO LARGO D_ UNA RECTA           00000103  C
C          SLOPE   INCLINACION DEL CONTORNO RESPECTO A LA HORIZONTAL       00000104  C
C                                                                          00000105  C
C                                                                          00000106  C
C     TIEMPO DE CALCULO REQUERIDO POR EL PROGRAMA APROXIMADAMENTE          00000107  C
C        TIEMPO =0.006*N*M                                                 00000108  C
C     DONDE     N=NUMERO DE PUNTOS NODALES                                 00000109  C
C               M=NUMERO DE CICLOS DE ITERACION                            00000110  C
C                                                                          00000111  C
C                                                                          00000112  C
C                       COMIENZO DEL PROGRAMA                              00000113  C
C                                                                          00000114  C
C                                                                          00000115  C
```

```
                                                                                START OF SE  ENT 002
                                                                              FORMAT SEGMENT _, 00CB LON
                                                                              FORMAT SEGMENT IS 00FD LON
      INTEGER TIPO,ERROR                                                    00000116   C   002:0000:0
      DIMENSION NPNUM(400),XORD(400),YORD(400),TITULO(20),                  00000117   C   002:0000:0
     1DSX(400),DSY(400),XLOAD(400),YLOAD(400),NP(400,10),SXX(400,9),        00000118   C   002:0000:0
     2SXY(400,9),SYX(400,9),SYY(400,9),NAP(400)                             00000119   C   002:0000:0
      DIMENSION NUME(400),NPI(400),NPJ(400),NPK(400),ET(400),XU(400),       00000120   C   002:0000:0
     1RO(400),AJ(400),BJ(400),AK(400),BK(400),SIGXX(400),SIGYY(400),        00000121   C   002:0000:0
     2SIGXY(400),SLOPE(30),CDX(400),CDY(400)                                00000122   C   002:0000:0
      DIMENSION NPB(30),NFIX(30),LM(3),A(6,6),B(6,6),S(6,6)                 00000123   C   002:0000:0
      EQUIVALENCE (SIGYY,NFIX),(SIGXY,SLOPE)                                00000124   C   002:0000:0
C                                                                           00000125   C   002:0000:0
C                                                                           00000126   C   002:0000:0
C                                                                           00000127   C   002:0000:0
      IUN1=1                                                                00000128   C   002:0000:0
      IUN2=3                                                                00000129   C   002:0000:4
      IUN3=4                                                                00000130   C   002:0001:3
      IPUNCH=0                                                              00000131   C   002:0002:2
C SI IPUNCH=1 PERFORA DATOS DE SALIDA PARA EL PLOTTER                       00000132   C   002:0003:0
C SI IPUNCH=0 LA SALIDA ES POR LA IMPRESORA                                 00000133   C   002:0003:0
      LAPEL=60                                                              00000134   C   002:0003:0
C                                                                           00000135   C   002:0003:5
C     LECTURA E IMPRESION DE DATOS INTRODUCIDOS                             00000136   C   002:0003:5
C                                                                           00000137   C   002:0003:5
      WRITE(IUN2,901)                                                       00000138   C   002:0003:5
      READ(IUN1,902) TITULO                                                 00000139   C   002:0010:2
      WRITE(IUN2,903) TITULO                                                00000140   C   002:001F:2
      READ(IUN1,1,END=1000)NUMEL,NUMNP,NUMBC,NCPIN,NOPIN,NCYCM,TOLER,       00000141   C   002:002E:2
     1XFAC,T1,TIPO                                                          00000142   C   002:0047:0
      WRITE(IUN2,101)NUMEL                                                  00000143   C   002:0050:0
      WRITE(IUN2,102)NUMNP                                                  00000144   C   002:005E:2
      WRITE(IUN2,103)NUMBC                                                  00000145   C   002:006D:2
      WRITE(IUN2,104)NCPIN                                                  00000146   C   002:007C:2
      WRITE(IUN2,105)NOPIN                                                  00000147   C   002:008B:2
      WRITE(IUN2,106)NCYCM                                                  00000148   C   002:009A:2
      WRITE(IUN2,107)TOLER                                                  00000149   C   002:00A9:2
      WRITE(IUN2,108)XFAC                                                   00000150   C   002:00B8:2
      IF(TIPO) 31,32,31                                                     00000151   C   002:00C7:2
   32 WRITE(IUN2,508)                                                       00000152   C   002:00C8:3
      GO TO 18                                                              00000153   C   002:00D4:2
   31 WRITE(IUN2,509)                                                       00000154   C   002:00D4:5
   18 DO 25 N=1,NUMEL                                                       00000155   C   002:00E1:2
      READ(IUN1,2,END=1000)NUME(N),NPI(N),NPJ(N),NPK(N),RO(N),XU(N),ET(N    00000156   C   002:00E2:0
     1)                                                                     00000157   C   002:00FE:4
      IF(N-1)19,25,19                                                       00000158   C   002:0105:0
   19 IF(RO(N))704,20,21                                                    00000159   C   002:0106:1
   21 IF(XU(N))704,23,22                                                    00000160   C   002:0109:4
   22 IF(ET(N))704,24,25                                                    00000161   C   002:010D:1
   20 RO(N)=RO(N-1)                                                         00000162   C   002:0111:1
      GO TO 21                                                              00000163   C   002:0113:4
   23 XU(N)=XU(N-1)                                                         00000164   C   002:0114:1
      GO TO 22                                                              00000165   C   002:0116:4
   24 ET(N)=ET(N-1)                                                         00000166   C   002:0117:1
```

```
   25 CONTINUE                                                                  00000167   C   002:0119:
      DO     N=1,NUMNP                                                          00000168   C   002:011B:
      XLOAD(N)=0.                                                               00000169   C   002:011D:0
   30 YLOAD(N)=0.                                                               00000170   C   002:011E:3
      L=0                                                                       00000171   C   002:0122:1
   60 READ(IUN1,3)M,XORD(M),YORD(M),XLOAD(M),YLOAD(M)                           00000172   C   002:0122:5
      NL=L+1                                                                    00000173   C   002:013E:2
      ZX=M-L                                                                    00000174   C   002:013F:4
      IF(L)707,70,707                                                           00000175   C   002:0141:0
  707 CONTINUE                                                                  00000176   C   002:0142:1
      DXX=(XORD(M)-XORD(L))/ZX                                                  00000177   C   002:0142:1
      DYY=(YORD(M)-YORD(L))/ZX                                                  00000178   C   002:0145:2
   70 L=L+1                                                                     00000179   C   002:0148:3
      IF(M-L)337,90,80                                                          00000180   C   002:0149:5
  337 WRITE(IUN2,713)M                                                          00000181   C   002:014D:1
   80 XORD(L)=XORD(L-1)+DXX                                                     00000182   C   002:015C:2
      YORD(L)=YORD(L-1)+DYY                                                     00000183   C   002:015F:2
      NPNUM(L)=L                                                                00000184   C   002:0162:2
      GO TO 70                                                                  00000185   C   002:0164:0
   90 NPNUM(L)=L                                                                00000186   C   002:0164:3
      IF(NUMNP-M)703,327,60                                                     00000187   C   002:0166:1
  327 IF(T1)160,155,160                                                         00000188   C   002:016A:0
  155 MPRINT=0                                                                  00000189   C   002:016B:1
      DO 63 N=1,NUMEL                                                           00000190   C   002:016B:5
      IF(MPRINT) 61,62,61                                                       00000191   C   002:016D:0
   62 WRITE(IUN2,110)                                                           00000192   C   002:016E:1
      MPRINT=LAPEL                                                              00000193   C   002:017A:2
   61 MPRINT=MPRINT-1                                                           00000194   C   002:017B:1
   63 WRITE(IUN2,6) NUME(N),NPI(N),NPJ(N),NPK(N),ET(N),RO(N),XU(N)              00000195   C   002:017C:3
      IF(TIPO)26,27,26                                                          00000196   C   002:019B:3
   27 DO 28 N=1,NUMEL                                                           00000197   C   002:019C:4
      ET(N)=ET(N)/(1-XU(N)**2)                                                  00000198   C   002:019E:0
      XU(N)=XU(N)/(1-XU(N))                                                     00000199   C   002:01A1:3
   28 CONTINUE                                                                  00000200   C   002:01A4:4
   26 MPRINT=0                                                                  00000201   C   002:01A6:5
      DO 64 M=1,NUMNP                                                           00000202   C   002:01A7:3
      IF(MPRINT) 65,66,65                                                       00000203   C   002:01A9:0
   66 WRITE(IUN2,111)                                                           00000204   C   002:01AA:1
      MPRINT=LAPEL                                                              00000205   C   002:01B6:2
   65 MPRINT=MPRINT-1                                                           00000206   C   002:01B7:1
   64 WRITE(IUN2,109) NPNUM(M),XORD(M),YORD(M),XLOAD(M),YLOAD(M)                00000207   C   002:01B8:3
C                                                                               00000208   C   002:01D2:3
      IF(IPUNCH.EQ.0) GO TO 160                                                 00000209   C   002:01D2:3
      DO 8001 M=1,NUMNP                                                         00000210   C   002:01D3:4
 8001 WRITE(IUN3,8000) NPNUM(M),XORD(M),YORD(M)                                 00000211   C   002:01D5:0
 8000 FORMAT(I5,2F10.2)                                                         00000212   C   002:01EA:3
C     INICIALIZACION DE VARIABLES                                               00000213   C   002:01EA:3
C                                                                               00000214   C   002:01EA:3
  160 NCYCL=0                                                                   00000215   C   002:01EA:3
      NUMPT=NCPIN                                                               00000216   C   002:01EB:1
```

```
      NUM[illegible]=NOPIN                                                    00000217   C   002:01EC:
      DO   5 L=1,NUMNP                                                        00000218   C   002:01EC:
      DSX(L)=0.0                                                              00000219   C   002:01EE:0
      DSY(L)=0.0                                                              00000220   C   002:01EF:3
      DO 170 M=1,9                                                            00000221   C   002:01F1:0
      SXX(L,M)=0.0                                                            00000222   C   002:01F2:0
      SXY(L,M)=0.0                                                            00000223   C   002:01F5:0
      SYX(L,M)=0.0                                                            00000224   C   002:01F8:0
      SYY(L,M)=0.0                                                            00000225   C   002:01FB:0
  170 NP(L,M)=0                                                               00000226   C   002:01FE:0
      NP(L,10)=0                                                              00000227   C   002:0203:1
  175 NP(L,1)=L                                                               00000228   C   002:0205:0
C                                                                             00000229   C   002:0208:5
C     INTRODUCCION DE LAS CARGAS Y DIMENSIONES DE LOS ELEMENTOS               00000230   C   002:0208:5
C                                                                             00000231   C   002:0208:5
C                                                                             00000232   C   002:0208:5
C                                                                             00000233   C   002:0208:5
      DO 180 N=1,NUMEL                                                        00000234   C   002:0208:5
      ET(N)=ABS(ET(N))                                                        00000235   C   002:020A:0
      I=NPI(N)                                                                00000236   C   002:020C:0
      J=NPJ(N)                                                                00000237   C   002:020D:3
      K=NPK(N)                                                                00000238   C   002:020F:0
      AJ(N)=0.0                                                               00000239   C   002:0210:3
      AK(N)=0.0                                                               00000240   C   002:0212:0
      BJ(N)=0.0                                                               00000241   C   002:0213:3
      BK(N)=0.0                                                               00000242   C   002:0215:0
      AJ(N)=(XORD(J)-XORD(I))                                                 00000243   C   002:0216:3
      BJ(N)=(YORD(J)-YORD(I))                                                 00000244   C   002:021A:0
      AK(N)=(XORD(K)-XORD(I))                                                 00000245   C   002:021D:3
      BK(N)=(YORD(K)-YORD(I))                                                 00000246   C   002:0221:0
      AREA=(AJ(N)*BK(N))/2-(BJ(N)*AK(N))/2                                    00000247   C   002:0224:3
      IF(AREA)701,701,177                                                     00000248   C   002:022A:3
  177 DL=((AREA*RO(N))/3.)                                                    00000249   C   002:022B:2
      YLOAD(I)=YLOAD(I)-DL                                                    00000250   C   002:022D:5
      YLOAD(J)=YLOAD(J)-DL                                                    00000251   C   002:0230:0
      YLOAD(K)=YLOAD(K)-DL                                                    00000252   C   002:0232:1
      GO TO 180                                                               00000253   C   002:0234:2
  701 WRITE(IUN2,711)N                                                        00000254   C   002:0234:5
      ISTOP=1                                                                 00000255   C   002:0243:2
  180 CONTINUE                                                                00000256   C   002:0244:0
      IF(ISTOP.EQ.1)GO TO 441                                                 00000257   C   002:0246:1
C                                                                             00000258   C   002:0247:2
C     FORMACION DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ                                       00000259   C   002:0247:2
C                                                                             00000260   C   002:0247:2
      DO 200 N=1,NUMEL                                                        00000261   C   002:0247:2
      I=NPI(N)                                                                00000262   C   002:0248:0
      J=NPJ(N)                                                                00000263   C   002:0249:3
      K=NPK(N)                                                                00000264   C   002:024B:0
      AREA=(AJ(N)*BK(N)-AK(N)*BJ(N))*.5                                       00000265   C   002:024C:3
      COMM=.25*ET(N)/((1.-XU(N)**2)*AREA)                                     00000266   C   002:0253:4
```

```
      A(1,1)=BJ(N)-BK(N)                                                00000267  C  002:0259:
      A(1,2)=0.0                                                        00000268  C  002:025C:
      A(1,3)=BK(N)                                                      00000269  C  002:025D:1
      A(1,4)=0.0                                                        00000270  C  002:025F:1
      A(1,5)=-BJ(N)                                                     00000271  C  002:0260:2
      A(1,6)=0.0                                                        00000272  C  002:0262:3
      A(2,1)=0.0                                                        00000273  C  002:0263:4
      A(2,2)=AK(N)-AJ(N)                                                00000274  C  002:0264:4
      A(2,3)=0.0                                                        00000275  C  002:0267:5
      A(2,4)=-AK(N)                                                     00000276  C  002:0269:0
      A(2,5)=0.0                                                        00000277  C  002:026B:1
      A(2,6)=AJ(N)                                                      00000278  C  002:026C:2
      A(3,1)=AK(N)-AJ(N)                                                00000279  C  002:026E:2
      A(3,2)=BJ(N)-BK(N)                                                00000280  C  002:0271:3
      A(3,3)=-AK(N)                                                     00000281  C  002:0274:4
      A(3,4)=BK(N)                                                      00000282  C  002:0276:5
      A(3,5)=AJ(N)                                                      00000283  C  002:0278:5
      A(3,6)=-BJ(N)                                                     00000284  C  002:027A:5
      B(1,1)=COMM                                                       00000285  C  002:027D:0
      B(1,2)=COMM*XU(N)                                                 00000286  C  002:027E:1
      B(1,3)=0.0                                                        00000287  C  002:0280:4
      B(2,1)=COMM*XU(N)                                                 00000288  C  002:0281:5
      B(2,2)=COMM                                                       00000289  C  002:0284:1
      B(2,3)=0.0                                                        00000290  C  002:0285:3
      B(3,1)=0.0                                                        00000291  C  002:0286:4
      B(3,2)=0.0                                                        00000292  C  002:0287:5
      B(3,3)=COMM*(1.-XU(N))*.5                                         00000293  C  002:0289:0
C                                                                       00000294  C  002:028D:2
C     DETERMINACION DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ DE LA ESTRUCTURA            00000295  C  002:028D:2
C                                                                       00000296  C  002:028D:2
      DO 182 J=1,6                                                      00000297  C  002:028D:2
      DO 182 I=1,3                                                      00000298  C  002:028E:0
       S(I,J)=0.0                                                       00000299  C  002:028F:0
      DO 182 K=1,3                                                      00000300  C  002:0291:4
  182 S(I,J)=S(I,J)+B(I,K)*A(K,J)                                       00000301  C  002:0293:0
      DO 183 J=1,6                                                      00000302  C  002:02A1:0
      DO 183 I=1,3                                                      00000303  C  002:02A2:0
  183 B(J,I)=S(I,J)                                                     00000304  C  002:02A3:0
      DO 184 J=1,6                                                      00000305  C  002:02AC:0
      DO 184 I=1,6                                                      00000306  C  002:02AD:0
      S(I,J)=0.0                                                        00000307  C  002:02AE:0
      DO 184 K=1,3                                                      00000308  C  002:02B0:4
  184 S(I,J)=S(I,J)+B(I,K)*A(K,J)                                       00000309  C  002:02B2:0
      LM(1)=NPI(N)                                                      00000310  C  002:02C0:0
      LM(2)=NPJ(N)                                                      00000311  C  002:02C1:5
      LM(3)=NPK(N)                                                      00000312  C  002:02C3:4
      DO 200 L=1,3                                                      00000313  C  002:02C5:4
      DO 200 M=1,3                                                      00000314  C  002:02C7:0
      LX=LM(L)                                                          00000315  C  002:02C8:0
      MX=0                                                              00000316  C  002:02C9:3
```

```
  185 MX=M   +1                                                          00000317   C   002:02CA:
      IF(   (LX,MX)-LM(M))190,195,190                                    00000318   C   002:02CB:_
  190 IF(NP(LX,MX))185,195,185                                           00000319   C   002:02CF:2
  195 NP(LX,MX)=LM(M)                                                    00000320   C   002:02D2:4
      IF(MX-10)196,702,702                                               00000321   C   002:02D6:3
  196 SXX(LX,MX)=SXX(LX,MX)+S(2*L-1,2*M-1)                               00000322   C   002:02D7:5
      SXY(LX,MX)=SXY(LX,MX)+S(2*L-1,2*M)                                 00000323   C   002:02DD:5
      SYX(LX,MX)=SYX(LX,MX)+S(2*L,2*M-1)                                 00000324   C   002:02E3:5
C                                                                        00000325   C   002:02E9:5
CC    CONTEO DE LOS PUNTOS NODALES ADYACENTES                            00000326   C   002:02E9:5
C                                                                        00000327   C   002:02E9:5
  200 SYY(LX,MX)=SYY(LX,MX)+S(2*L,2*M)                                   00000328   C   002:02E9:5
      DO 206 M=1,NUMNP                                                   00000329   C   002:02F6:2
      MX=1                                                               00000330   C   002:02F7:0
  205 MX=MX+1                                                            00000331   C   002:02F7:4
      IF(NP(M,MX))206,206,205                                            00000332   C   002:02F9:0
  206 NAP(M)=MX-1                                                        00000333   C   002:02FC:0
C                                                                        00000334   C   002:0300:2
CC    INVERSION DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ                                  00000335   C   002:0300:2
C                                                                        00000336   C   002:0300:2
      DO 210 M=1,NUMNP                                                   00000337   C   002:0300:2
      COMM=SXX(M,1)*SYY(M,1)-SXY(M,1)*SYX(M,1)                           00000338   C   002:0301:0
      SYY(M,1)=SXX(M,1)/COMM                                             00000339   C   002:0306:0
      SXX(M,1)=SYY(M,1)/COMM                                             00000340   C   002:0308:5
      SXY(M,1)=-SXY(M,1)/COMM                                            00000341   C   002:030B:4
  210 SYX(M,1)=-SYX(M,1)/COMM                                            00000342   C   002:030E:0
C                                                                        00000343   C   002:0312:3
CC    DETERMINACION Y VERIFICACION DE LAS CONDICIONES DE CONTORNO        00000344   C   002:0312:3
C                                                                        00000345   C   002:0312:3
      READ(IUN1,4,END=1000)(NPB(L),NFIX(L),SLOPE(L),L=1,NUMBC)           00000346   C   002:0312:3
      WRITE(IUN2,112)                                                    00000347   C   002:032E:0
      WRITE(IUN2,113)                                                    00000348   C   002:033A:2
      WRITE(IUN2,14)(NPB(L),NFIX(L),SLOPE(L),L=1,NUMBC)                  00000349   C   002:0346:2
      DO 240 L=1,NUMBC                                                   00000350   C   002:035E:2
      M=NPB(L)                                                           00000351   C   002:035F:0
      NP(M,1)=0                                                          00000352   C   002:0360:3
      IF(NFIX(L)-1)225,220,215                                           00000353   C   002:0361:4
  215 C=(SXX(M,1)*SLOPE(L)-SXY(M,1))/(SYX(M,1)*SLOPE(L)-SYY(M,1))        00000354   C   002:0365:3
      R=1.-C*SLOPE(L)                                                    00000355   C   002:036C:5
      SXX(M,1)=(SXX(M,1)-C*SYX(M,1))/R                                   00000356   C   002:036F:1
      SXY(M,1)=(SXY(M,1)-C*SYY(M,1))/R                                   00000357   C   002:0373:0
      SYX(M,1)=SXX(M,1)*SLOPE(L)                                         00000358   C   002:0376:5
      SYY(M,1)=SXY(M,1)*SLOPE(L)                                         00000359   C   002:037A:2
      GO TO 240                                                          00000360   C   002:037D:5
  220 SYY(M,1)=SYY(M,1)-SYX(M,1)*SXY(M,1)/SXX(M,1)                       00000361   C   002:037E:2
      GO TO 230                                                          00000362   C   002:0383:3
  225 SYY(M,1)=0.0                                                       00000363   C   002:0384:0
  230 SXX(M,1)=0.0                                                       00000364   C   002:0385:3
  235 SXY(M,1)=0.0                                                       00000365   C   002:0387:0
      SYX(M,1)=0.0                                                       00000366   C   002:0388:3
```

```
  240 CONTINUE                                                          00000367   C   002:038A:
C                                                                       00000368   C   002:038C:
C                                                                       00000369   C   002:038C:1
  243 WRITE(IUN2,119)                                                   00000370   C   002:038C:1
  244 SUM=0.0                                                           00000371   C   002:0398:2
      I22=0                                                             00000372   C   002:0399:0
      DO 290 M=1,NUMNP                                                  00000373   C   002:0399:4
      NUM=NAP(M)                                                        00000374   C   002:039B:0
  275 FRX=XLOAD(M)                                                      00000375   C   002:039C:3
      IF(SXX(M,1)+SYY(M,1))275,290,275                                  00000376   C   002:039E:0
      FRY=YLOAD(M)                                                      00000377   C   002:03A1:2
      DO 280 L=2,NUM                                                    00000378   C   002:03A2:5
      N=NP(M,L)                                                         00000379   C   002:03A4:0
      FRX=FRX-SXX(M,L)*DSX(N)-SXY(M,L)*DSY(N)                           00000380   C   002:03A7:0
  280 FRY=FRY-SYX(M,L)*DSX(N)-SYY(M,L)*DSY(N)                           00000381   C   002:03AF:3
      DX=SXX(M,1)*FRX+SXY(M,1)*FRY-DSX(M)                               00000382   C   002:03BA:1
      DY=SYX(M,1)*FRX+SYY(M,1)*FRY-DSY(M)                               00000383   C   002:03BF:0
      DSX(M)=DSX(M)+XFAC*DX                                             00000384   C   002:03C3:5
      DSY(M)=DSY(M)+XFAC*DY                                             00000385   C   002:03C6:3
      IF(NP(M,1))285,290,285                                            00000386   C   002:03C9:1
  285 SUM=SUM+ABS(DX/SXX(M,1))+ABS(DY/SYY(M,1))                         00000387   C   002:03CB:0
  290 CONTINUE                                                          00000388   C   002:03CF:5
C                                                                       00000389   C   002:03D2:0
C     CONTADOR DEL NUMERO DE ITERACIONES E IMPRESION                    00000390   C   002:03D2:0
C                                                                       00000391   C   002:03D2:0
      NCYCL=NCYCL+1                                                     00000392   C   002:03D2:0
      IF(NCYCL-NUMPT)305,300,300                                        00000393   C   002:03D3:2
  300 NUMPT=NUMPT+NCPIN                                                 00000394   C   002:03D4:2
      I22=1                                                             00000395   C   002:03D5:5
      WRITE(IUN2,120)NCYCL,SUM                                          00000396   C   002:03D6:3
  305 IF(SUM-TOLER)400,400,310                                          00000397   C   002:03E6:2
  310 IF(NCYCM-NCYCL)400,400,315                                        00000398   C   002:03E7:4
  315 IF(NCYCL-NUMOP)244,320,320                                        00000399   C   002:03E9:0
  320 NUMOP=NUMOP+NOPIN                                                 00000400   C   002:03EA:2
C                                                                       00000401   C   002:03EB:5
C     IMPRESION DE LOS DESPLAZAMIENTOS Y DE LAS TENSIONES               00000402   C   002:03EB:5
C                                                                       00000403   C   002:03EB:5
  400 IF(I22.EQ.0) WRITE(IUN2,120) NCYCL,SUM                            00000404   C   002:03EB:5
      MPRINT=0                                                          00000405   C   002:03FD:2
      DO 500 M=1,NUMNP                                                  00000406   C   002:03FE:0
      IF(MPRINT) 501,502,501                                            00000407   C   002:03FF:0
  502 WRITE(IUN2,121)                                                   00000408   C   002:0400:1
      MPRINT=LAPEL                                                      00000409   C   002:040C:2
  501 MPRINT=MPRINT-1                                                   00000410   C   002:040D:1
  500 WRITE(IUN2,122) NPNUM(M),DSX(M),DSY(M)                            00000411   C   002:040E:3
      MPRINT=0                                                          00000412   C   002:0424:3
      DO 510 L=1,NUMNP                                                  00000413   C   002:0425:1
      CDX(L)= XORD(L)+DSX(L)                                            00000414   C   002:0426:0
      CDY(L)= YORD(L)+DSY(L)                                            00000415   C   002:0429:3
      IF(MPRINT) 511,512,511                                            00000416   C   002:042D:0
```

```
 512 WRI  (IUN2,513)                                                                00000417   C   002:042E:
     MPR  T=LAPEL-4                                                                 00000418   C   002:043A:
 511 MPRINT=MPRINT-1                                                                00000419   C   002:0438:5
     WRITE(IUN2,514) L,CDX(L),CDY(L)                                                00000420   C   002:043D:1
     IF(IPUNCH.EQ.0) GO TO 510                                                      00000421   C   002:0450:2
     WRITE(IUN3,9032) L,CDX(L),CDY(L)                                               00000422   C   002:0451:3
 510 CONTINUE                                                                       00000423   C   002:0464:2
9032 FORMAT(I5,2F15.6)                                                              00000424   C   002:0466:3
9031 MPRINT=0                                                                       00000425   C   002:0466:3
     DO 420 N=1,NUMEL                                                               00000426   C   002:0467:1
     I=NPI(N)                                                                       00000427   C   002:0468:0
     J=NPJ(N)                                                                       00000428   C   002:0469:3
     K=NPK(N)                                                                       00000429   C   002:0468:0
     XXX=(XORD(I)+XORD(J)+XORD(K))/3.0                                              00000430   C   002:046C:3
     YYY=(YORD(I)+YORD(J)+YORD(K))/3.0                                              00000431   C   002:0470:5
     EPX=(BJ(N)-BK(N))*DSX(I)+BK(N)*DSX(J)-BJ(N)*DSX(K)                             00000432   C   002:0475:1
     EPY=(AK(N)-AJ(N))*DSY(I)-AK(N)*DSY(J)+AJ(N)*DSY(K)                             00000433   C   002:047D:4
     GAM=(AK(N)-AJ(N))*DSX(I)-AK(N)*DSX(J)+AJ(N)*DSX(K)                             00000434   C   002:0486:1
    1+(BJ(N)-BK(N))*DSY(I)+BK(N)*DSY(J)-BJ(N)*DSY(K)                                00000435   C   002:048D:5
     COMM=ET(N)/((1.-XU(N)**2)*(AJ(N)*BK(N)-AK(N)*BJ(N)))                           00000436   C   002:0496:5
     X=COMM*(EPX+XU(N)*EPY)                                                         00000437   C   002:049E:5
     Y=COMM*(EPY+XU(N)*EPX)                                                         00000438   C   002:04A1:3
     XY=COMM*GAM*(1.-XU(N))*.5                                                      00000439   C   002:04A4:3
     SIGXX(N)=X                                                                     00000440   C   002:04A8:4
     SIGYY(N)=Y                                                                     00000441   C   002:04AA:2
     SIGXY(N)=XY                                                                    00000442   C   002:04AC:0
     C=(X+Y)/2.0                                                                    00000443   C   002:04AD:4
     R=SQRT(((Y-X)/2.0)**2+XY**2)                                                   00000444   C   002:04AF:3
     P1=1.                                                                          00000445   C   002:0483:1
     XMAX=(C+R)/P1                                                                  00000446   C   002:04B3:5
     XMIN=(C-R)/P1                                                                  00000447   C   002:0485:4
     TAUM=(XMAX-XMIN)/2.                                                            00000448   C   002:0487:3
     PA=0.5*57.29578*ATAN(2.*XY/(Y-X))                                              00000449   C   002:0489:2
     IF(2.*X-((XMAX+XMIN)*P1))405,421,421                                           00000450   C   002:04C0:2
 405 IF(PA)410,421,415                                                              00000451   C   002:04C3:1
 410 PA=PA+90.0                                                                     00000452   C   002:04C5:3
     GO TO 421                                                                      00000453   C   002:04C6:5
 415 PA=PA-90.0                                                                     00000454   C   002:04C7:2
 421 IF(IPUNCH.EQ.0) GO TO 8421                                                     00000455   C   002:04C8:4
     WRITE(IUN3,9033) NUME(N),XXX,YYY,XMAX,XMIN,TAUM,PA                             00000456   C   002:04C9:5
9033 FORMAT(I5,2F7.2,3F12.5,F9.5)                                                   00000457   C   002:04E2:2
8421 IF(MPRINT) 503,504,503                                                         00000458   C   002:04E2:2
 504 WRITE(IUN2,123)                                                                00000459   C   002:04E3:3
     MPRINT=LAPEL                                                                   00000460   C   002:04EF:2
 503 MPRINT=MPRINT-1                                                                00000461   C   002:04F0:1
 420 WRITE(IUN2,124)NUME(N),XXX,YYY,X,Y,XY,XMAX,XMIN,TAUM,PA                        00000462   C   002:04F1:3
     MPRINT=0                                                                       00000463   C   002:0510:3
     DO 900 M=1,NUMNP                                                               00000464   C   002:0511:1
     X=0.0                                                                          00000465   C   002:0512:0
     Y=0.0                                                                          00000466   C   002:0512:4
```

```
      XY=0.0                                                            00000467  C   002:0513:
      SRX=0.0                                                           00000468  C   002:0514:
      SRY=0.0                                                           00000469  C   002:0514:4
      R=0.0                                                             00000470  C   002:0515:2
      DO 860 N=1,NUMEL                                                  00000471  C   002:0516:0
      I=NPI(N)                                                          00000472  C   002:0517:0
      J=NPJ(N)                                                          00000473  C   002:0518:3
      K=NPK(N)                                                          00000474  C   002:051A:0
      IF(M-I)830,850,830                                                00000475  C   002:0518:3
  830 IF(M-J)835,845,835                                                00000476  C   002:051C:5
  835 IF(M-K)860,840,860                                                00000477  C   002:051E:1
  840 I=NPK(N)                                                          00000478  C   002:051F:3
      K=NPI(N)                                                          00000479  C   002:0521:0
      GO TO 850                                                         00000480  C   002:0522:3
  845 I=NPJ(N)                                                          00000481  C   002:0523:0
      J=NPI(N)                                                          00000482  C   002:0524:3
  850 C=ABS(XORD(J)+XORD(K)-2.*XORD(I))                                 00000483  C   002:0526:0
      D=ABS(YORD(J)+YORD(K)-2.*YORD(I))                                 00000484  C   002:052A:4
      RY=D/(C+D)                                                        00000485  C   002:052F:2
      SRY=SRY+RY                                                        00000486  C   002:0530:5
      Y=Y+SIGYY(N)*RY                                                   00000487  C   002:0532:1
      RX=C/(C+D)                                                        00000488  C   002:0534:4
      SRX=SRX+RX                                                        00000489  C   002:0536:2
      X=X+SIGXX(N)*RX                                                   00000490  C   002:0537:4
      R=R+1.0                                                           00000491  C   002:053A:1
      XY=XY+SIGXY(N)                                                    00000492  C   002:053B:2
  860 CONTINUE                                                          00000493  C   002:053D:2
      X=X/SRX                                                           00000494  C   002:053F:3
      Y=Y/SRY                                                           00000495  C   002:0540:5
      XY=XY/R                                                           00000496  C   002:0542:1
      C=(X+Y)/2.0                                                       00000497  C   002:0543:3
      R=SQRT(((Y-X)/2.0)**2+XY**2)                                      00000498  C   002:0545:2
      P1=1.                                                             00000499  C   002:0549:0
      XMAX=(C+R)/P1                                                     00000500  C   002:0549:4
      XMIN=(C-R)/P1                                                     00000501  C   002:054B:3
      TAUM=(XMAX-XMIN)/2.                                               00000502  C   002:054D:2
      PA=0.5*57.29578*ATAN(2.*XY/(Y-X))                                 00000503  C   002:054F:1
      IF(2.*X-((XMAX+XMIN)*P1))805,820,820                              00000504  C   002:0556:2
  805 IF(PA)810,820,815                                                 00000505  C   002:0559:1
  810 PA=PA+90.0                                                        00000506  C   002:055B:3
      GO TO 820                                                         00000507  C   002:055C:5
  815 PA=PA-90.0                                                        00000508  C   002:055D:2
  820 IF(MPRINT) 505,506,505                                            00000509  C   002:055E:4
  506 WRITE(IUN2,823)                                                   00000510  C   002:055F:5
      MPRINT=LAPEL                                                      00000511  C   002:056C:2
  505 MPRINT=MPRINT-1                                                   00000512  C   002:056D:1
      WRITE(IUN2,125)M,X,Y,XY,XMAX,XMIN,TAUM,PA                         00000513  C   002:056E:3
  900 CONTINUE                                                          00000514  C   002:0587:2
      IF(SUM-TOLER)440,440,430                                          00000515  C   002:0589:3
  430 IF(NCYCM-NCYCL)440,440,243                                        00000516  C   002:058A:5
```

```
  440 GO TO 1000                                                                00000517  C   002:058C:
  441 WRITE (IUN2,600)                                                          00000518  C   002:058D:
      GO TO 1000                                                                00000519  C   002:0599:2
C                                                                               00000520  C   002:0599:5
CC    IMPRESION DE ERRORES EN LA INTRODUCCION DE LOS DATOS                      00000521  C   002:0599:5
C                                                                               00000522  C   002:0599:5
  702 WRITE(IUN2,712)LX                                                         00000523  C   002:0599:5
      GO TO 441                                                                 00000524  C   002:05A8:2
  703 WRITE(IUN2,713)M                                                          00000525  C   002:05A8:5
      GO TO 441                                                                 00000526  C   002:0587:2
  704 WRITE(IUN2,714)N                                                          00000527  C   002:0587:5
      GO TO 441                                                                 00000528  C   002:05C6:2
C                                                                               00000529  C   002:05C6:5
CC    FORMATOS PARA LA LECTURA E IMPRESION DE DATOS                             00000530  C   002:05C6:5
C                                                                               00000531  C   002:05C6:5
    1 FORMAT(6I4,2F12.5,I1,I5)                                                  00000532  C   002:05C6:5
    2 FORMAT(4I4,3F12.4)                                                        00000533  C   002:05C6:5
    3 FORMAT (I4,4F8.2)                                                         00000534  C   002:05C6:5
    4 FORMAT (2I4,1F8.2)                                                        00000535  C   002:05C6:5
    5 FORMAT (3E15.8)                                                           00000536  C   002:05C6:5
    6 FORMAT(1H ,3X,I4,3X,I4,2X,I4,2X,I4,F14.4,F15.4,F17.4)                     00000537  C   002:05C6:5
   11 FORMAT (I5,F10.5)                                                         00000538  C   002:05C6:5
   14 FORMAT(T30,I4,2X,I4,2X,3X,F8.2)                                           00000539  C   002:05C6:5
  101 FORMAT (1HO,T30,29H NUMERO DE ELEMENTOS         =1I4/)                    00000540  C   002:05C6:5
  102 FORMAT (1HO,T30,29H NUMERO DE PUNTOS NODALES    =1I4/)                    00000541  C   002:05C6:5
  103 FORMAT (1HO,T30,29H NUMERO DE PTOS DE CONTORNO  =1I4/)                    00000542  C   002:05C6:5
  104 FORMAT (1HO,T30,29H CICLO DE INTERV. DE IMPRES.=1I4/)                     00000543  C   002:05C6:5
  105 FORMAT (1HO,T30,29H INTERV.SALIDA DE RESULTADOS=1I4/)                     00000544  C   002:05C6:5
  106 FORMAT (1HO,T30,29H CICLO LIMITE                =1I4/)                    00000545  C   002:05C6:5
  107 FORMAT (1HO,T30,29H TOLERANCIA LIMITE           =1E12.4/)                 00000546  C   002:05C6:5
  108 FORMAT (1HO,T30,29H FACTOR RELAJAMIENTO LIMITE =1F6.3/)                   00000547  C   002:05C6:5
  109 FORMAT (' ',I8,4F12.2)                                                    00000548  C   002:05C6:5
  110 FORMAT(1H1,6X,'EL      I      J      K        E              DENSIDAD     00000549  C   002:05C6:5
     1      POISSON')                                                          00000550  C   002:05C6:5
  111 FORMAT(1H1,'       NP        X-ORD        Y-ORD       X-CARGA     Y-CAR  00000551  C   002:05C6:5
     1GA')                                                                      00000552  C   002:05C6:5
  112 FORMAT ('1',T30,24H CONDICIONES DE CONTORNO)                              00000553  C   002:05C6:5
  113 FORMAT (//,T30,' NP   NFIX  INCLINACION '/)                               00000554  C   002:05C6:5
  119 FORMAT (//////43H          CICLO     FUERZAS NO EN EQUILIBRIO)            00000555  C   002:05C6:5
  120 FORMAT(' ',I12,12X,F12.6)                                                 00000556  C   002:05C6:5
 121  FORMAT (1H1,44H PUNTO NODAL      DESPLAZ.-X       DESPLAZ.-Y )            00000557  C   002:05C6:5
  122 FORMAT (' ',I9,1X,2F15.6)                                                 00000558  C   002:05C6:5
  123 FORMAT(1H1,'  ELEMENTO     X-BARIC     Y-BARIC      X-TENSION      Y-T  00000559  C   002:05C6:5
     1ENSION      XY-TENSION     TENSION-MAX      TENSION-MIN       TAUMAX    00000560  C   002:05C6:5
     2   DIRECCION')                                                          00000561  C   002:05C6:5
  124 FORMAT(1H ,2X,I8,4X,F7.2,4X,F7.2,2X,F12.5,2X,F12.5,3X,F12.5,4X,F12       00000562  C   002:05C6:5
     1.5,4X,F12.5,2X,F12.5,2X,F9.5)                                             00000563  C   002:05C6:5
  125 FORMAT(1H ,3X,I6,2X,F12.5,3X,F12.5,2X,F12.5,3X,F12.5,3X,F12.5,4X,F        00000564  C   002:05C6:5
     112.5,3X,F12.5)                                                            00000565  C   002:05C6:5
  508 FORMAT(//,1H ,T30,'***** EL PROBLEMA SE RESOLVERA POR DEFORMACION         00000566  C   002:05C6:5
```

```
   1PLA'  *****')                                                                00000567   C   002:05C6:
 509 FOR. T(//,1H ,T30,'***** EL PROBLEMA SE RESOLV .A POR ESFUERZO PLA          00000568   C   002:05C6:
   1NO *****')                                                                   00000569   C   002:05C6:5
 513 FORMAT(1H1,10X,'COORDENADAS DE LOS PUNTOS NODALES DESPLAZADOS',//,1         00000570   C   002:05C6:5
   1HO,17X,'NP.',13X,'X-ORD',10X,'Y-ORD')                                        00000571   C   002:05C6:5
 514 FORMAT(1H ,16X,I3,7X,F14.6,1X,F14.6)                                        00000572   C   002:05C6:5
 600 FORMAT(1H1,//////,132('*')/,1HO,132('*')/,1HO,132('*')/,1HO,45('*'         00000573   C   002:05C6:5
   1),' ........ FAVOR REVISAR LOS DATOS DE ENTRADA ',42('*')/,1HO,132           00000574   C   002:05C6:5
   2('*')/,1HO,132('*')/,1HO,132('*'))                                           00000575   C   002:05C6:5
 711 FORMAT (30H AREA CERO O NEGATIVA,EL.NO. =,I4)                               00000576   C   002:05C6:5
 712 FORMAT(1H ,'MAS DE 8 PTOS NODALES ADYACENTES AL PTO NODAL NO.',1I4          00000577   C   002:05C6:5
   1)                                                                            00000578   C   002:05C6:5
 713 FORMAT ('ERROR EN LOS DATOS DEL PTO NODAL PARA M= ',I5)                     00000579   C   002:05C6:5
 714 FORMAT ('ERROR EN LA TARJETA DE DATOS DE LA CARACTERISTICA ELASTI           00000580   C   002:05C6:5
   1CA E,EL.NO.=',1I4)                                                           00000581   C   002:05C6:5
 823 FORMAT (115H1   P.NODAL   X-TENSION      Y-TENSION     XY-TENSION          00000582   C   002:05C6:5
   1    TENSION -MAX   TENSION -MIN        TAUMAX          DIRECCION )         00000583   C   002:05C6:5
 901 FORMAT(1H1,T2,36('*'),/,T2,'*',34X,'*',/,T2,                                00000584   C   002:05C6:5
   1'* UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA *',/,T2,'*',34X,'*',/,T2,'*',          00000585   C   002:05C6:5
   25X,'FACULTAD DE INGENIERIA',7X,'*',/,T2,'*',34X,'*',/,T2,'*',6X,           00000586   C   002:05C6:5
   3'ESC. DE GEO. Y MINAS',8X,'*',/,T2,'*',34X,'*',/,T2,'*',9X,                00000587   C   002:05C6:5
   4'DPTO. DE MINAS',11X,'*',/,T2,'*',34X,'*',/,T2,36('*'))                    00000588   C   002:05C6:5
 902 FORMAT(20A4)                                                              00000589   C   002:05C6:5
 903 FORMAT(///,1H ,T30,20A4/)                                                 00000590   C   002:05C6:5
1000 WRITE(IUN2,1003)TITULO                                                    00000591   C   002:05C6:5
1003 FORMAT(/////,5X,'*****  FIN DEL PROGRAMA " ',20A4,' " *****')             00000592   C   002:05D6:2
1005 CALL EXIT                                                                 00000593   C   002:05D6:2
     END                                                                       00000594   C   002:05D7:1
      002:05D8:1  IS THE LOCATION FOR EXCEPTIONAL ACTION ON THE I/O STATEMENT AT 00000346
      002:05DE:2  IS THE LOCATION FOR EXCEPTIONAL ACTION ON THE I/O STATEMENT AT 00000157
      002:05E1:3  IS THE LOCATION FOR EXCEPTIONAL ACTION ON THE I/O STATEMENT AT 00000142
                                                        SEGMENT 002 IS 0676 LONG
```

```
                                                    FORMAT SEGMENT   00C0 LON
                                                      START OF SE  ENT 00A
                                                    SEGMENT 00A IS 0014 LONG

NO ERRORS DETECTED.  NUMBER OF CARDS = 611.
COMPILATION TIME = 43 SECONDS ELAPSED.  7.12 SECONDS PROCESSING(5149 CPM).
02 STACK SIZE = 9 WORDS.  FILESIZE = 0 WORDS.  ESTIMATED CORE STORAGE REQUIREMENT = 30021 WORDS.
TOTAL PROGRAM CODE = 1717 WORDS.  ARRAY STORAGE = 28161 WORDS.
NUMBER OF PROGRAM SEGMENTS = 12.  NUMBER OF DISK SEGMENTS = 112.
PROGRAM CODE FILE = (III0PB01)WILSON ON PACK.
COMPILER COMPILED ON 02/07/79 (FORTRAN ON SYSTEM).
```

EJEMPLO N°. 1: PLANCHA RECTANGULAR

Este primer ejemplo es extremadamente simple; una estructura constituída por solamente 8 elementos triangulares y 8 nodos, con el objeto de poder también transcribir (con función didáctica) los valores numéricos de las etapas principales del cálculo.

Se trata de una plancha plana en material elástico lineal homogéneo e hisótropo (figura 4), y sujeta a una carga de tracción sobre un lado (nodos 7 y 8) y vinculada en el lado opuesto (nodos 1 y 2 fijos).

Las dos fuerzas horizontales (X) aplicadas en los nodos 7 y 8 valen 100,oo Kg cada una; el módulo de elasticidad es E = 250.000,oo Kg/cm^2 y el número de Poisson vale $\nu = 0.25$. La estructura resuelta con el código " WILSON 63 " en condición de esfuerzos planos.

En la salida de computadora anexa correspondiente a este ejemplo, pueden observarse los datos relativos a las coordenadas de los nodos y a la codificación de los elementos.

Después de haber calculado la materia de rigidez $| K |^e$ de cada elemento, es posible calcular la matríz de rigidez global de la entera estructura $| K |$.

A manera de ejemplo, reportamos las matrices $| D |$, $| B |$ y $| K |$, para el elemento 7.

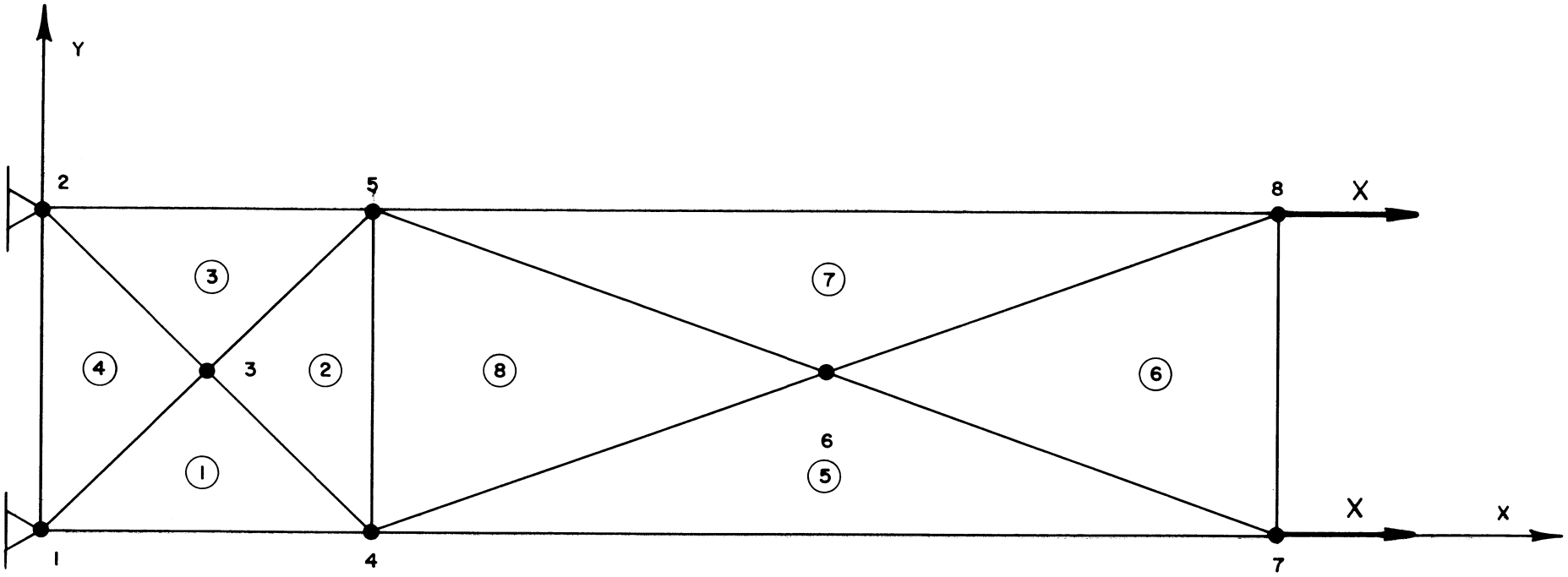
$$[D]_7 = 10^5 \times \begin{bmatrix} 2.3 & 0.7 & 0.0 \\ 0.7 & 2.3 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 1.0 \end{bmatrix}$$

$$[B]_7 = \begin{bmatrix} 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & 0.0 \\ 0.0 & -1.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 \\ -1.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & -1.0 \end{bmatrix}$$

$$[K]_7 = 10^5 \times \begin{bmatrix} 0.97 & -0.42 & -0.53 & -0.08 & -0.44 & -0.50 \\ & 2.08 & 0.83 & 1.92 & 0.33 & -0.17 \\ & & 0.97 & 0.42 & -0.44 & -0.50 \\ \text{simétrica} & & & 2.08 & -0.33 & -0.17 \\ & & & & 0.89 & 0.00 \\ & & & & & 0.33 \end{bmatrix}$$

Así mismo se reportan la matríz de rigidez de la estructura completa (fig. 5) y la matríz completa después de haber introducido las condiciones de vínculos en los nodos 1 y 2 fijos (fig. 6).

En la salida de computadora anexa, se reportan finalmente los resultados del cálculo: desplazamientos y esfuerzos.



8 ● NODOS

8 ELEMENTOS

PLANCHA RECTANGULAR. MODELO.

FIG-4-

$$[K] = 10^5 \times \begin{bmatrix}
1.83 & 0.83 & 0.42 & 0.08 & -1.83 & -0.83 & -0.42 & 0.08 & & & & & & & \\
 & 1.83 & -0.08 & -0.42 & -0.83 & -1.83 & 0.08 & 0.42 & & & & & & & \\
 & & 1.83 & -0.83 & -1.83 & 0.83 & 0.0 & 0.0 & -0.42 & 0.08 & & & & & \\
 & & & 1.83 & 0.83 & -1.83 & 0.0 & 0.0 & -0.08 & 0.42 & & & & & \\
 & & & & 7.33 & 0.0 & -1.83 & 0.88 & -1.83 & -0.83 & & & & & \\
 & & & & & 7.33 & 0.83 & -1.83 & -0.83 & -1.83 & & & & & \\
 & & & & & & 3.78 & 0.0 & -0.11 & 0.0 & 1.94 & 0.83 & 0.53 & -0.83 & \\
 & & & & & & & 6.00 & 0.0 & -2.33 & -0.83 & -4.17 & 0.08 & 1.92 & \\
 & & & & & & & & 3.78 & 0.0 & -1.94 & 0.83 & 0.0 & 0.0 & 0.53 & 0.08 \\
 & & & & & & & & & 6.00 & 0.83 & -4.17 & 0.0 & 0.0 & -0.08 & 1.92 \\
 & & & & & & & & & & 7.78 & 0.0 & -1.94 & 0.83 & -1.94 & -0.83 \\
 & & & & & & & & & & & 1.67 & 0.83 & -4.17 & -0.83 & -4.17 \\
 & & & & & & & & & & & & 1.94 & -0.83 & -0.53 & -0.08 \\
 & & & & & & & & & & & & & 4.17 & 0.08 & -1.92 \\
 & & & & & & & & & & & & & & 1.94 & 0.83 \\
 & & & & & & & & & & & & & & & 4.17
\end{bmatrix}$$

simétrica

MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL.

FIG. -5-

$$[K] = 10^5 \times$$

$$\begin{bmatrix}
1.00 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & & & & & & & & \\
 & 1.00 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & & & & & & & & \\
 & & 1.00 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & & & & & & & & \\
 & & & 1.00 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & & & & & & & & \\
 & & & & 7.33 & 0.0 & -1.83 & 0.83 & -1.83 & -0.83 & & & & & & \\
 & & & & & 7.33 & 0.83 & -1.83 & -0.83 & -1.83 & & & & & & \\
 & & & & & & 3.78 & 0.0 & -0.11 & 0.0 & 1.94 & 0.83 & 0.53 & -0.83 & & \\
 & & & & & & & 6.00 & 0.0 & -2.33 & -0.83 & -4.17 & 0.08 & 1.92 & & \\
 & & & & & & & & 3.78 & 0.0 & -1.94 & 0.83 & 0.0 & 0.0 & 0.53 & 0.08 \\
 & & & & & & & & & 6.00 & 0.83 & -4.17 & 0.0 & 0.0 & -0.08 & 1.92 \\
 & & & & & & & & & & 7.78 & 0.0 & -1.94 & 0.83 & -1.94 & 0.83 \\
 & & & & & & & & & & & 1.67 & 0.83 & -4.17 & -0.83 & -4.17 \\
 & & & & & & & & & & & & 1.94 & -0.83 & -0.53 & -0.08 \\
 & & & & & & & & & & & & & 4.17 & 0.08 & -1.92 \\
 & & & & & & & & & & & & & & 1.94 & 0.83 \\
 & & & & & & & & & & & & & & & 4.17
\end{bmatrix}$$

simétrica

MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL MODIFICADA.

FIG - 6 -

```
**********************************
*                                *
* UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA *
*                                *
*     FACULTAD DE INGENIERIA     *
*                                *
*      ESC. DE GEO. Y MINAS      *
*                                *
*         DPTO. DE MINAS         *
*                                *
**********************************
```

EJEMPLO NO. 1

NUMERO DE ELEMENTOS = 8

NUMERO DE PUNTOS NODALES = 8

NUMERO DE PTOS DE CONTORNO = 2

CICLO DE INTERV. DE IMPRES. =1000

INTERV. SALIDA DE RESULTADOS=1000

CICLO LIMITE =1000

TOLERANCIA LIMITE = .1000E-02

FACTOR RELAJAMIENTO LIMITE = 1.870

***** EL PROBLEMA SE RESOLVERA POR ESFUERZO PLANO *****

EL	I	J	K	E	DENSIDAD	POISSON
1	1	4	3	250000.0000	0.0000	0.2500
2	4	5	3	250000.0000	0.0000	0.2500
3	5	2	3	250000.0000	0.0000	0.2500
4	2	1	3	250000.0000	0.0000	0.2500
5	4	7	6	250000.0000	0.0000	0.2500
6	7	8	6	250000.0000	0.0000	0.2500
7	8	5	6	250000.0000	0.0000	0.2500
8	5	4	6	250000.0000	0.0000	0.2500

NP	X-ORD	Y-ORD	X-CARGA	Y-CARGA
1	0.00	0.00	0.00	0.00
2	0.00	1.00	0.00	0.00
3	0.50	0.50	0.00	0.00
4	1.00	0.00	0.00	0.00
5	1.00	1.00	0.00	0.00
6	2.50	0.50	0.00	0.00
7	4.00	0.00	100.00	0.00
8	4.00	1.00	100.00	0.00

CONDICIONES DE CONTORNO

NP	NEIX	INCLINACION
1	0	0.00
2	0	0.00

CICLO	FUERZAS NO EN EQUILIBRIO
203	0.000931

PUNTO NODAL	DESPLAZ.-X	DESPLAZ.-Y
1	0.000000	0.000000
2	0.000000	0.000000
3	0.000364	-0.000000
4	0.000777	0.000107
5	0.000777	-0.000107
6	0.001981	-0.000000
7	0.003181	0.000098
8	0.003181	-0.000098

COORDENADAS DE LOS PUNTOS NODALES DESPLAZADOS

NP.	X-ORD	Y-ORD
1	0.000000	0.000000
2	0.000000	1.000000
3	0.500364	0.500000
4	1.000777	0.000107
5	1.000777	0.999893
6	2.501981	0.500000
7	4.003181	0.000098
8	4.003181	0.999902

ELEMENTO	X-BARIC	Y-BARIC	X-TENSION	Y-TENSION	XY-TENSION	TENSION-MAX	TENSION-MIN	TAUMAX	DIRECCION
1	0.50	0.17	199.99884	23.14138	5.86009	200.19280	22.94743	88.62269	-1.89576
2	0.83	0.50	205.86014	-2.25289	0.00020	205.86014	-2.25289	104.05651	-0.00005
3	0.50	0.83	200.00117	23.14070	-5.86019	200.19513	22.94674	88.62420	1.89512
4	0.17	0.50	194.13887	48.53497	-0.00030	194.13887	48.53497	72.80245	0.00000
5	2.50	0.17	199.99986	-1.25235	0.09380	199.99990	-1.25239	100.62614	-0.02671
6	3.50	0.50	200.28178	1.28365	0.00005	200.28178	1.28365	99.49007	-0.00001
7	2.50	0.83	200.00015	-1.25237	-0.09405	200.00020	-1.25241	100.62630	0.02678
8	1.50	0.50	199.71823	-3.78836	-0.00030	199.71823	-3.78836	101.75330	0.00008

P.NODAL	X-TENSION	Y-TENSION	XY-TENSION	TENSION-MAX	TENSION-MIN	TAUMAX	DIRECCION
1	198.53410	42.18657	2.92989	198.58998	42.13168	78.22865	-1.07320
2	198.53585	42.18640	-2.93024	198.59075	42.13150	78.22962	1.07331
3	200.00001	23.14104	-0.00005	200.00001	23.14104	88.42948	0.00002
4	200.55131	1.29767	1.48845	200.56243	1.28655	99.63794	-0.42797
5	200.55215	1.29756	-1.48859	200.56327	1.28644	99.63842	0.42801
6	200.00001	-1.25236	-0.00012	200.00001	-1.25236	100.62618	0.00004
7	200.10054	0.86099	0.04693	200.10056	0.86098	99.61979	-0.01349
8	200.10074	0.86098	-0.04700	200.10075	0.86097	99.61989	0.01352

***** FIN DEL PROGRAMA " EJEMPLO NO. 1 " *****

EJEMPLO N° 2: TUNEL CIRCULAR PROFUNDO

Se considera un caso simple de cálculo, mediante el Código de Elementos Finitos " WILSON 63 ", para una estructura con comportamiento elástico lineal, isótropa y homogénea.

Es una estructura para la cual la teoría de la elasticidad suministra la solución analítica exacta y por lo tanto puede ser interesante una comparación entre los resultados numéricos y los correspondientes analíticos.

Se trata de una estructura plana de una plancha conteniendo un agujero circular, en condiciones de deformaciones planas y solecitadas, en correspondencia de los bordes horizontales, con una presión vertical uniforme (σ_v).

Esta estructura puede también representar el modelo equivalente para el análisis de un túnel circular profundo en medio elástico lineal isótropo y homogéneo, con estado de solecitación natural en el centro del túnel de $\sigma_v = \gamma H$ (γ = peso unitario del material y H = profundidad, con H > > Diámetro) y $\sigma_h = 0$ ($K_o = 0$).

El modelo de elementos finitos ha sido obtenido, dividiendo en elementos triangulares solamente un cuarto de la plancha (fig.8) y obligando, debido a simetría, que los puntos nodales (7, 15, 22, 30, 37, 45, 52, 66, 67, 75) sean móviles a lo largo del eje vertical y nodos (1, 8, 16, 23, 31, 38, 46, 53, 61, 68) sean móviles a lo largo del eje horizontal.

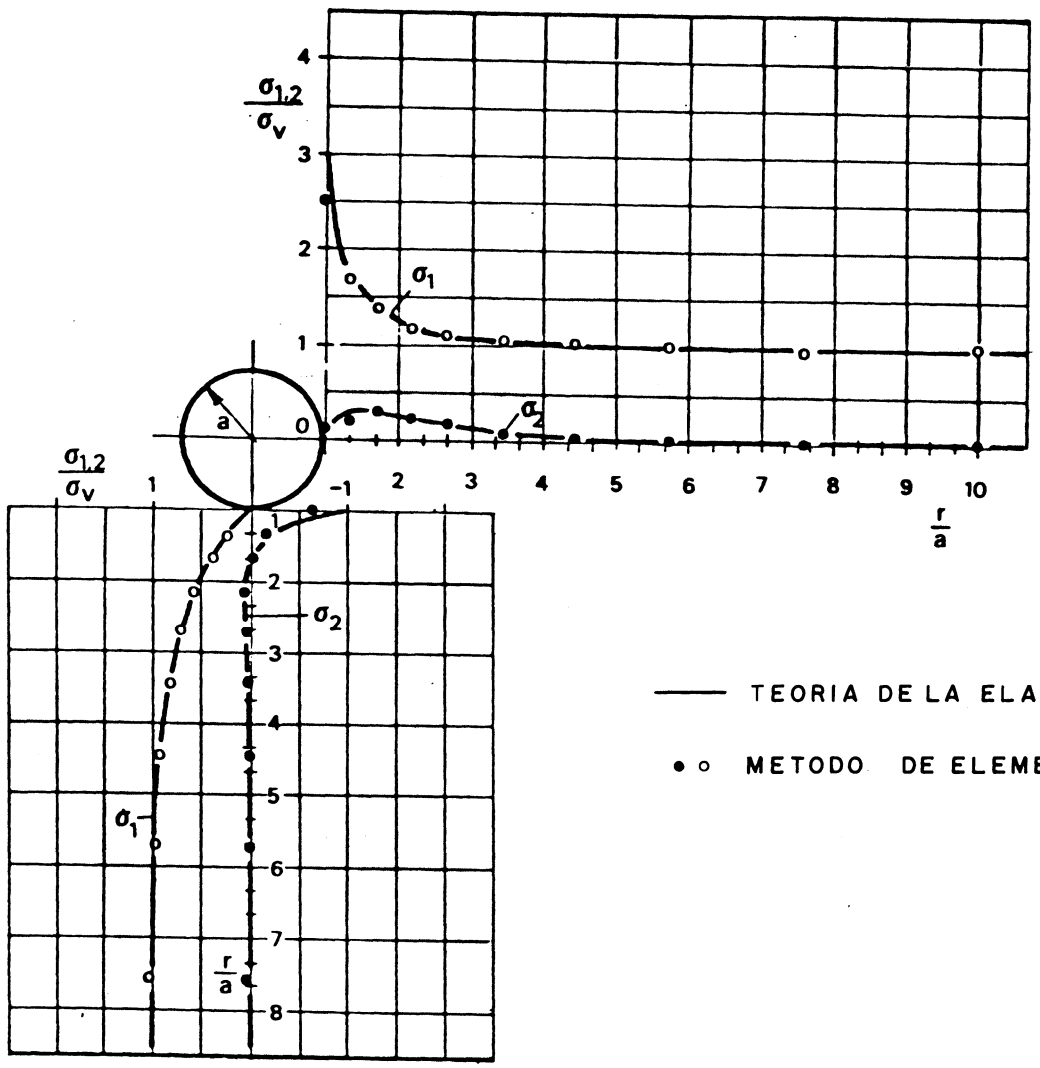
Para lo que se refiere a la carga σ_v, es suficiente aplicar a los nodos (75, 74, 73, 78, 79) del límite horizontal superior del modelo, fuerzas verticales estáticamente equivalentes a la carga misma.

La solución mediante el M.E.F. con el uso del Código " WILSON 63 ", da los desplazamientos horizontales y verticales para todos los nodos, y el estado completo de esfuerzos para todos los baricentros de los elementos y los puntos nodales del modelo, (incluyendo las solecitaciones principales, direcciones principales y corte máximo).

En la figura (7) anexa, los esfuerzos principales (σ_1 , σ_2), a lo largo de los ejes de simetría, se comparan con los valores exactos obtenidos para el mismo problema con la teoría de la elasticidad.

Puede observarse al respecto que, aunque el número de elementos utilizados para el modelo resulta limitado, la comparación entre las dos soluciones se demuestran bastante satisfactorias.

A continuación se anexan las tablas con las salidas numéricas del cálculo y en las figuras 9, 10, 11, 12, la elaboración gráfica de los resultados más representativos obtenidos del cálculo.



COMPARACION ENTRE RESULTADOS ANALITICOS Y NUMERICOS.

FIG-7-

EJEMPLO # 2: TUNEL CIRCULAR PROFUNDO

SALIDA DE COMPUTADORA

* DATOS: CODIFICACION PUNTOS NODALES

* DATOS: CODIFICACION ELEMENTOS

* DATOS: CONDICIONES DE CONTORNO

* RESULTADOS: DESPLAZAMIENTOS PUNTOS NODALES

* RESULTADOS: PUNTOS NODALES DESPLAZADOS

* RESULTADOS: ESFUERZOS EN LOS ELEMENTOS

* RESULTADOS: ESFUERZOS EN LOS PUNTOS NODALES

UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA
FACULTAD DE INGENIERIA
ESC. DE GEO. Y MINAS
DPTO. DE MINAS

CALCULO DE ESFUERZOS Y DEFORMACIONES ALREDEDOR DE UNA ABERTURA SUBTERRANEA

NUMERO DE ELEMENTOS = 124

NUMERO DE PUNTOS NODALES = 79

NUMERO DE PTOS DE CONTORNO = 20

CICLO DE INTERV. DE IMPRES.= 500

INTERV.SALIDA DE RESULTADOS= 500

CICLO LIMITE = 500

TOLERANCIA LIMITE = 0.1000E-01

FACTOR RELAJAMIENTO LIMITE = 1.870

FACT.QUE DETER. IMPRE.DATOS=0

TIPO DE PROBLEMA = 0

***** EL PROBLEMA SE RESOLVERA POR DEFORMACION PLANA *****

NP	X-ORD	Y-ORD	X-CARGA	Y-CARGA
1	3.00	0.0	0.0	0.0
2	2.90	0.80	0.0	0.0
3	2.60	1.50	0.0	0.0
4	2.10	2.10	0.0	0.0
5	1.50	2.60	0.0	0.0
6	0.80	2.90	0.0	0.0
7	0.0	3.00	0.0	0.0
8	4.00	0.0	0.0	0.0
9	4.00	0.50	0.0	0.0
10	3.70	1.50	0.0	0.0
11	3.10	2.40	0.0	0.0
12	2.40	3.10	0.0	0.0
13	1.50	3.70	0.0	0.0
14	0.50	4.00	0.0	0.0
15	0.0	4.00	0.0	0.0
16	5.10	0.0	0.0	0.0
17	4.90	1.30	0.0	0.0
18	4.40	2.60	0.0	0.0
19	3.60	3.60	0.0	0.0
20	2.60	4.40	0.0	0.0
21	1.30	4.90	0.0	0.0
22	0.0	5.10	0.0	0.0
23	6.50	0.0	0.0	0.0
24	6.50	0.90	0.0	0.0
25	6.00	2.50	0.0	0.0
26	5.20	4.00	0.0	0.0
27	4.00	5.20	0.0	0.0
28	2.50	6.00	0.0	0.0
29	0.90	6.50	0.0	0.0
30	0.0	6.50	0.0	0.0
31	8.10	0.0	0.0	0.0
32	7.80	2.10	0.0	0.0
33	7.00	4.10	0.0	0.0
34	5.70	5.70	0.0	0.0
35	4.10	7.00	0.0	0.0
36	2.10	7.80	0.0	0.0
37	0.0	8.10	0.0	0.0
38	10.30	0.0	0.0	0.0
39	10.20	1.30	0.0	0.0
40	9.50	4.00	0.0	0.0
41	8.20	6.30	0.0	0.0
42	6.30	8.20	0.0	0.0
43	4.00	9.50	0.0	0.0
44	1.30	10.20	0.0	0.0
45	0.0	10.30	0.0	0.0
46	13.30	0.0	0.0	0.0
47	12.90	3.40	0.0	0.0
48	11.50	6.70	0.0	0.0
49	9.40	9.40	0.0	0.0
50	6.70	11.50	0.0	0.0
51	3.40	12.90	0.0	0.0
52	0.0	13.30	0.0	0.0
53	17.20	0.0	0.0	0.0
54	17.10	2.30	0.0	0.0
55	15.90	6.70	0.0	0.0
56	13.70	10.60	0.0	0.0
57	10.60	13.70	0.0	0.0
58	6.70	15.90	0.0	0.0
59	2.30	17.10	0.0	0.0
60	0.0	17.2	0.0	0.0
61	22.70	0.0	0.0	0.0
62	21.90	5.90	0.0	0.0
63	19.60	11.50	0.0	0.0
64	16.10	16.10	0.0	0.0
65	11.50	19.60	0.0	0.0
66	5.90	21.90	0.0	0.0
67	0.0	22.70	0.0	0.0
68	30.00	0.0	0.0	0.0
69	30.00	7.50	0.0	0.0
70	30.00	15.00	0.0	0.0
71	23.60	18.00	0.0	0.0
72	18.00	23.60	0.0	0.0
73	15.00	30.00	0.0	7500.00
74	7.50	30.00	0.0	7500.00
75	0.0	30.00	0.0	3750.00
76	30.00	22.50	0.0	0.0
77	26.20	26.20	0.0	0.0
78	22.50	30.00	0.0	7500.00
79	30.00	30.00	0.0	3750.00

EL	I	J	K	E	DENSIDAD	POISSON
1	8	9	1	300000.0000	0.0	0.2500
2	1	9	2	300000.0000	0.0	0.2500
3	9	10	2	300000.0000	0.0	0.2500
4	2	10	3	300000.0000	0.0	0.2500
5	3	10	11	300000.0000	0.0	0.2500
6	3	11	4	300000.0000	0.0	0.2500
7	4	11	12	300000.0000	0.0	0.2500
8	4	12	5	300000.0000	0.0	0.2500
9	5	12	13	300000.0000	0.0	0.2500
10	5	13	6	300000.0000	0.0	0.2500
11	6	13	14	300000.0000	0.0	0.2500
12	6	14	7	300000.0000	0.0	0.2500
13	7	14	15	300000.0000	0.0	0.2500
14	8	16	9	300000.0000	0.0	0.2500
15	9	16	17	300000.0000	0.0	0.2500
16	9	17	10	300000.0000	0.0	0.2500
17	10	17	18	300000.0000	0.0	0.2500
18	10	18	11	300000.0000	0.0	0.2500
19	11	18	19	300000.0000	0.0	0.2500
20	11	19	12	300000.0000	0.0	0.2500
21	12	19	20	300000.0000	0.0	0.2500
22	12	20	13	300000.0000	0.0	0.2500
23	13	20	21	300000.0000	0.0	0.2500
24	13	21	14	300000.0000	0.0	0.2500
25	14	21	22	300000.0000	0.0	0.2500
26	14	22	15	300000.0000	0.0	0.2500
27	16	23	24	300000.0000	0.0	0.2500
28	16	24	17	300000.0000	0.0	0.2500
29	17	24	25	300000.0000	0.0	0.2500
30	17	25	18	300000.0000	0.0	0.2500
31	18	25	26	300000.0000	0.0	0.2500
32	18	26	19	300000.0000	0.0	0.2500
33	19	26	27	300000.0000	0.0	0.2500
34	19	27	20	300000.0000	0.0	0.2500
35	20	27	28	300000.0000	0.0	0.2500
36	20	28	21	300000.0000	0.0	0.2500
37	21	28	29	300000.0000	0.0	0.2500
38	21	29	22	300000.0000	0.0	0.2500
39	22	29	30	300000.0000	0.0	0.2500
40	23	31	24	300000.0000	0.0	0.2500
41	24	31	32	300000.0000	0.0	0.2500
42	24	32	25	300000.0000	0.0	0.2500
43	25	32	33	300000.0000	0.0	0.2500
44	25	33	26	300000.0000	0.0	0.2500
45	26	33	34	300000.0000	0.0	0.2500
46	26	34	27	300000.0000	0.0	0.2500
47	27	34	35	300000.0000	0.0	0.2500
48	27	35	28	300000.0000	0.0	0.2500
49	28	35	36	300000.0000	0.0	0.2500
50	28	36	29	300000.0000	0.0	0.2500
51	29	36	37	300000.0000	0.0	0.2500
52	29	37	30	300000.0000	0.0	0.2500
53	31	38	39	300000.0000	0.0	0.2500
54	31	39	32	300000.0000	0.0	0.2500
55	32	39	40	300000.0000	0.0	0.2500
56	32	40	33	300000.0000	0.0	0.2500
57	33	40	41	300000.0000	0.0	0.2500
58	33	41	34	300000.0000	0.0	0.2500
59	34	41	42	300000.0000	0.0	0.2500
60	34	42	35	300000.0000	0.0	0.2500

EL	I	J	K	E	DENSIDAD	POISSON
61	35	42	43	300000.0000	0.0	0.2500
62	35	43	36	300000.0000	0.0	0.2500
63	36	43	44	300000.0000	0.0	0.2500
64	36	44	37	300000.0000	0.0	0.2500
65	37	44	45	300000.0000	0.0	0.2500
66	38	46	39	300000.0000	0.0	0.2500
67	39	46	47	300000.0000	0.0	0.2500
68	39	47	40	300000.0000	0.0	0.2500
69	40	47	48	300000.0000	0.0	0.2500
70	40	48	41	300000.0000	0.0	0.2500
71	41	48	49	300000.0000	0.0	0.2500
72	41	49	42	300000.0000	0.0	0.2500
73	42	49	50	300000.0000	0.0	0.2500
74	42	50	43	300000.0000	0.0	0.2500
75	43	50	51	300000.0000	0.0	0.2500
76	43	51	44	300000.0000	0.0	0.2500
77	44	51	52	300000.0000	0.0	0.2500
78	44	52	45	300000.0000	0.0	0.2500
79	46	53	54	300000.0000	0.0	0.2500
80	46	54	47	300000.0000	0.0	0.2500
81	47	54	55	300000.0000	0.0	0.2500
82	47	55	48	300000.0000	0.0	0.2500
83	48	55	56	300000.0000	0.0	0.2500
84	48	56	49	300000.0000	0.0	0.2500
85	49	56	57	300000.0000	0.0	0.2500
86	49	57	50	300000.0000	0.0	0.2500
87	50	57	58	300000.0000	0.0	0.2500
88	50	58	51	300000.0000	0.0	0.2500
89	51	58	59	300000.0000	0.0	0.2500
90	51	59	52	300000.0000	0.0	0.2500
91	52	59	60	300000.0000	0.0	0.2500
92	53	61	54	300000.0000	0.0	0.2500
93	54	61	62	300000.0000	0.0	0.2500
94	54	62	55	300000.0000	0.0	0.2500
95	55	62	63	300000.0000	0.0	0.2500
96	55	63	56	300000.0000	0.0	0.2500
97	56	63	64	300000.0000	0.0	0.2500
98	56	64	57	300000.0000	0.0	0.2500
99	57	64	65	300000.0000	0.0	0.2500
100	57	65	58	300000.0000	0.0	0.2500
101	58	65	66	300000.0000	0.0	0.2500
102	58	66	59	300000.0000	0.0	0.2500
103	59	66	67	300000.0000	0.0	0.2500
104	59	67	60	300000.0000	0.0	0.2500
105	61	68	62	300000.0000	0.0	0.2500
106	62	68	69	300000.0000	0.0	0.2500
107	62	69	63	300000.0000	0.0	0.2500
108	63	69	70	300000.0000	0.0	0.2500
109	63	70	71	300000.0000	0.0	0.2500
110	63	71	64	300000.0000	0.0	0.2500
111	64	71	72	300000.0000	0.0	0.2500
112	64	72	65	300000.0000	0.0	0.2500
113	65	72	73	300000.0000	0.0	0.2500
114	65	73	74	300000.0000	0.0	0.2500
115	65	74	66	300000.0000	0.0	0.2500
116	66	74	75	300000.0000	0.0	0.2500
117	66	75	67	300000.0000	0.0	0.2500
118	70	76	71	300000.0000	0.0	0.2500
119	71	76	77	300000.0000	0.0	0.2500
120	71	77	72	300000.0000	0.0	0.2500

EL	I	J	K	E	DENSIDAD	POISSON
121	72	77	78	300000.0000	0.0	0.2500
122	72	78	73	300000.0000	0.0	0.2500
123	76	79	77	300000.0000	0.0	0.2500
124	77	79	78	300000.0000	0.0	0.2500

CONDICIONES DE CONTORNO

NP	NFIX	INCLINACION
1	2	0.0
7	1	0.0
8	2	0.0
15	1	0.0
16	2	0.0
22	1	0.0
23	2	0.0
30	1	0.0
31	2	0.0
37	1	0.0
38	2	0.0
45	1	0.0
46	2	0.0
52	1	0.0
53	2	0.0
60	1	0.0
61	2	0.0
67	1	0.0
68	2	0.0
75	1	0.0

CICLO	FUERZAS NO EN EQUILIBRIO
500	1.473166

PUNTO NODAL	DESPLAZ.-X	DESPLAZ.-Y
1	-0.008839	0.0
2	-0.008568	0.006768
3	-0.007516	0.012932
4	-0.005878	0.018638
5	-0.003940	0.022992
6	-0.002009	0.025872
7	0.0	0.027027
8	-0.010152	0.0
9	-0.010310	0.002507
10	-0.008670	0.007942
11	-0.005980	0.014019
12	-0.003475	0.019572
13	-0.001439	0.024537
14	-0.000349	0.027294
15	0.0	0.027529
16	-0.011111	0.0
17	-0.010131	0.005213
18	-0.007562	0.011244
19	-0.004694	0.017137
20	-0.002306	0.022716
21	-0.000735	0.027105
22	0.0	0.028807
23	-0.011742	0.0
24	-0.011539	0.003132
25	-0.009731	0.009123
26	-0.006927	0.015688
27	-0.004031	0.022102
28	-0.001801	0.027296
29	-0.000507	0.030475
30	0.0	0.030941
31	-0.012863	0.0
32	-0.011844	0.007081
33	-0.009431	0.014507
34	-0.006423	0.021466
35	-0.003713	0.027861
36	-0.001555	0.032411
37	0.0	0.034302
38	-0.014463	0.0
39	-0.014223	0.004209
40	-0.012471	0.013283
41	-0.009577	0.021753
42	-0.006465	0.029589
43	-0.003575	0.035557
44	-0.001048	0.039037
45	0.0	0.039604
46	-0.017128	0.0
47	-0.016220	0.010929
48	-0.013638	0.022038
49	-0.010243	0.031839
50	-0.006653	0.040071
51	-0.003131	0.045871
52	0.0	0.047779
53	-0.020765	0.0
54	-0.020552	0.007276
55	-0.018577	0.021434
56	-0.015192	0.034530
57	-0.011053	0.045554
58	-0.006594	0.053859
59	-0.002174	0.058530
60	0.0	0.059038

PUNTO NODAL	DESPLAZ.-X	DESPLAZ.-Y
61	-0.026268	0.0
62	-0.025055	0.018553
63	-0.021665	0.036491
64	-0.016997	0.051864
65	-0.011579	0.064146
66	-0.005735	0.072607
67	0.0	0.075605
68	-0.033854	0.0
69	-0.033191	0.022923
70	-0.032013	0.046287
71	-0.024803	0.056533
72	-0.017969	0.075243
73	-0.014089	0.095878
74	-0.006714	0.097313
75	0.0	0.098116
76	-0.030777	0.069692
77	-0.026194	0.081879
78	-0.021729	0.094444
79	-0.029514	0.093103

COORDENADAS DE LOS PUNTOS NODALES DESPLAZADOS

NP.	X-ORD	Y-ORD	NP.	X-ORD	Y-ORD
1	2.991161	0.0	57	10.588946	13.745554
2	2.891431	0.806768	58	6.693406	15.953857
3	2.592484	1.512932	59	2.297825	17.158508
4	2.094121	2.118637	60	0.0	17.259033
5	1.496059	2.622991	61	22.673721	0.0
6	0.797991	2.925871	62	21.874939	5.918552
7	0.0	3.027026	63	19.578323	11.536490
8	3.989847	0.0	64	16.082993	16.151840
9	3.989690	0.502506	65	11.488420	19.664124
10	3.691329	1.507941	66	5.894264	21.972595
11	3.094019	2.414018	67	0.0	22.775589
12	2.396524	3.119571	68	29.966141	0.0
13	1.498561	3.724536	69	29.966797	7.522923
14	0.499651	4.027293	70	29.967987	15.046287
15	0.0	4.027529	71	23.575180	18.056519
16	5.088888	0.0	72	17.982025	23.675232
17	4.889868	1.305211	73	14.985910	30.095871
18	4.392437	2.611243	74	7.493286	30.097305
19	3.595305	3.617136	75	0.0	30.098114
20	2.597693	4.422715	76	29.969223	22.569687
21	1.299264	4.927104	77	26.173798	26.281876
22	0.0	5.128806	78	22.478271	30.094437
23	6.488258	0.0	79	29.970474	30.093094
24	6.488461	0.903132			
25	5.990269	2.509123			
26	5.193072	4.015688			
27	3.995968	5.222101			
28	2.498199	6.027296			
29	0.899493	6.530475			
30	0.0	6.530941			
31	8.087135	0.0			
32	7.788155	2.107080			
33	6.990569	4.114506			
34	5.693576	5.721465			
35	4.096286	7.027861			
36	2.098444	7.832410			
37	0.0	8.134300			
38	10.285536	0.0			
39	10.185777	1.304208			
40	9.487529	4.013282			
41	8.190322	6.321752			
42	6.293533	8.229589			
43	3.996424	9.535557			
44	1.298951	10.239037			
45	0.0	10.339602			
46	13.282870	0.0			
47	12.883780	3.410929			
48	11.486362	6.722037			
49	9.389756	9.431839			
50	6.693347	11.540071			
51	3.396968	12.945870			
52	0.0	13.347774			
53	17.179230	0.0			
54	17.079437	2.307275			
55	15.881422	6.721433			
56	13.684807	10.634529			

ENTO	X-BARIC	Y-BARIC	X-TENSION	Y-TENSION	XY-TENSION	TENSION-MAX	TENSION-MIN	TAUMAX	[illegible]
1	3.67	0.17	128.78021	1647.10791	-37.82986	1648.04956	127.83813	760.10571	[illegible]
2	3.30	0.43	435.21387	2787.47388	-177.22974	2800.75146	421.93604	1189.40771	[illegible]
3	3.53	0.93	113.02086	1526.92773	-160.43140	1544.90259	95.04565	724.92847	[illegible]
4	3.07	1.27	445.49658	2344.07568	-417.94653	2432.00781	357.56445	1037.22168	[illegible]
5	3.13	1.80	69.48453	1216.03955	-269.65259	1276.29126	9.23267	633.52930	[illegible]
6	2.60	2.00	278.25586	1541.87500	-463.48633	1693.64868	126.48218	783.58325	[illegible]
7	2.53	2.53	-19.69571	809.14453	-325.09253	921.43970	-131.99097	526.71533	[illegible]
8	2.00	2.60	-54.92819	778.03296	-298.09009	873.71777	-150.61328	512.16553	[illegible]
9	1.80	3.13	-100.19058	416.06299	-276.71216	536.35229	-220.48010	378.41602	[illegible]
10	1.27	3.07	-473.42822	291.65112	-148.66626	319.52344	-501.30054	410.41187	[illegible]
11	0.93	3.53	-178.93130	128.83186	-151.25439	190.72191	-240.82133	215.77161	[illegible]
12	0.43	3.30	-754.13501	46.50465	-56.84230	50.52026	-758.15015	404.33521	[illegible]
13	0.17	3.67	-191.00478	97.14743	-56.46407	107.81659	-201.67392	154.74524	[illegible]
14	4.37	0.17	287.67114	1700.07153	-37.82973	1701.08398	286.65869	707.21265	[illegible]
15	4.67	0.60	322.67065	1366.55005	23.92290	1367.09790	322.12280	522.48755	[illegible]
16	4.20	1.10	242.50160	1681.88525	-11.93113	1681.98389	242.40283	719.79053	[illegible]
17	4.33	1.80	141.04262	1334.21216	0.92368	1334.21265	141.04175	596.58545	[illegible]
18	3.73	2.17	32.51687	1557.52246	-108.33047	1565.17969	24.95947	770.11011	[illegible]
19	3.70	2.87	-84.16141	1164.61084	-122.50398	1176.51465	-96.06543	636.29004	[illegible]
20	3.03	3.03	-137.01976	1287.98462	-234.71460	1325.64893	-174.68408	750.16650	[illegible]
21	2.87	3.70	-184.79482	872.11768	-253.98486	929.98389	-242.66113	586.32251	[illegible]
22	2.17	3.73	-187.34517	885.84644	-289.11353	956.77612	-260.27515	609.52563	[illegible]
23	1.80	4.33	-175.72232	480.81567	-277.94238	582.67725	-277.58398	430.13062	[illegible]
24	1.10	4.20	-133.90204	521.46533	-216.08374	586.29736	-198.73425	392.51563	[illegible]
25	0.60	4.67	-99.24318	235.34909	-133.84802	282.30322	-146.19749	214.25024	[illegible]
26	0.17	4.37	-111.93404	334.35938	-56.46458	341.39209	-118.96695	230.17944	[illegible]
27	6.03	0.30	255.40266	1198.61426	27.04845	1199.38892	254.62769	472.38062	[illegible]
28	5.50	0.73	216.66118	1340.08447	39.93790	1341.50220	215.24341	563.12939	[illegible]
29	5.80	1.57	201.35156	1225.91992	63.83035	1229.88110	197.39038	516.24536	[illegible]
30	5.10	2.13	53.17242	1371.75732	51.61005	1373.77393	51.15576	661.30903	[illegible]
31	5.20	3.03	-5.90689	1212.82666	11.72718	1212.93921	-6.01978	609.47949	[illegible]
32	4.40	3.40	-116.94067	1339.36841	-62.77325	1342.06909	-119.64136	730.85522	[illegible]
33	4.27	4.27	-149.58119	1086.53198	-117.54671	1097.61035	-160.65967	629.13501	[illegible]
34	3.40	4.40	-167.35854	1143.56421	-208.53516	1175.93726	-199.73169	687.83447	[illegible]
35	3.03	5.20	-162.55756	821.80054	-212.77869	865.82544	-206.58276	536.20410	[illegible]
36	2.13	5.10	-74.92090	844.45557	-250.24231	908.15479	-138.62012	523.38745	[illegible]
37	1.57	5.80	-89.61801	529.10156	-180.68945	578.04517	-137.96167	358.00342	[illegible]
38	0.73	5.50	18.59990	598.27319	-122.81030	623.21802	-6.34497	314.78149	[illegible]
39	0.30	6.03	-19.76459	481.24731	-62.15984	488.84399	-27.36145	258.10254	[illegible]
40	7.03	0.30	165.20644	1168.54883	27.04779	1169.27710	164.47778	502.39966	[illegible]
41	7.47	1.00	186.30679	1138.12891	39.97450	1139.80444	184.63110	477.58667	[illegible]
42	6.77	1.83	80.15021	1192.56226	59.38080	1195.72266	76.98975	559.36545	[illegible]
43	6.93	2.90	71.33380	1168.36572	56.34142	1171.25146	68.44775	551.40186	[illegible]
44	6.07	3.53	-53.35606	1233.60254	26.58168	1234.15112	-53.90503	644.02808	[illegible]
45	5.97	4.60	-76.89586	1142.81641	-17.06218	1143.05469	-77.13428	610.09448	[illegible]
46	4.97	4.97	-127.96582	1186.44946	-87.16333	1192.20410	-133.72070	662.96240	[illegible]
47	4.60	5.97	-141.13596	1000.65137	-129.32703	1015.11621	-155.60107	585.35864	[illegible]
48	3.53	6.07	-91.45619	1023.76904	-174.46826	1050.42578	-118.11328	584.26953	[illegible]
49	2.90	6.93	-97.03951	788.11133	-163.45398	817.33032	-126.25854	471.79443	[illegible]
50	1.83	6.77	13.05696	829.69141	-147.19739	855.41309	-12.66504	434.03906	[illegible]
51	1.00	7.47	-26.10016	647.28369	-85.88704	658.06519	-36.88208	347.47363	[illegible]
52	0.30	7.03	49.31723	688.49268	-62.15961	694.48120	43.32837	325.57642	[illegible]
53	9.53	0.43	126.83316	1078.46045	15.41849	1078.70996	126.58350	476.06323	[illegible]
54	8.70	1.13	89.83667	1105.49951	34.14983	1106.64624	88.68970	508.97827	[illegible]
55	9.17	2.47	95.34726	1100.16479	41.45256	1101.87158	93.64014	504.11572	[illegible]
56	8.10	3.40	1.64667	1144.24170	46.25690	1146.11108	-0.22290	573.16699	[illegible]
57	8.23	4.80	-11.84396	1111.16797	22.71071	1111.62671	-12.30298	561.96484	[illegible]
58	6.97	5.37	-81.84834	1162.41797	-10.75268	1162.51050	-81.94116	622.22583	[illegible]
59	6.73	6.73	-85.41536	1065.49780	-47.04285	1067.41724	-87.33521	577.37622	[illegible]
60	5.37	6.97	-91.82048	1096.38428	-97.13411	1104.27222	-99.70874	601.99048	[illegible]

ENTO	X-BARIC	Y-BARIC	X-TENSION	Y-TENSION	XY-TENSION	TENSION-MAX	TENSION-MIN	TAUMAX	DIR-COSIN
61	4.80	8.23	-86.13066	945.13403	-104.38272	955.59302	-96.59009	526.09155	[illegible]
62	3.40	8.10	-22.44086	963.98193	-125.82674	979.77881	-38.23779	509.00830	[illegible]
63	2.47	9.17	-41.13971	802.80591	-88.51846	811.98999	-50.32397	431.15698	[illegible]
64	1.13	8.70	41.60892	840.65649	-68.20261	846.43579	35.82935	405.30322	[illegible]
65	0.43	9.53	-0.91193	770.93042	-30.07326	772.10010	-2.08203	387.09106	[illegible]
66	11.27	0.43	68.70070	1059.08350	13.92778	1059.27905	68.50513	495.38696	[illegible]
67	12.13	1.57	73.12862	1052.64233	18.56216	1052.99365	72.77686	490.10840	[illegible]
68	10.87	2.90	27.22946	1075.78491	33.19916	1076.83472	26.17944	525.32764	[illegible]
69	11.30	4.70	23.19334	1070.53320	28.08365	1071.28540	22.44067	524.42236	[illegible]
70	9.73	5.67	-34.93188	1105.89160	19.79543	1106.23462	-35.27515	570.75488	[illegible]
71	9.70	7.47	-39.56532	1068.05127	-3.24382	1068.06055	-39.57471	553.81763	[illegible]
72	7.97	7.97	-66.49429	1096.79980	-34.48808	1097.82104	-67.51587	582.66846	[illegible]
73	7.47	9.70	-63.14537	1015.85254	-51.96002	1018.34863	-65.64160	541.99512	[illegible]
74	5.67	9.73	-42.08009	1031.40015	-79.06178	1037.19165	-47.87183	542.53174	[illegible]
75	4.70	11.30	-40.41064	928.51929	-68.53569	933.34277	-45.23438	489.28857	[illegible]
76	2.90	10.87	12.45344	945.14233	-67.52551	950.00537	7.59033	471.20752	[illegible]
77	1.57	12.13	-7.44005	867.54883	-35.05324	868.95044	-8.84204	438.89624	[illegible]
78	0.43	11.27	36.88643	884.33203	-27.16689	885.20166	36.01855	424.59155	[illegible]
79	15.87	0.77	43.97136	1027.03540	6.22201	1027.07446	43.93188	491.57129	[illegible]
80	14.43	1.90	28.18555	1036.97021	14.60524	1037.18164	27.97412	504.60376	[illegible]
81	15.30	4.13	30.81273	1037.33228	18.14470	1037.65894	30.48560	503.58667	[illegible]
82	13.43	5.60	-7.17094	1056.14844	20.24635	1056.53345	-7.55640	532.04492	[illegible]
83	13.70	8.00	-10.45577	1046.29175	11.68459	1046.42065	-10.58472	528.50269	[illegible]
84	11.53	8.90	-38.37712	1069.64355	-2.47479	1069.64868	-38.38257	554.01563	[illegible]
85	11.23	11.23	-36.51306	1034.08350	-17.11989	1034.35693	-36.78662	535.57178	[illegible]
86	8.90	11.53	-38.28896	1049.55273	-37.97841	1050.87671	-39.61304	545.24487	[illegible]
87	8.00	13.70	-32.85442	991.80200	-41.78828	993.50317	-34.55591	514.02954	[illegible]
88	5.60	13.43	-6.05972	1000.73315	-49.78218	1003.18848	-8.51514	505.85181	[illegible]
89	4.13	15.30	-11.73078	938.94580	-35.51862	940.27075	-13.05591	476.66333	[illegible]
90	1.90	14.43	22.84485	954.22925	-27.23921	955.02490	22.04883	486.48804	[illegible]
91	0.77	15.87	6.07385	925.80298	-11.43452	925.94482	5.93164	460.00659	[illegible]
92	19.00	0.77	19.40488	1018.84668	5.86623	1018.88086	19.37061	499.75513	[illegible]
93	20.57	2.73	20.26021	1012.64404	7.33580	1012.70093	20.20288	496.24902	[illegible]
94	18.30	4.97	3.37354	1026.09985	12.95410	1026.26099	3.21216	511.52441	[illegible]
95	19.13	8.03	1.18141	1018.08350	13.84076	1018.27148	0.99316	508.63916	[illegible]
96	16.40	9.60	-15.76920	1039.43408	7.66232	1039.48950	-15.82495	527.65723	[illegible]
97	16.47	12.73	-17.28217	1024.93433	0.29861	1024.93408	-17.28223	521.10815	[illegible]
98	13.47	13.47	-23.95623	1039.86377	-12.53876	1040.01123	-24.11377	532.06250	[illegible]
99	12.73	16.47	-19.17468	1013.90771	-19.58307	1014.27832	-19.54541	516.91187	[illegible]
100	9.60	16.40	-11.61177	1020.31616	-29.45149	1021.15576	-12.45166	516.80371	[illegible]
101	8.03	19.13	-3.97315	988.33472	-28.37244	989.14502	-4.78369	496.96436	[illegible]
102	4.97	18.30	10.85812	994.27563	-24.92941	994.90674	10.22656	492.34009	[illegible]
103	2.73	20.57	10.46852	966.03687	-13.41310	966.22510	10.28027	477.97241	[illegible]
104	0.77	19.00	21.12350	970.95215	-10.78029	971.07422	21.00098	475.03662	[illegible]
105	24.87	1.97	3.23746	1007.33154	7.75936	1007.39111	3.17773	502.10669	[illegible]
106	27.30	4.47	-1.11913	977.66138	2.90082	977.66968	-1.12769	489.39966	[illegible]
107	23.83	8.30	5.86145	1015.67920	11.06440	1015.80005	5.74048	505.02979	[illegible]
108	26.53	11.33	-3.41589	995.72290	6.07260	995.75952	-3.45288	499.60620	[illegible]
109	24.40	14.83	0.92686	1010.73999	5.09819	1010.76538	0.90112	504.93213	[illegible]
110	19.77	15.20	-7.88524	1021.00830	-0.12550	1021.00806	-7.88501	514.44653	[illegible]
111	19.23	19.23	-8.26764	1009.26733	-4.24982	1009.28467	-8.28516	508.78491	[illegible]
112	15.20	19.77	-3.54433	1016.63184	-13.03626	1016.79810	-3.71069	510.25439	[illegible]
113	14.83	24.40	-4.07998	998.13281	-12.24020	998.28198	-4.22925	501.25562	[illegible]
114	11.33	26.53	19.82933	1003.57446	-12.21141	1003.72559	19.67773	492.02393	[illegible]
115	8.30	23.83	7.62419	993.67456	-19.18178	994.04736	7.25098	493.39819	[illegible]
116	4.47	27.30	46.30116	998.24268	-6.13082	998.28174	46.26172	476.01001	[illegible]
117	1.97	24.87	20.13066	993.51733	-10.79077	993.63672	20.01123	486.81274	[illegible]
118	27.87	18.50	-3.25131	997.56055	-5.14793	997.57031	-3.26123	500.41577	[illegible]
119	26.60	22.23	-0.54568	1004.26782	1.41648	1004.26953	-0.54785	502.40969	[illegible]
120	22.60	22.60	-1.78140	1007.82349	-2.98910	1007.83203	-1.79004	504.81104	[illegible]
121	22.23	26.60	-2.97601	1000.13940	-3.73922	1000.15308	-2.98999	501.57153	[illegible]
122	18.50	27.87	9.43074	1006.18481	-7.49810	1006.24097	9.37427	498.43335	[illegible]
123	28.73	26.23	-0.60034	998.65283	0.07253	998.65259	-0.60034	499.62646	[illegible]
124	26.23	28.73	2.20219	1003.08667	-1.73669	1003.08936	2.19922	500.44507	[illegible]

P.NODAL	X-TENSION	Y-TENSION	XY-TENSION	TENSION -MAX	TENSION -MIN	TAUMAX	DIRECCION
1	232.46086	2499.10498	-107.52980	2504.19385	227.37158	1138.41113	87.28999
2	271.67798	2394.43384	-251.86922	2423.90918	242.20264	1090.85327	83.32520
3	261.32715	1630.51685	-383.69507	1730.70972	161.13403	784.78784	75.36533
4	141.91838	873.27490	-362.22290	1022.30591	-7.11304	514.70947	67.63600
5	-146.93286	352.58740	-241.15616	450.01074	-244.35632	347.18335	68.00206
6	-533.20728	128.76601	-118.92097	149.48132	-553.92236	351.70166	80.11850
7	-611.73389	80.01268	-56.65318	84.62158	-616.34277	350.48218	85.34885
8	209.44786	1672.73486	-37.82979	1673.71191	208.47070	732.62061	88.52007
9	283.15356	1670.20313	-66.88806	1673.42090	279.93555	696.74268	87.24553
10	217.25526	1574.71729	-161.22798	1593.60352	198.36865	697.61743	83.31871
11	37.68227	1279.23901	-253.96338	1329.17871	-12.25781	670.71826	78.87514
12	-118.46098	844.46069	-279.61792	919.76758	-193.76807	556.76782	74.92664
13	-191.48611	405.23584	-226.62874	481.54761	-267.79785	374.67261	71.39024
14	-170.67770	186.85495	-111.82608	218.94980	-202.77255	210.86108	73.98611
15	-152.74471	217.57816	-56.46432	225.99603	-161.16260	193.57922	81.52054
16	272.82178	1368.83813	13.26988	1368.99854	272.66113	548.16870	-89.30643
17	204.47491	1371.31738	28.04895	1371.99097	203.80103	584.09497	-88.62376
18	-0.84921	1339.80615	-38.22446	1340.89478	-1.93823	671.41650	88.36815
19	-147.68103	1166.49829	-166.67639	1187.30786	-169.49097	677.89941	82.88332
20	-161.89896	845.37817	-248.76611	903.46558	-219.98657	561.72607	76.85674
21	-87.21011	526.33032	-196.93599	584.10303	-144.98291	364.54297	73.65047
22	-42.94705	403.81030	-93.82062	422.71289	-61.84999	242.28137	78.60861
23	209.17397	1184.20728	27.04811	1184.95679	208.42407	488.26636	-88.41220
24	195.24231	1201.40356	42.86995	1203.22656	193.41895	504.90381	-87.56465
25	57.26527	1229.46826	44.91190	1231.18628	55.54712	587.81958	-87.80904
26	-103.77612	1207.11255	-41.03943	1208.39600	-105.05957	656.72778	88.20860
27	-143.15082	1073.11694	-154.96980	1092.55151	-162.58569	627.56860	82.85184
28	-83.59621	806.46289	-188.13831	844.59692	-121.73071	483.16382	78.54178
29	-6.96433	613.44409	-110.15051	632.42017	-25.94067	329.18042	80.22527
30	13.33711	587.45777	-62.15971	594.12012	6.68457	293.71777	83.89104
31	144.44933	1121.53296	29.14764	1122.40137	143.58057	489.41040	-88.29282
32	87.48201	1140.03857	46.25931	1142.06738	85.45313	528.30713	-87.48833
33	-34.27322	1162.56909	20.67931	1162.92603	-34.63062	598.77832	-89.01042
34	-106.40582	1117.06421	-64.74698	1120.48071	-109.82251	615.15161	86.97911
35	-89.40562	980.76489	-132.43204	996.90918	-105.55029	551.22974	83.04939
36	-23.14912	811.46753	-113.18094	826.54321	-38.22485	432.38403	82.41273
37	12.71446	732.30566	-61.58063	737.53711	7.48291	365.02710	85.14383
38	96.63901	1069.51660	14.67313	1069.73755	96.41772	486.65991	-89.13611
39	82.44550	1078.66675	26.11832	1079.35059	81.76123	498.79468	-88.49922
40	13.30034	1101.23779	31.91640	1102.17310	12.36499	544.90405	-88.32106
41	-60.93300	1104.58740	-8.83688	1104.65405	-60.99976	582.82690	89.56561
42	-74.45735	1053.43433	-69.01155	1057.64087	-78.66431	568.15259	86.51163
43	-37.45270	940.43018	-88.97510	948.45972	-45.48267	496.97119	84.84322
44	2.53108	849.26147	-52.75662	852.53564	-0.74316	426.63940	86.44841
45	16.53441	829.83154	-28.62007	830.83716	15.52856	407.65430	87.98706
46	55.21758	1043.56726	13.32930	1043.74170	55.03809	494.35181	-89.22746
47	29.74030	1054.05566	22.14020	1054.53369	29.26221	512.63574	-88.76233
48	-21.96523	1069.68750	12.34856	1069.82690	-22.10474	545.96582	-89.35199
49	-49.94733	1059.94995	-24.54416	1060.49219	-50.48975	555.49097	88.73378
50	-37.39287	1007.57593	-54.85098	1010.44702	-40.26440	525.35571	87.00348
51	-5.97369	938.28857	-47.27567	940.64917	-8.33472	474.49194	87.14095
52	11.16505	905.58032	-25.22346	906.29077	10.45435	447.91821	88.38589
53	31.07793	1023.34985	6.04412	1023.38623	31.04150	496.17236	-89.65102
54	25.02405	1027.27808	10.87134	1027.39575	24.90601	501.24487	-89.37862
55	-1.77127	1037.52710	14.07214	1037.71729	-1.96191	519.83960	-89.22440
56	-27.01244	1043.44434	-2.08132	1043.44800	-27.01636	535.23218	89.88860
57	-27.72986	1029.55859	-26.40997	1030.21753	-28.38892	529.30322	88.56999
58	-9.85088	991.57715	-34.97372	992.79688	-11.07080	501.93384	88.00224
59	7.59749	957.57886	-20.55252	958.02295	7.15332	475.43481	88.70118
60	12.84620	949.49902	-11.10741	949.63062	12.71460	468.45801	89.32068

P.NODAL	X-TENSION	Y-TENSION	XY-TENSION	TENSION -MAX	TENSION -MIN	TAUMAX	DIRECCION
61	14.88208	1011.43384	7.05379	1011.48364	14.83228	498.32568	-89.59447
62	3.75497	1011.32007	9.32587	1011.40601	3.66870	503.86865	-89.46973
63	-6.02412	1020.50244	6.27305	1020.54053	-6.06250	513.30151	-89.64987
64	-14.04516	1021.97070	-8.20580	1022.03540	-14.11011	518.07275	89.54622
65	-4.33699	1005.72290	-19.15379	1006.08569	-4.69995	505.39282	88.91402
66	12.42527	991.51196	-17.13638	991.81152	12.12549	489.84302	88.99759
67	15.78338	976.35425	-11.66139	976.49561	15.64160	480.42700	89.30455
68	1.74501	986.79004	5.33009	986.81860	1.71606	492.55127	-89.68997
69	1.65986	989.50854	6.67927	989.55347	1.61450	493.96948	-89.61261
70	-1.08469	997.07642	4.78958	997.09912	-1.10742	499.10327	-89.72507
71	-4.68258	1009.53589	0.39136	1009.53564	-4.68262	507.10913	-89.97789
72	-2.97735	1007.69507	-7.29211	1007.74731	-3.03003	505.38867	89.58662
73	13.68645	1001.23462	-10.64990	1001.34912	13.57178	493.88867	89.38220
74	30.61095	997.41772	-12.50800	997.57935	30.44897	483.56519	89.25890
75	38.24884	995.13647	-8.46079	995.21094	38.17432	478.51831	89.49344
76	-1.17046	998.44604	1.56231	998.44824	-1.17285	499.81055	-89.91045
77	-1.68321	1004.33252	-1.39520	1004.33423	-1.68530	503.00977	89.92053
78	5.14984	1002.00366	-4.32467	1002.02222	5.13110	498.44556	89.75143
79	1.49691	999.76831	-0.83208	999.76880	1.49634	499.13623	89.95224

***** FIN DEL PROGRAMA CALCULO DE ESFUERZOS Y DEFORMACIONES ALREDEDOR DE UNA ABERTURA SUBTERRANEA *****

EJEMPLO # 2: TUNEL CIRCULAR PROFUNDO

ELABORACION GRAFICA DE LOS RESULTADOS

* MODELO DE ELEMENTOS FINITOS
* DESPLAZAMIENTOS
* ESFUERZOS PRINCIPALES MINIMOS
* ESFUERZOS PRINCIPALES MAXIMOS
* ESFUERZOS DE CORTE MAXIMO

MODELO

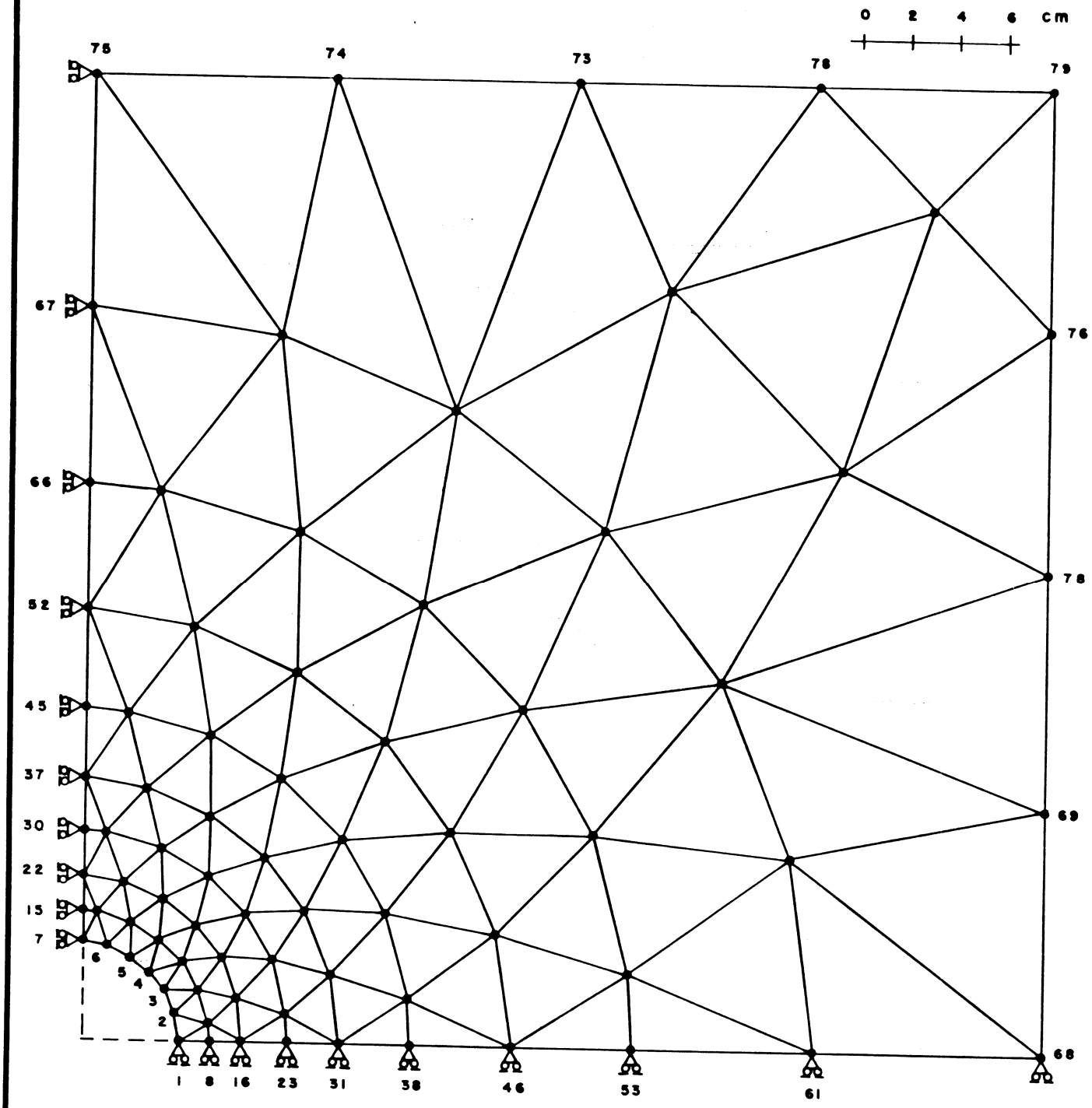
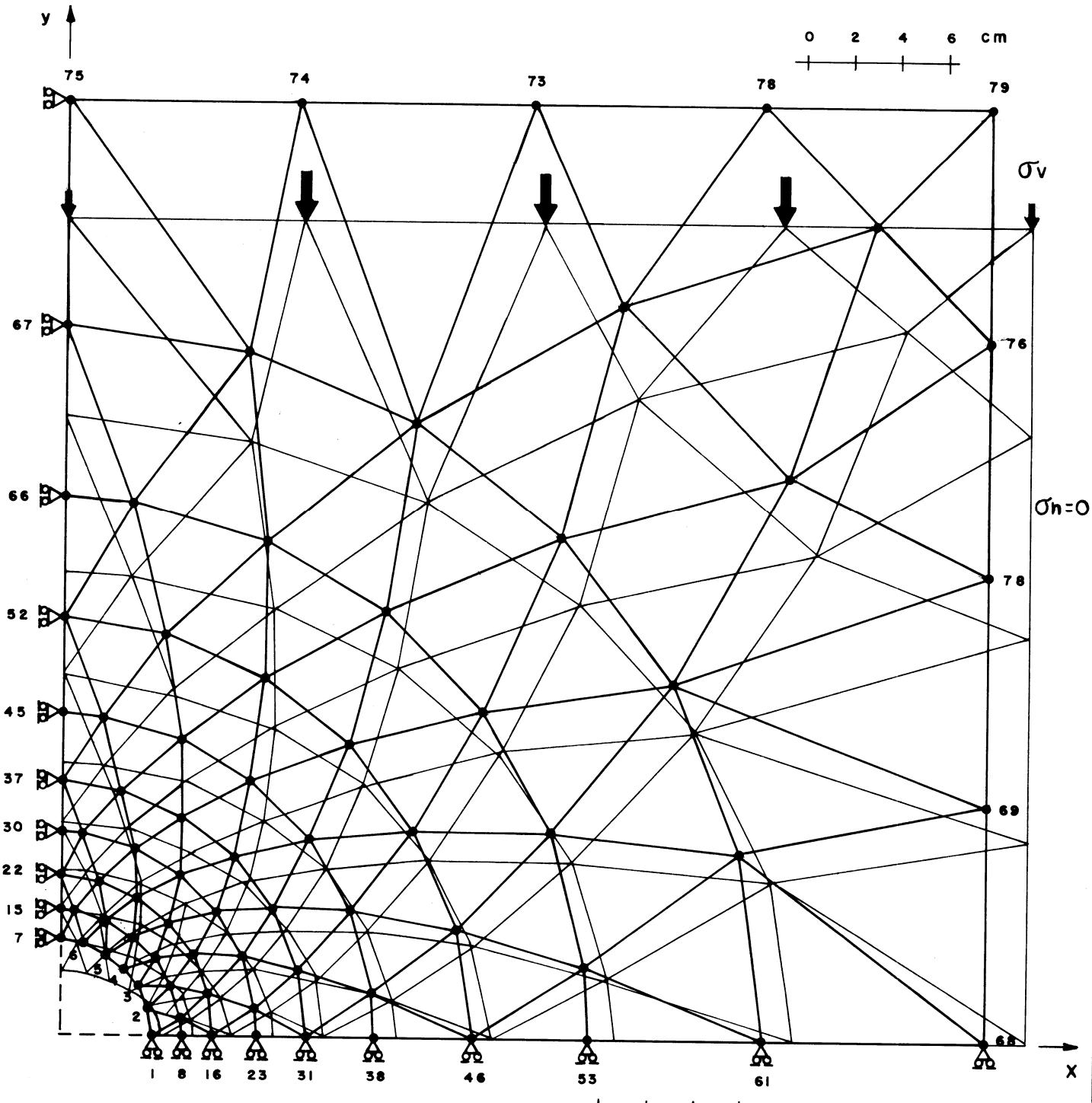

0 2 4 6 cm
75
74
73
72
71
67
76
66
52
78
45
37
30
69
22
15
7
6
5
4
3
2
1
8
16
23
31
38
46
53
61
68

FIG -8-

DESPLAZAMIENTOS



(ESCALA DESPLAZAMIENTOS)

FIG-9-

ESFUERZOS PRINCIPALES MINIMOS.

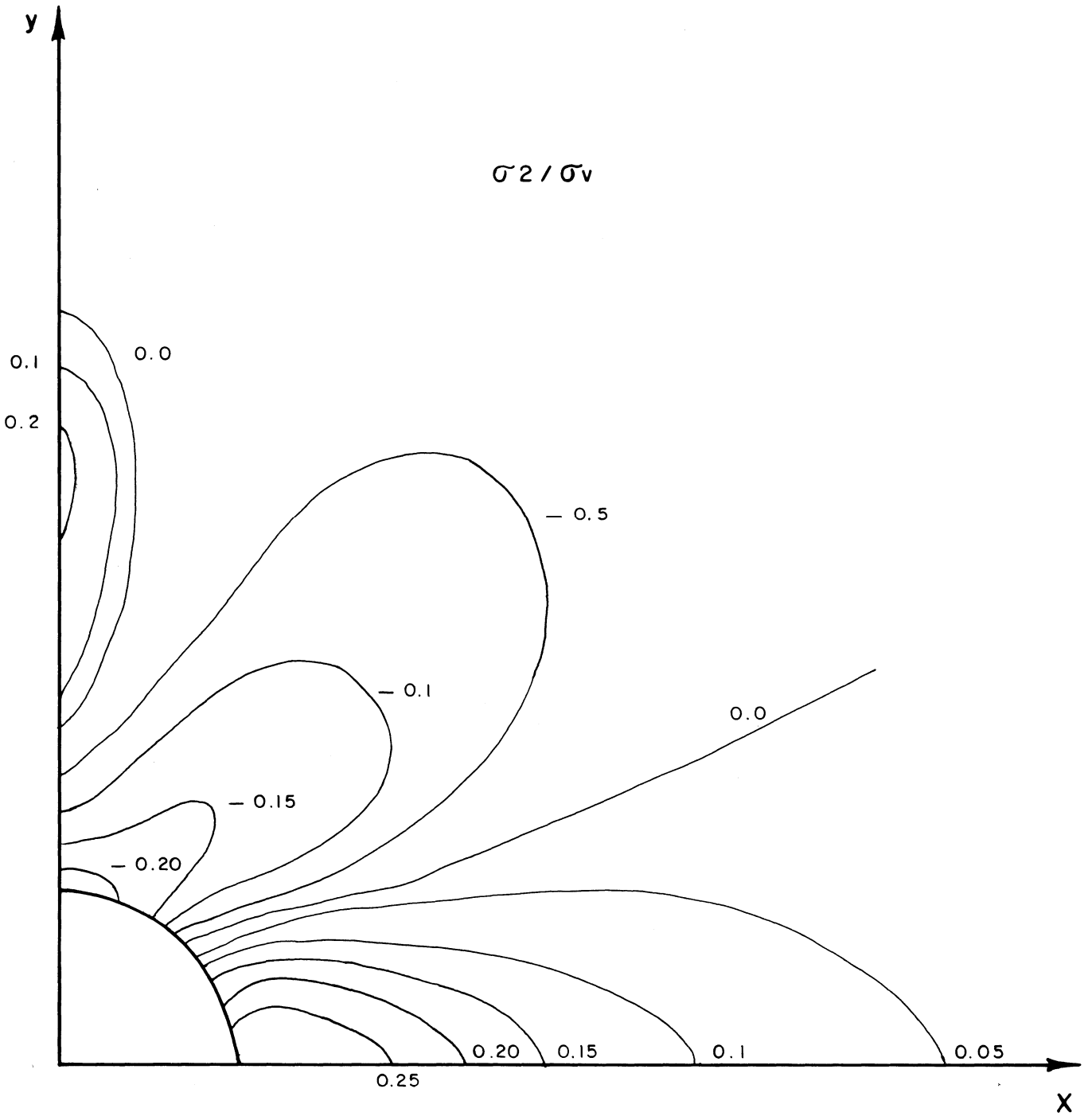


FIG-10-

ESFUERZOS PRINCIPALES MAXIMOS.

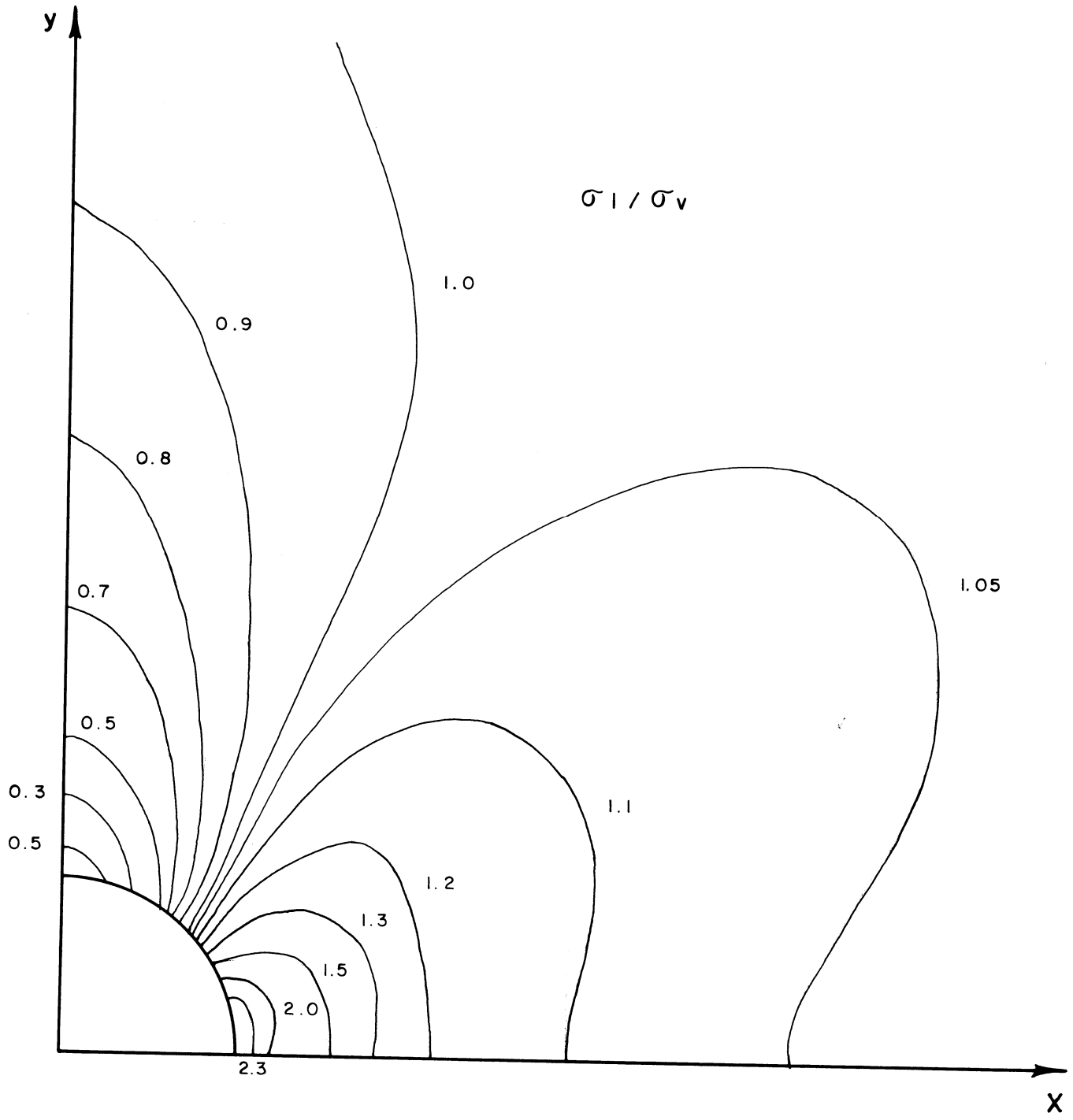


FIG -11-

ESFUERZOS DE CORTE MAXIMO

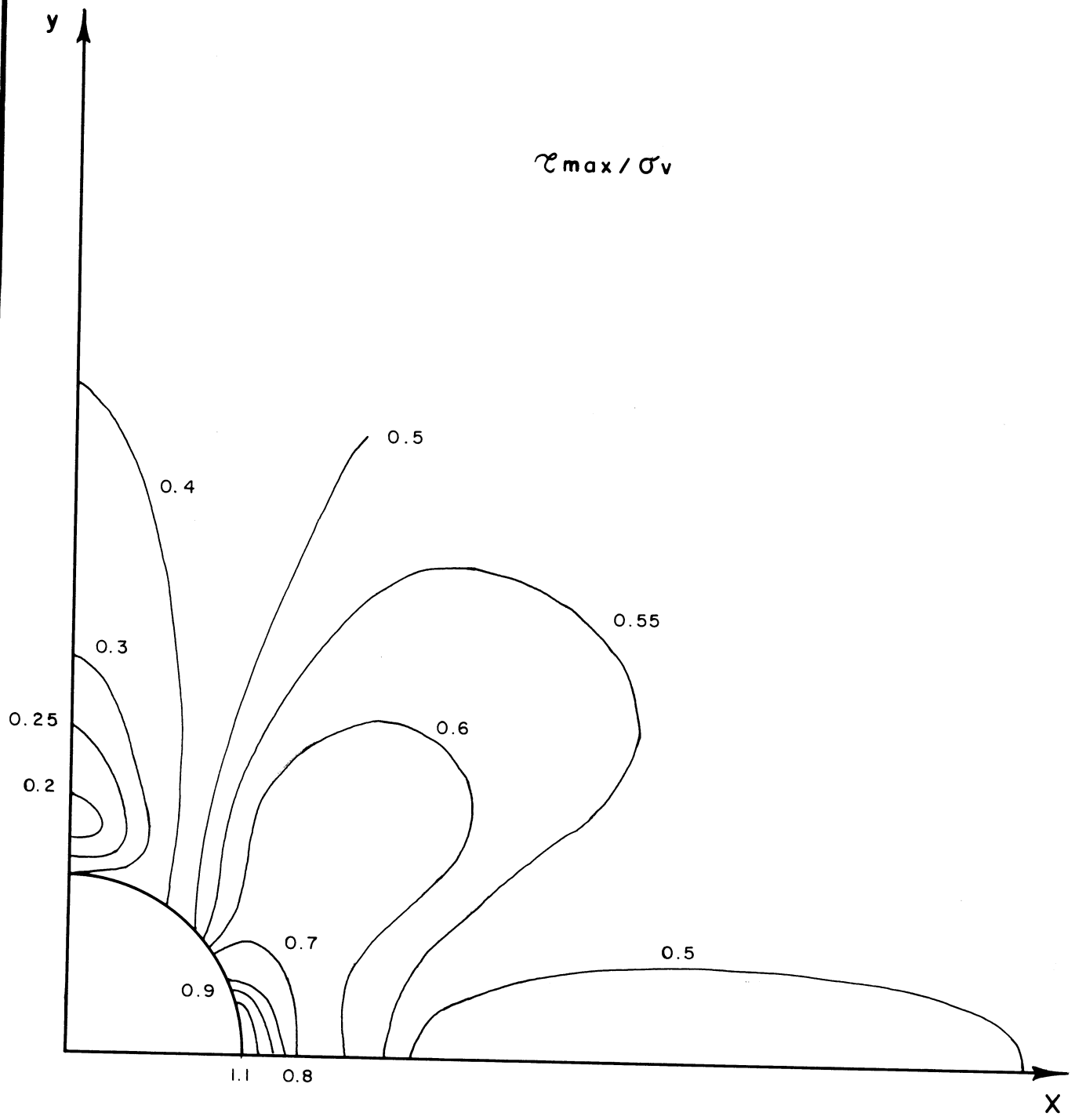


FIG-12-

Laboratorio de Mecánica de Rocas. Universidad Central de Venezuela.

GEOMEC

BOLETIN DE DIVULGACION GEOTECNICA

TALUDES EN MACIZOS ROCOSOS

" INTRODUCCION A LA TECNICA DE LAS PROYECCIONES HEMISFERICAS "

DANIEL SALCEDO

Nº 5

, 1981 caracas

Con la publicación de este número 5 de " GEOMEC ", queremos introducir un nuevo e importante tema de divulgación geotécnica:

" ESTABILIDAD DE TALUDES EN MACIZOS ROCOSOS "

Se trata en efecto de un tema de gran amplitud y actualidad en el campo geotécnico, así como de extremo interés práctico.

En realidad hemos voluntariamente querido restringir el tema al aspecto físico que hace referencia al uso de las proyecciones hemisféricas como técnica de análisis y diseño, motivadas por el hecho de constituir, tal técnica, un instrumento formidable, ágil y versátil, para lograr resultados prácticos en el estudio de problemas tridimensionales y en general de geometría compleja, como son los que caracterizan el campo de los taludes en macizos rocosos.

Las bases mecánicas de la metodología del cálculo se derivan directamente del concepto de equilibrio límite, suponiendo para los materiales un comportamiento de tipo " rígido ". Se utiliza un criterio definido de resistencia al corte (generalmente el de Coulomb), y se busca una respuesta en términos de " estabilidad " o " inestabilidad " bien a través de la definición de un factor de seguridad o mediante un análisis sensitivo que considere la influencia de la variación de los diferentes factores que inciden en la estabilidad del talud en estudio.

En el marco anterior, hemos considerado de mucho interés la publicación de unos capítulos extraídos directamente de un trabajo más amplio que el Ing. Daniel Salcedo R., completó en el mes de mayo de 1978, bajo el título original de:

" EL USO DE LAS PROYECCIONES HEMISFERICAS COMO TECNICA DE PREDICCION Y ANALISIS DE PROBLEMAS RELATIVOS A ESTABILIDAD DE TALUDES EN MACIZOS ROCOSOS ".

Aunque no podremos publicar la totalidad del trabajo debido a su extensión y detalle, incluiremos en un próximo número de GEOMEC, los tópicos que más directamente hacen referencia al uso de las técnicas de uso de las proyecciones hemisféricas y, en números siguientes, tenemos programado publicar trabajos de aplicación directa de la metodología.

El lector no familiarizado con este tema deberá complementar los estudios de la técnica aquí presentada con aquellos aspectos de análisis de taludes en macizos rocosos que hacen referencia a la obtención y evaluación de la información geológica detallada necesaria, y a la resistencia al corte en las discontinuidades. Estos dos aspectos son de vital importancia y de su correcta observación e interpretación, depende la precisión y confiabilidad del análisis tridimensional de taludes en macizos rocosos. Ambos aspectos son tratados en el trabajo original del Ing. Salcedo, así como en numerosas referencias disponibles, en buena parte citada al final de dicho trabajo y reproducidas en este boletín.

Caracas, noviembre de 1981

TALUDES EN MACIZOS ROCOSOS

" INTRODUCCION A LA TECNICA DE LAS PROYECCIONES HEMISFERICAS "

POR: DANIEL SALCEDO (*)

(*) *Profesor de Geotecnia - Universidad Central de Venezuela*

MODOS DE FALLA EN MACIZOS ROCOSOS

Las fallas que pueden ocurrir en un macizo rocoso, aceptando que el movimiento posible de bloques de roca solamente es controlado por las discontinuidades, se pueden dividir en tres tipos: deslizamiento planar, deslizamiento de cuña y volcamiento. Es de hacer notar que el término falla es usado en este caso en sentido ingenieril, refiriéndose a movimientos o desplazamientos en las condiciones actuales del macizo rocoso y no a fallas geológicas.

1. Fallas planares

Ocurren por gravedad en el caso de un bloque de roca que descansa sobre una discontinuidad; el plano de esta discontinuidad debe presentar una pendiente menor que el talud natural. Para que ocurra el movimiento,es necesario que la inclinación del plano de deslizamiento sea mayor que el ángulo de fricción en ese plano. ($\phi \neq 0$, $c = 0$).

Las condiciones geométricas para ocurrencia de fallas planares son las siguientes:

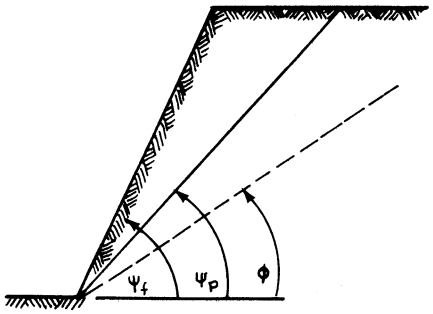
a) El plano sobre el cual ocurre el movimiento debe tener un rumbo aproximadamente paralelo ($\pm$ 15°) al plano del talud.

b) El plano de falla debe (daylight) intersectar el plano del talud.- Es decir, el buzamiento de la discontinuidad (Ψ_p) debe ser menor que la pendiente del talud (Ψ_f), o sea $\Psi_f > \Psi_p$.

c) El buzamiento del plano de falla debe ser mayor que el ángulo de fricción en ese plano $\Psi_p > \phi$.

d) Deben existir superficies laterales de relevamiento de esfuerzos que contribuyen con muy poca resistencia al deslizamiento y que representarán los limites laterales del deslizamiento.

En la Figura 15 se indican las características geométricas de este tipo de falla.



PARA DESLIZAMIENTO $\psi_f > \psi_p > \phi$

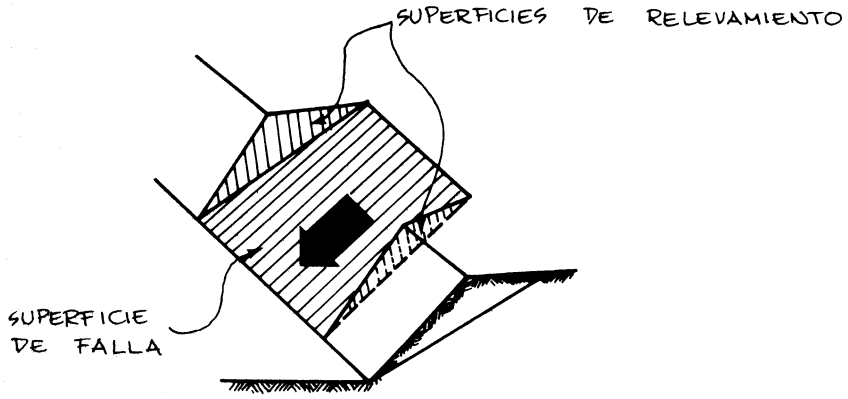


FIGURA 15

Existe una gran variedad de enfoques analíticos para resolver el problema de fallas planas, la mayoría de ellos basados en métodos de equilibrio límite.- Se considera que dos de los métodos más prácticos y fáciles de utilizar han sido presentados por Barton (1) y por Hoek y Bray (19).- A continuación se presenta en forma muy resumida las bases de ambos métodos.

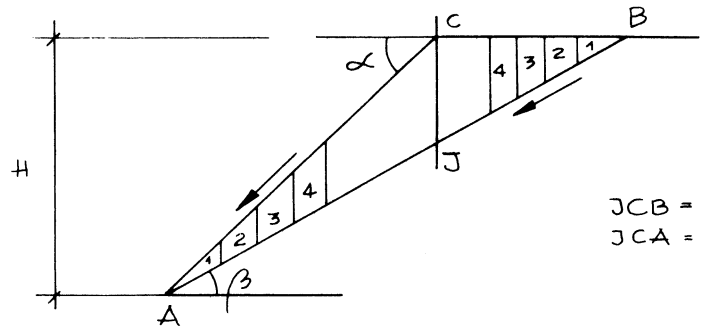
1.1. Método de Barton

Estudió el mecanismo de falla progresiva en excavaciones en roca y mediante el método de equilibrio límite llega a definir el concepto del - "exceso inestable". Para ello divide la masa de roca en "tajadas",considerando que la estabilidad de cualquier "tajada" depende de la magnitud de las fuerzas que actuan paralelas y perpendicularmente al plano de falla en dicha tajada y de la resistencia al corte en el plano de falla.- Si el signo de la fuerza resultante "P" es positiva, significa que se necesita una fuerza de magnitud P, actuando hacia abajo del plano para que esa tajada alcance su equilibrio límite. Para el caso de "P" negativa, implica que se requiere una fuerza de igual magnitud actuando hacia arriba del plano para evitar que la tajada deslice hacia abajo; esto significa que la tajada tiene un "exceso inestable" de magnitud P.- Se asume, además, que cualquier exceso inestable se transmite a la tajada inmediatamente inferior.

En la Figura 16 se presentan las fórmulas y nomenclaturas utilizadas por Barton. Las ecuaciones de equilibrio límite, indicadas en la Figura 16, dan los valores de "exceso inestable" en cada tajada.- Ejemplos con el uso de este método se pueden ver en Barton (1), donde además, se presentan análisis de superficies de falla multilineales, incorporando presiones de agua.

1.2. Método de Hoek y Bray

Es uno de los métodos más sencillos y prácticos de utilizar, asumiendo como una simplificación razonable, que las presiones hidráulicas solo ocurren debidas a presencia de agua en la grieta de tensión y a lo largo de la superficie de falla. En la Figura 17 se muestra la nomenclatu-



JCB = TRIANGULO SUPERIOR
JCA = TRIANGULO INFERIOR

ECUACIONES DE EQUILIBRIO LIMITE

TRIANGULO SUPERIOR

$$P_1 - N = \left[\frac{1,3,5\ldots 2N-1}{N^2}\right]\frac{H^2\gamma}{2}\cdot(1-\cot\alpha\tan\beta)\cdot(\cot\beta-\cot\alpha)\cos\beta\left[\tan\phi-\tan\beta\right] + \frac{1}{N}\cdot\frac{C\cdot H(1-\cot\alpha\tan\beta)}{\operatorname{sen}\beta}$$

TRIANGULO INFERIOR

$$P_1 - N = \left[\frac{1,3,5\ldots 2N-1}{N^2}\right]\frac{H^2\gamma}{2}\cdot(1-\cot\alpha\tan\beta)\cot\alpha\cos\beta\left[\tan\phi-\tan\beta\right] + \frac{1}{N}\cdot\frac{CH(\cot\alpha\tan\beta)}{\operatorname{sen}\beta}$$

H = ALTURA DEL TALUD

γ = PESO UNITARIO DE LA ROCA

β = INCLINACION DEL PLANO DE FALLA

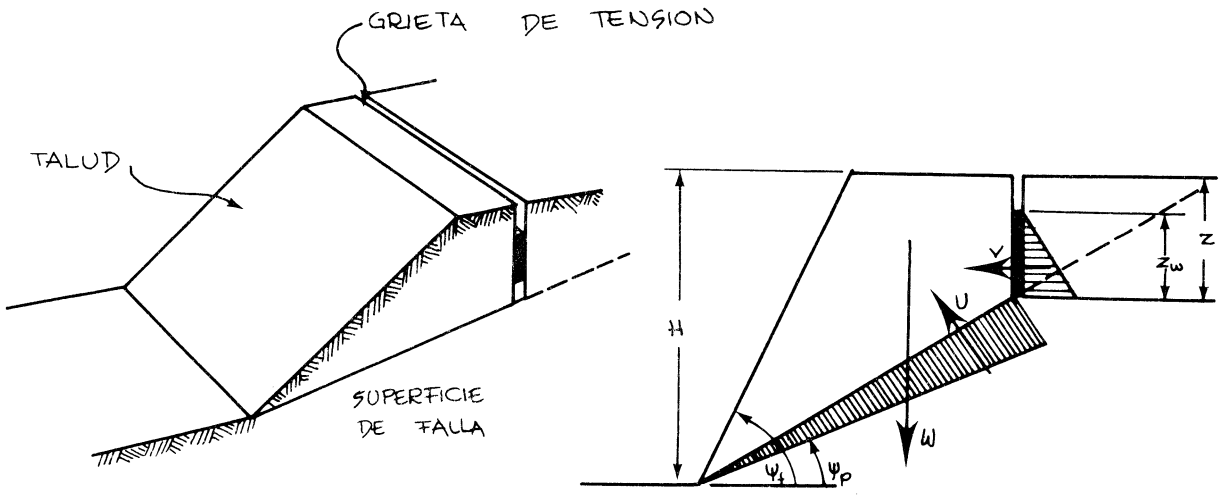
α = PENDIENTE DEL TALUD

C = COHESION EN PLANO DE FALLA

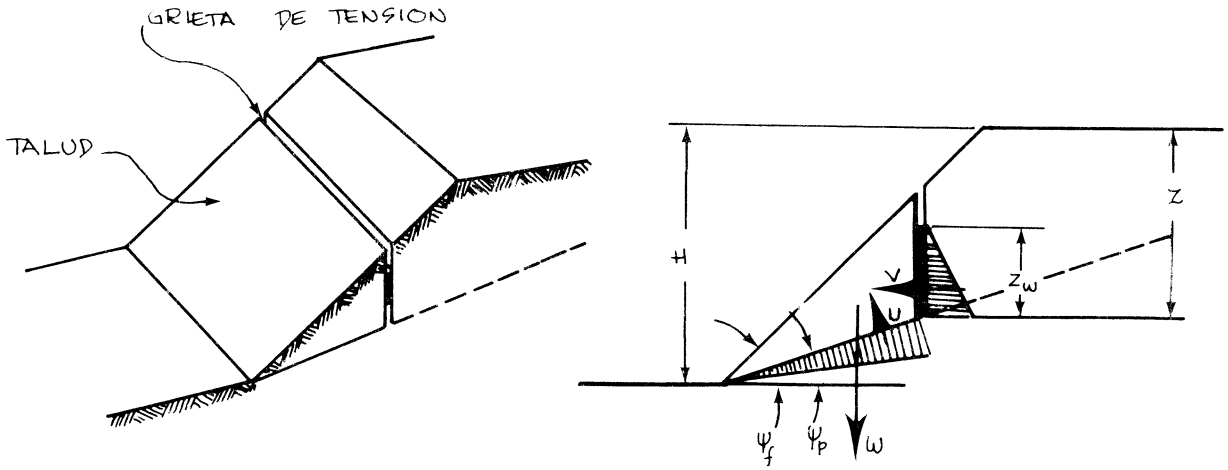
ϕ = ANGULO DE FRICCION EN PLANO DE FALLA

N = NUMERO DE TAJADAS QUE DIVIDE CADA TRIANGULO

FIGURA 16



GEOMETRIA DE UN TALUD CON GRIETA DE TENSION EN LA CRESTA.



GEOMETRIA DE UN TALUD CON LA GRIETA DE TENSION EN LA CARA DEL TALUD (HOEK Y BRAY, 1.974)

FIGURA 17

ra y la geometría de los dos tipos posibles de fallas planares.

El factor de seguridad, que relaciona las fuerzas que tienden a producir el deslizamiento, con respecto a las fuerzas que tratan de resistirlo, viene expresado por:

$$F.S. = \frac{C.A. + (W\cos \Psi p - U - V\operatorname{sen} \Psi p) \tan \phi}{W\operatorname{sen} \Psi p + V\cos \Psi p}$$

En la Figura 17,

$$\left.\begin{aligned} A &= (H - z)\ \operatorname{cosec} \Psi p \\ U &= \frac{1}{2}\ \gamma_w\ Z_w\ A \\ V &= \frac{1}{2}\ \gamma_w\ Z_w^2 \end{aligned}\right\} \text{ Presiones hidrostáticas}$$

Para el caso de grieta de tensión en la parte superior del talud:

$$W = \frac{1}{2}\ \gamma H^2 \left\{ \left[1 - \left(\frac{Z}{H} \right)^2 \right] \cot \Psi_p - \cot \Psi_f \right\}$$

y para la grieta de tensión en el talud, el peso de bloque sería:

$$W = \frac{1}{2}\ \gamma H^2 \left[(1 - \frac{Z}{H})^2 \cot \Psi p\ (\cot \Psi p.\ \tan \Psi f - 1) \right]$$

Cualquier fuerza de anclaje T, inclinada a un cierto angulo β respecto a una normal al plano de falla, puede ser incorporada a la fórmula del -- factor de seguridad, resultando:

$$FS = \frac{C.A. + (W\cos \Psi p - U - V\ \operatorname{sen} \Psi p + T\cos \beta) \tan \phi}{W\operatorname{sen} \Psi p + V\cos \Psi p - T\operatorname{sen} \beta}$$

Para el diseño de taludes en macizos rocosos en zonas sísmicas hay que tomar en cuenta el efecto de cargas dinámicas.

Hoek considera que la distribución de aceleraciones en un macizo rocoso sujeto a cargas sísmicas o de voladuras,es muy compleja y hasta ahora difícil de entender. Por lo tanto, es conveniente hacer suposiciones que simplifiquen el -- problema y así poder llegar a una solución práctica para el diseño. De esta manera, propone un análisis pseudo-estático simple en el cual las aceleraciones actúan horizontalmente hacia la cara del talud.- El factor de seguridad de un talud en roca sujeto a una aceleración "a" es aproximadamente igual a:

$$F_D = F_S - 2.3\ a$$

donde:

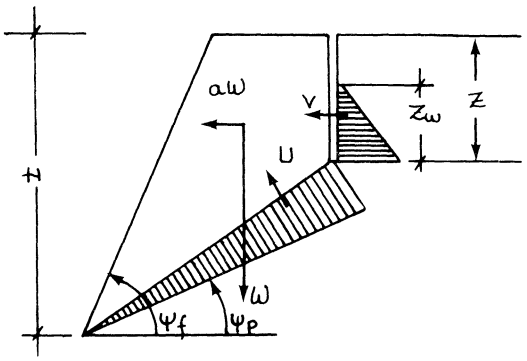
F_D = factor de seguridad bajo condiciones dinámicas

F_S = factor de seguridad sin aplicación de aceleración

a = aceleración horizontal en términos de la aceleración g debido a la gravedad. (Ej.: a = 0.08 g)

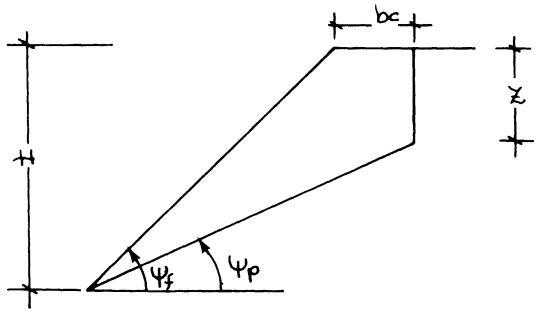
Tomando en cuenta esta nueva fuerza,la ecuación general del factor de seguridad será:

$$F = \frac{C.A. + \left[W\ (\cos \Psi p + a \operatorname{sen} \Psi p) - U - V \operatorname{sen} \Psi p \right] \tan \phi}{W\ (\operatorname{sen} \Psi p + a \cos \Psi p) + V \cos \Psi p}$$



En el caso de que la grieta de tensión no pueda ser ubicada, por no ser visible en el campo o por no existir una discontinuidad débil característica en la cresta del talud, la posición crítica (bc) de dicha grieta puede ser estimada para taludes sin presiones hidrostáticas importante por:

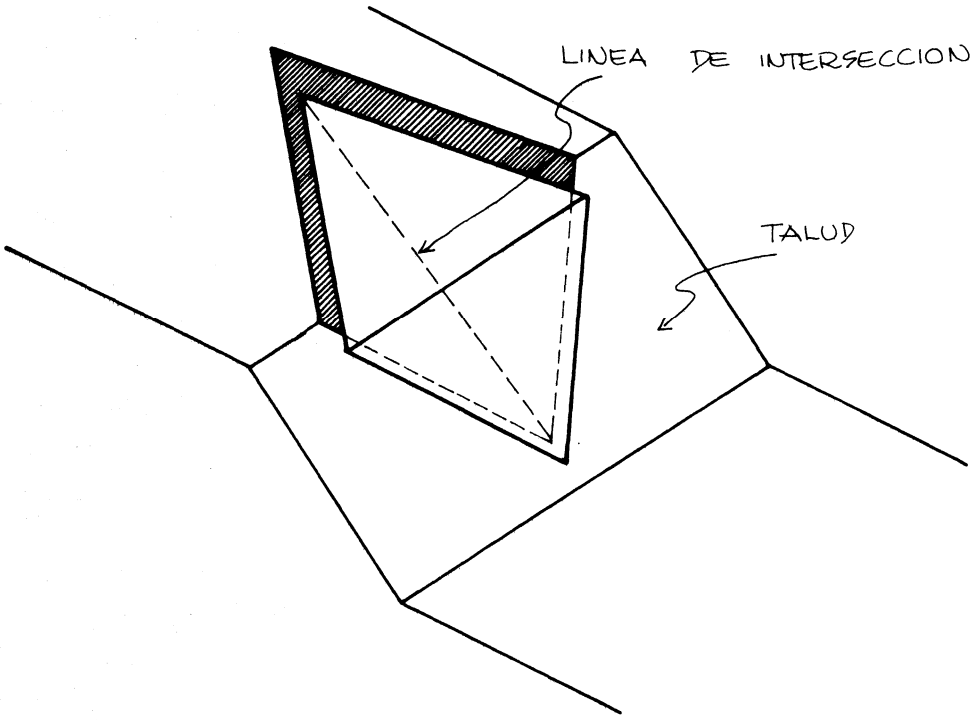
$$bc = H \left(\sqrt{\cot \Psi f \cot \Psi p} - \cot \Psi f\right)$$



Otros métodos de fallas planares han sido publicados por Pentz (37), Jennings (23) y Mc Mahon (31).

2. Fallas cuneiformes

Se refiere el caso de fallas según dos planos de debilidad definiendo un bloque de roca cuyo movimiento está controlado por la dirección de la recta de intersección de los dos planos. Véase Figura 18. También son conocidas como fallas de cuña o borde. La resolución analítica de fallas de cuña incluyendo además de la fricción, cohesión y presiones de agua, otros factores tales co



FALLAS CUNEIFORMES O DE CUÑA

FIGURA 18

mo grietas de tensión, anclajes, aceleraciones sísmicas u otras fuerzas externas, comprende una serie de ecuaciones y cálculos laboriosos que preferimos no incluirlos en este trabajo. Estas ecuaciones y ejemplos típicos se presentan en forma muy clara en la Referencia (19), y en la Referencia (32), se presenta un método tridimensional utilizando principios vectoriales.

En este trabajo, la evaluación y análisis de fallas cuneiformes será realizada posteriormente basándose en proyecciones hemisféricas, por considerar que es la forma más sencilla y fácil de visualizar y resolver el problema. Algunos autores sugieren que un enfoque de falla planar es válido para todo tipo de talud. Consideran que para el caso de una falla de cuña si se analiza cada plano por separado, se encontrará que el factor de seguridad más bajo de los dos planos, siempre será menor que el resultante del análisis como falla de cuña. Si bien, esto es cierto, es un enfoque muy conservador que se traduce, en algunos casos, en antieconómico para diseños prácticos.

3. Fallas por volcamiento

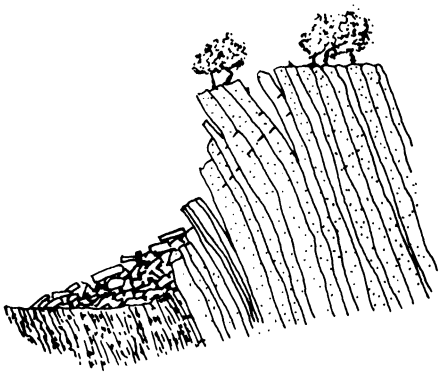
Ocurre mayormente en rocas que buzan con ángulos altos en sentido contrario al frente del talud. El movimiento comprende el volcamiento (toppling) de bloques de rocas que tratan de doblarse y caer por su propio peso.

Las clases más comunes de "volcamientos" se definen como flexural, de bloque y mixto. Véase Figura 19.

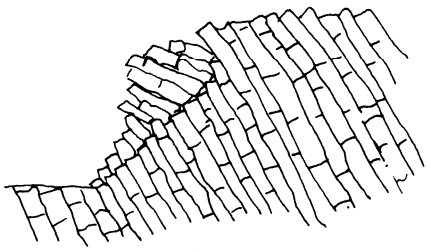
Las relaciones básicas de fallas por volcamiento se muestra en forma resumida en la Figura 20.

En un talud en roca los bloques presentan interacción y por lo tanto el problema presenta más grados de libertad que el modelo sencillo de la Figura 20. En este sentido, como se muestra en la Figura 21, para que pueda ocurrir volcamiento (deformación flexural), es necesario que ocurra deslizamiento entre "capas"; en este caso la dirección del esfuerzo principal mayor es paralelo a la superficie del talud. Si α es la pendiente del talud, δ el buzamiento de los estratos y ϕ el ángulo de fricción, el volcamiento solo puede ocurrir si

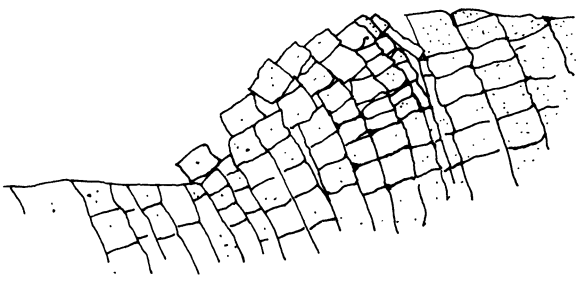
CLASES DE VOLCAMIENTO



A.- VOLCAMIENTO FLEXURAL

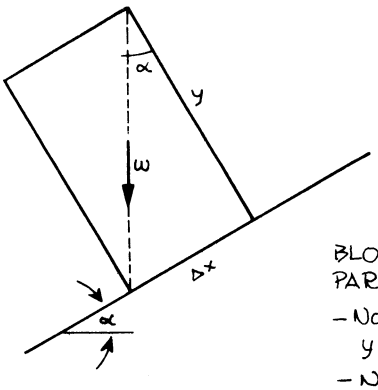


B.- VOLCAMIENTO DE BLOQUE



C.- VOLCAMIENTO DE BLOQUE Y FLEXURAL

FIGURA 19

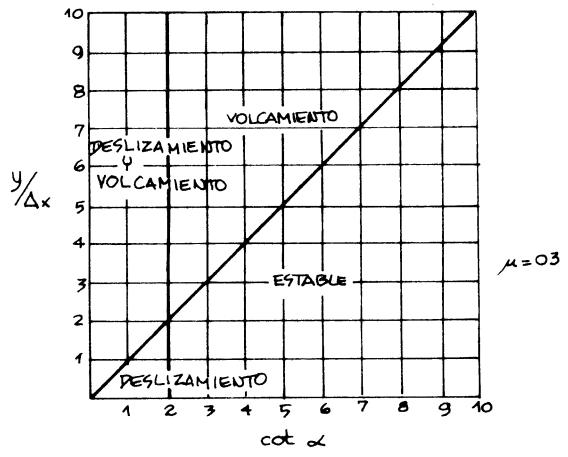


BLOQUE EN POSICION LIMITE PARA VOLCAMIENTO

- No puede volcarse si:
  $y/\Delta x < \cot \alpha$
- No puede volcarse si:
  $\phi > \alpha$

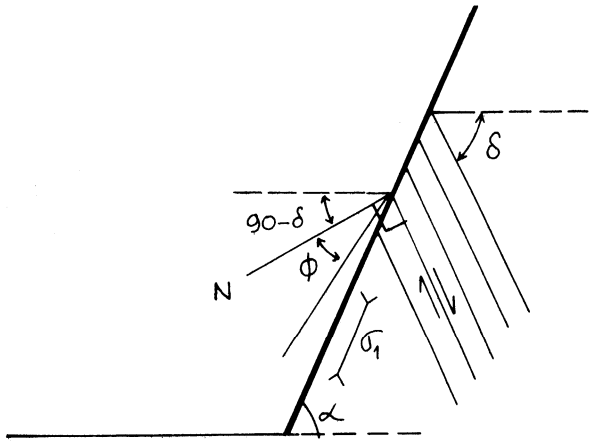
ó $\frac{1}{\mu} < \cot \alpha$

μ = COHEFICIENTE DE FRICCION
ϕ = ANGULO DE FRICCION



CRITERIOS PARA DESLIZAMIENTO Y VOLCAMIENTO.
(Hoek y Bray, 1974)

FIGURA 20



$(90 - \delta) + \phi < \alpha$

CONDICION PARA VOLCAMIENTO

FIGURA 21

$(90 - \delta) + \phi < \alpha$.- Es decir, el deslizamiento se produce si la dirección de la compresión aplicada forma un ángulo mayor que ϕ con la normal a la discontinuidad. Hay que hacer notar, como otra condición para el volcamiento, que el rumbo de la discontinuidad debe ser aproximadamente paralelo al rumbo del talud.

La Referencia (8) comprende una evaluación y análisis muy completo de este tipo de fallas.

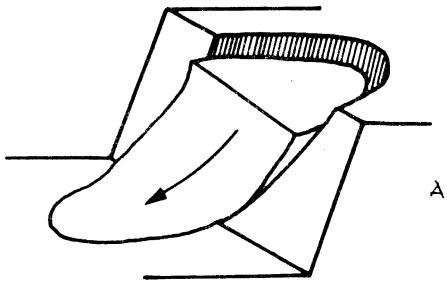
4. Fallas circulares

Cuando la roca está muy fracturada y/o meteorizada, el macizo se comporta en forma homogénea sin direcciones preferentes de falla; en este caso la superficie de falla se asume circular (o de espiral logarítmica) y la metodología de análisis es la misma aplicada en mecánica de suelos. Ej.: Métodos de Bishop y Morgenstern - Price. El estudio de este tipo de fallas está fuera de los objetivos de este trabajo.

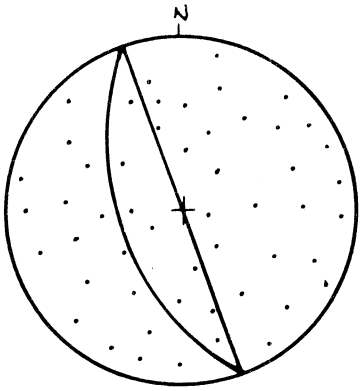
En la Figura 22 se muestran los cuatro tipos de fallas descritas, representando además su apariencia en proyecciones hemisféricas.

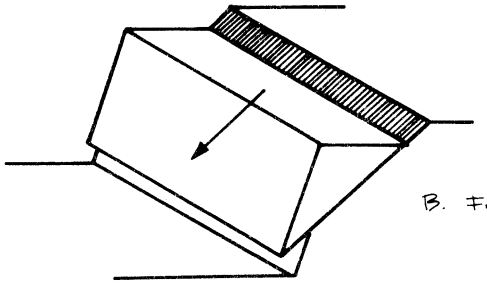
.../...

TIPOS DE FALLA EN MACIZOS ROCOSOS Y SU APARIENCIA EN PROYECCIONES HEMISFERICAS (HOEK Y BRAY, 1974)

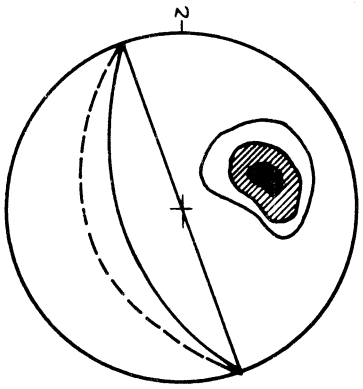


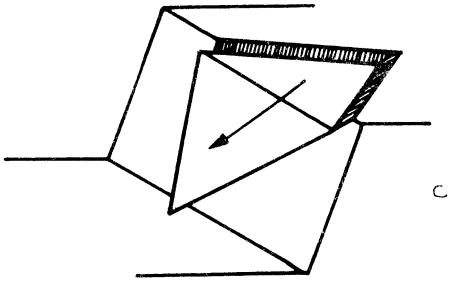
A. FALLA CIRCULAR EN ROCA MUY FRACTURADA SIN SISTEMAS DE DISCONTINUIDAD IDENTIFICABLE.



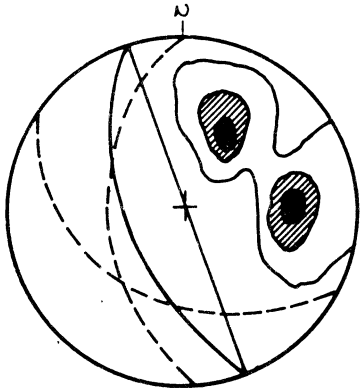


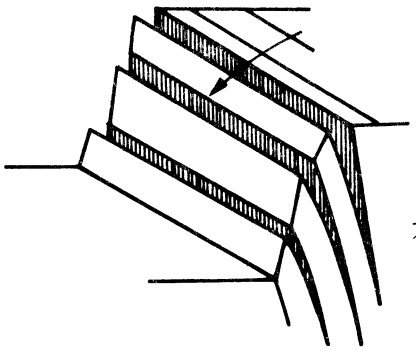
B. FALLA PLANA.





C. FALLA DE BORDE Ó DE CUÑA EN DOS DISCONTINUIDADES, QUE SE INTERSECTAN.





D. FALLA POR VOLCAMIENTO EN ROCA DURA.

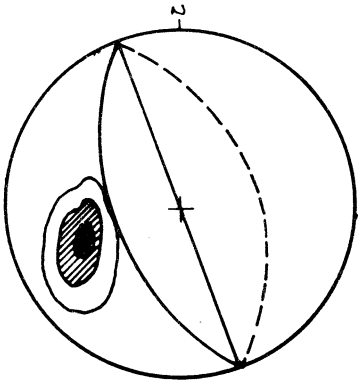


FIGURA 22

ANALISIS CINEMATICO DE TALUDES

Por cinemática se entiende el estudio del movimiento de cuerpos sin tomar en cuenta las fuerzas que causan que dicho cuerpo se mueva.- Esta técnica es de gran utilidad para la evaluación de fallas potenciales en macizos rocosos, combinada con las proyecciones hemisféricas.

Una de las pruebas cinemáticas más conocidas es la prueba de Markland (citada Referencia 19) utilizando la red equiareal. Se trata de establecer la posibilidad de fallas de borde según la línea de intersección de dos discontinuidades planares. En este sentido para que sea posible la falla, la línea de intersección debe "aflorar" (daylight) en la cara del talud, es decir, la inclinación de esa línea debe ser menor que la pendiente del talud, medida en la dirección de la línea de intersección ($\Psi i < \Psi f$). Para ilustrar esta prueba nos referiremos a un ejemplo:

EJEMPLO N° 1

Conocida la orientación de dos discontinuidades definida por:

Discontinuidad	Rumbo	Buzamiento
A	N70W	40 N
B	N50E	60 S

Se estudiará la posibilidad de una falla de cuña para un talud con rumbo N20E y pendiente 1:1 (45°) al Sureste. Se asume que solo intervienen fuerzas debidas a gravedad.

La Figura 23 muestra la proyección hemisférica de los planos indicados.- Puede verse la línea de intersección (I) de las dos discontinuidades y como se define la dirección posible del deslizamiento. Los ángulos Ψf y Ψi, que pueden ser obtenidos fácilmente con el uso de la red equiareal, representan, respectivamente,

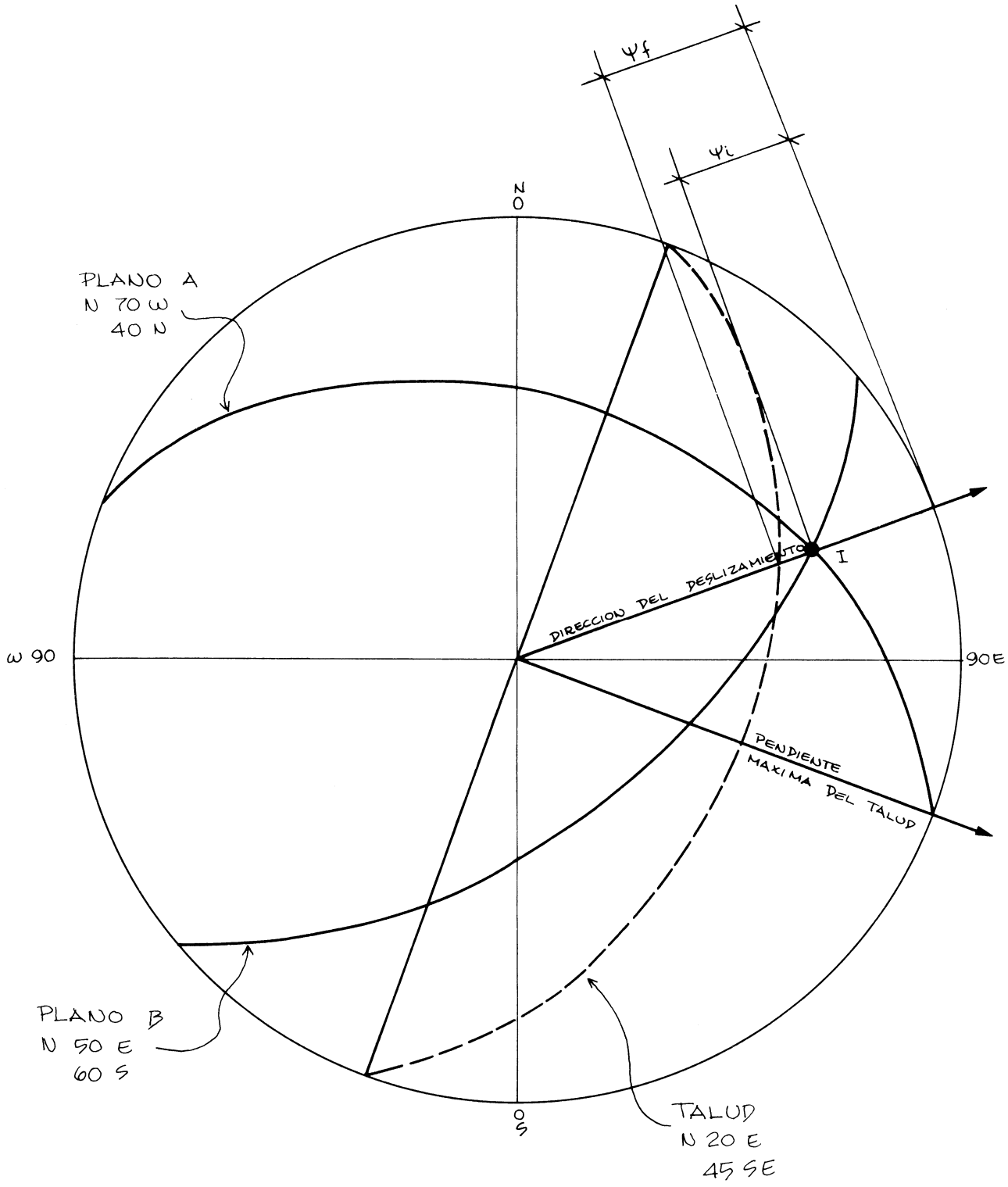

Ψf
Ψi
N
O
PLANO A
N 70 W
40 N
W 90
90E
I
DIRECCION DEL DESLIZAMIENTO
PENDIENTE
MAXIMA DEL TALUD
PLANO B
N 50 E
60 S
O
S
TALUD
N 20 E
45 SE

FIGURA 23

la pendiente del talud en la dirección de la recta de intersección y el ángulo de inclinación de dicha recta.

En el ejemplo presentado, la intersección no pasa la prueba cinemática ya que $\Psi f > \Psi i$, que medido con la red equiareal resulta $37° > 28°$. La evaluación hecha solo nos lleva a señalar que existen posibilidades de falla pero no necesariamente que va a ocurrir; esto se debe a que hay otros factores que intervienen en los planos de deslizamientos, entre los cuales el más importante es la resistencia al corte. En este sentido,Marklands sugiere como una primera aproximación asumir un ángulo de fricción (normalmente entre 20° y 30° dependiendo del tipo de material) para evaluar si la inclinación de la recta de intersección excede el ángulo de fricción (ϕ). En la proyección hemisférica esto puede ser realizado construyendo un círculo con centro igual al centro de la proyección, inclinado a un ángulo ϕ respecto a la horizontal, o 90-ϕ respecto a la vertical.- Este círculo contendrá todas las líneas con inclinaciones más abruptas que el ángulo de fricción ϕ.

En la Figura 24 se representa el círculo de fricción para un ángulo de 20°.Cuando un punto que define la línea de intersección de dos discontinuidades cae dentro del área sombreada (entre el círculo mayor correspondiente al plano del talud y el círculo de fricción) se dice que el talud es potencialmente inestable. Este es el caso del ejemplo indicado, notándose en la Figura 24 que se cumple que $\Psi f > \Psi i > \phi$.

De manera de hacer más énfasis en esta técnica y como utilizarla en conjunto con los diagramas típicos de frecuencia de diaclasas,en la Figura 25 se muestra otro ejemplo.

EJEMPLO N° 2

Se trata de analizar cinemáticamente la estabilidad de un talud con rumbo N15E y pendiente de 60° Sureste. El macizo rocoso tiene 4 sistemas de discontinuidades definidos por la concentración de polos que se observan en la Figura 25. Se asume un ángulo de fricción de 30°. Las rectas de intersección entre planos que se muestran en la figura pueden obtenerse en base a la propiedad en proyecciones hemisféricas que dice: el polo correspondiente a un círculo mayor que con-

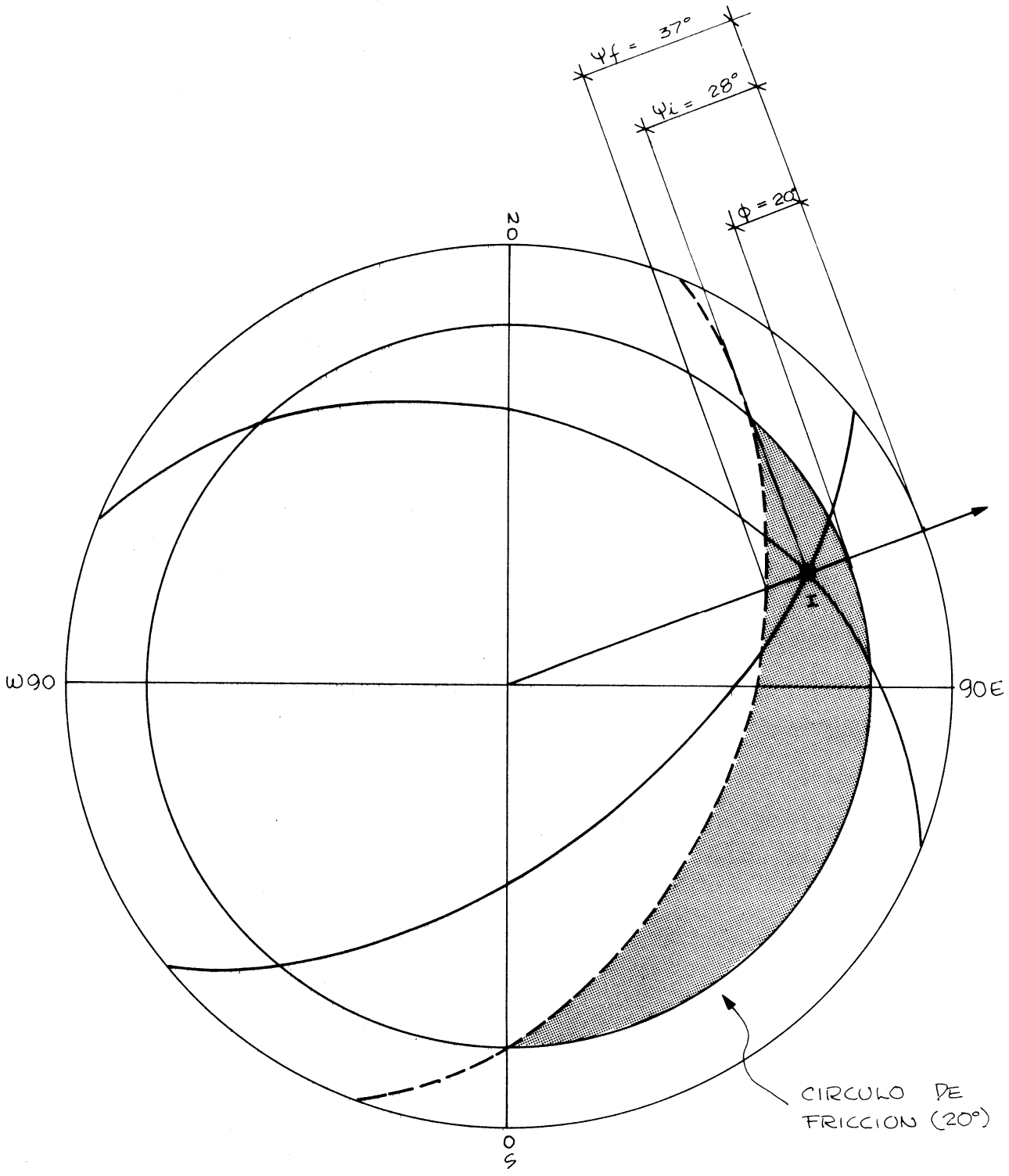


FIGURA 24

tenga los polos de dos planos cualesquiera, define la recta de intersección de dichos planos.

Una evaluación de la Figura 25 permite concluir lo siguiente:

a) La recta de intersección I_{12} representa la combinación de discontinuidades más peligrosas por donde puede ocurrir deslizamiento de cuña. Nótese que I_{12} cae en el área sombreada.

b) Las rectas de intersección I_{23} e I_{13} caen fuera del área crítica y no presentan problemas de inestabilidad.

c) La concentración de polos llamada "4" no presenta problemas de deslizamiento ya que se ve que se trata de una discontinuidad muy cercana a la vertical. Sin embargo, esta discontinuidad debe ser analizada por posibles fallas de volcamiento o por desarrollo de grietas de tensión.

En la Figura 26 tomada de Hoek y Bray (19) se muestra una manera de presentar los resultados de un análisis cinemático de estabilidad, realizado para una excavación minera hipotética, donde los taludes cambian su orientación y se tiene un contacto de dos tipos de rocas, pizarra y pórfido.

Goodman (9) efectúa los análisis cinemáticos utilizando preferentemente la proyección estereográfica y el hemisferio inferior. Para ello define tres básicos elementos de un macizo rocoso:

a) El vector de buzamiento ($\hat{D}_i$) señalando el buzamiento de un plano de debilidad. Se trata de una línea perpendicular al rumbo y de buzamiento δ.

b) El vector normal ($\hat{N}_i$) que representa el polo, el cual se indica en dirección perpendicular al plano de debilidad.

c) La línea de intersección de dos planos de debilidad ($\hat{I}_{ij}$).

En la Figura 27 se muestra la proyección estereográfica señalando los elementos definidos por Goodman. El primer requisito cinemático para que exista un desli-

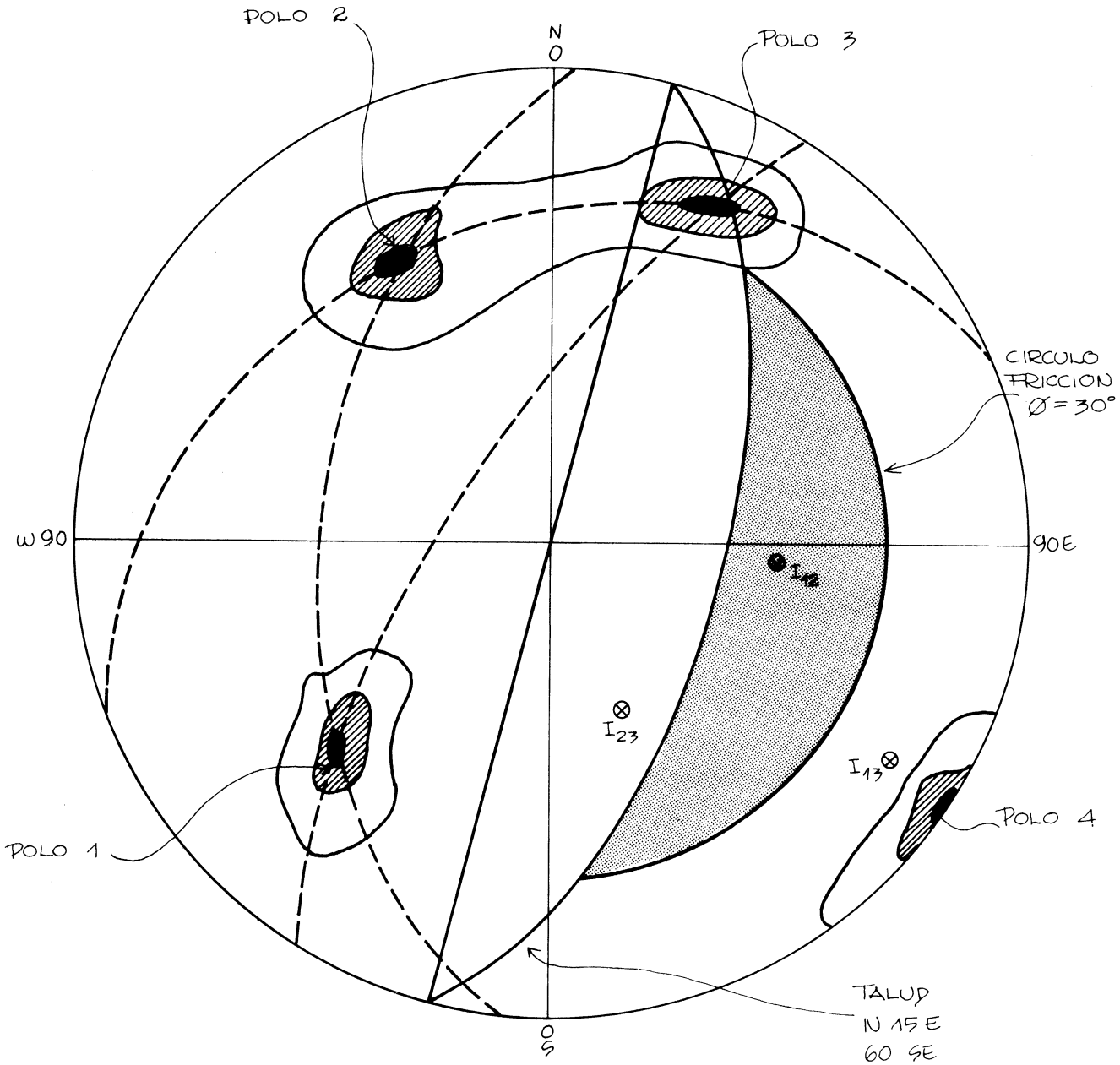
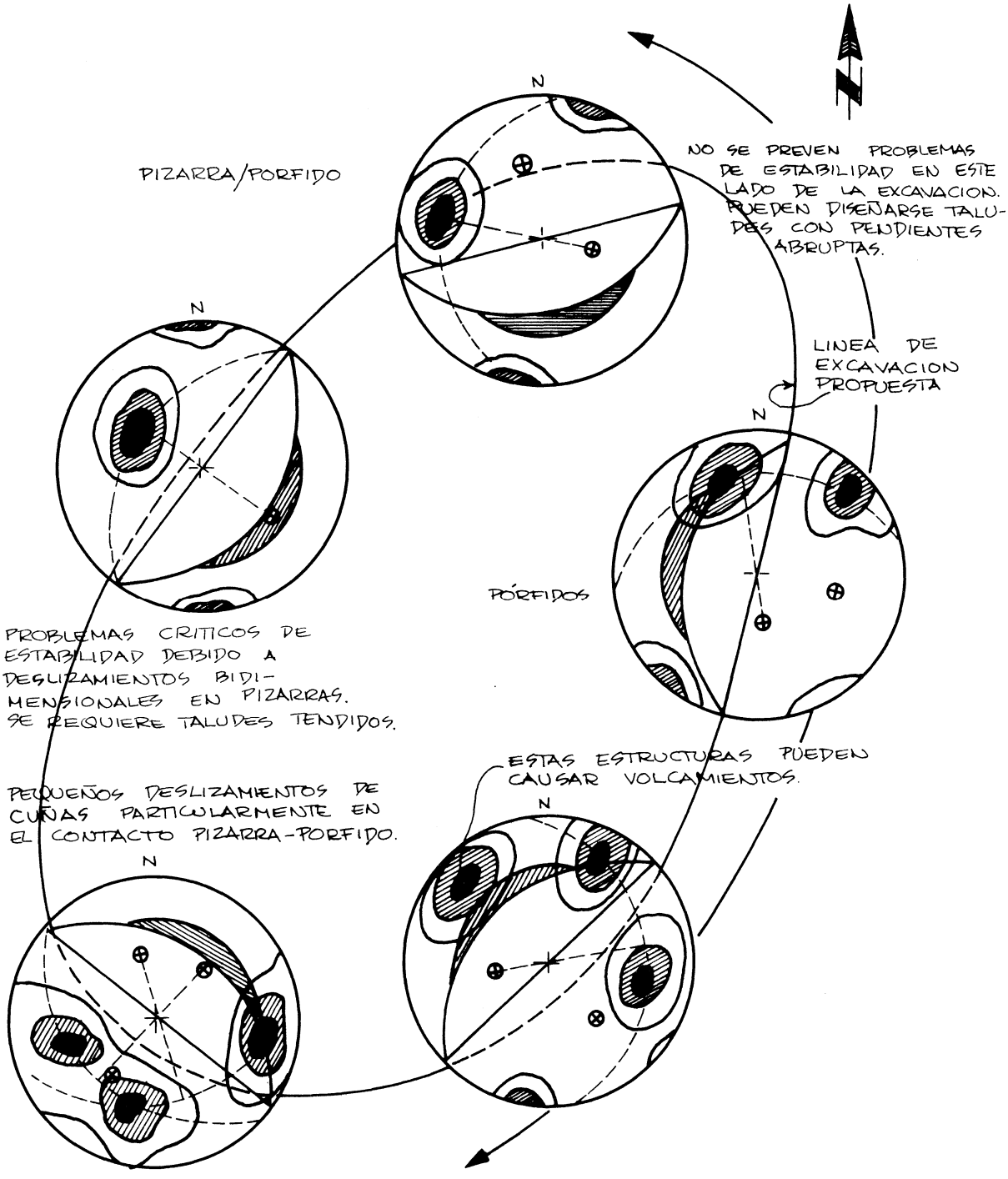

POLO 2
N
O
POLO 3
CIRCULO
FRICCION
Ø = 30°
W 90
90 E
I12
I23
I13
POLO 1
POLO 4
TALUD
N 15 E
60 SE
O
S

FIGURA 25



FORMA DE PRESENTACION DE DATOS GEOLOGICOS Y ANALISIS PRELIMINAR DE TALUDES. (HOEK Y BRAY, 1974)

FIGURA 26

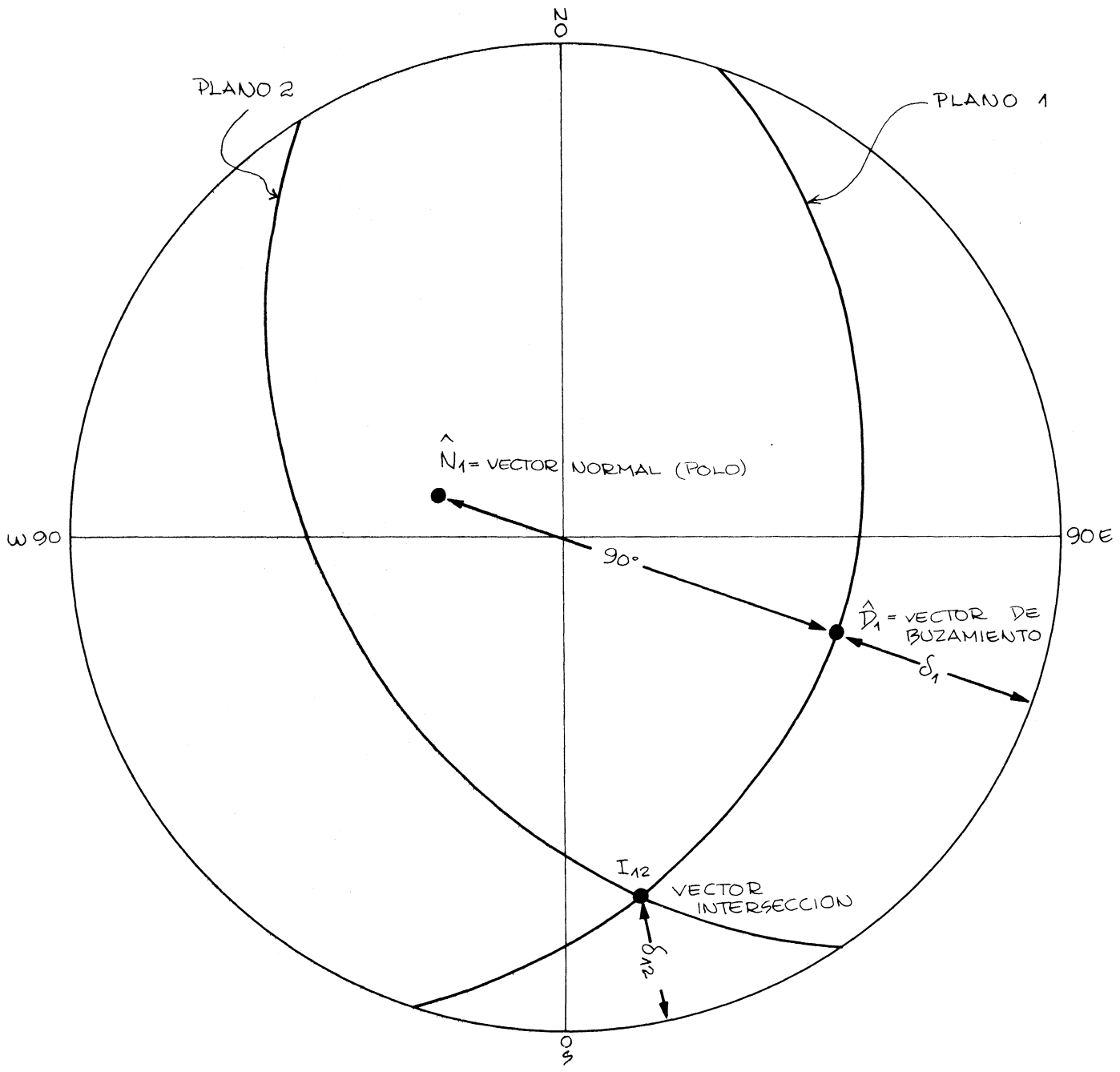

NO
PLANO 2
PLANO 1
$\hat{N}_1$ = VECTOR NORMAL (POLO)
W 90
90 E
90°
$\hat{D}_1$ = VECTOR DE BUZAMIENTO
δ_1
I_{12}
VECTOR INTERSECCION
δ_{12}
SO

FIGURA 27

zamiento planar, implica que el vector de buzamiento debe caer en el área sombreada de la Figura 28, entre el círculo de proyección y el círculo mayor que define el plano del talud. En dicha figura puede verse que solo es posible el movimiento según D_1, estando D_2 del lado seguro. En base a este primer requisito cinemático, es posible en esta etapa, determinar el ángulo límite seguro. Por ejemplo, se puede encontrar la pendiente mayor y segura de un talud correspondiente a un rumbo especificado; asimismo, se puede encontrar que rumbo tendría el talud de mayor ángulo de pendiente posible. La forma gráfica de resolver los ejemplos citados aparecen en la proyección estereográfica de la Figura 29. De esta figura puede deducirse que para un talud con rumbo especificado de N15E, el ángulo máximo seguro es $\alpha_A = 20°$, el cual representa la inclinación máxima del círculo mayor definido por el rumbo y conteniendo a D_1. En la misma figura 29 puede verse que taludes con pendientes (α) más cercanos a la vertical, serán estables si sus rumbos son aproximadamente paralelos a la dirección del buzamiento de la discontinuidad D_1. Nótese que a medida que nos acercamos a la dirección de D_1, el ángulo α se hace mayor.

Para el caso de deslizamientos cuneiformes se sigue un análisis similar al indicado, con la diferencia de que el vector $\hat{D}$ es sustituído por el vector $\hat{I}$ que representa la línea de intersección de los dos planos de debilidad que definen la condición de cuña.

La prueba de Markland también puede ser ejecutada con la proyección estereográfica, por lo tanto, es válida la misma metodología propuesta para el segundo requisito cinemático en el sentido de que el ángulo de inclinación del vector I debe ser mayor que el ángulo de fricción ϕ para que el deslizamiento sea posible.

El caso de fallas por volcamiento también puede ser analizado cinemáticamente. Aceptando la condición previa de deslizamiento entre capas y que $(90 - \delta) + \phi < \alpha$ (véase Figura 21), en la proyección estereográfica esto significa que para que ocurra volcamiento, el vector normal $\hat{N}$ debe tener una inclinación mayor que el ángulo de fricción bajo el talud de corte, como se indica en la Figura 30. Asimismo es necesario que el rumbo de las capas sea aproximadamente paralelo al rumbo del talud. En resumen, para que existan fallas de volcamiento es necesario que el vector normal $\hat{N}$ del plano de debilidad considerado, caiga dentro de

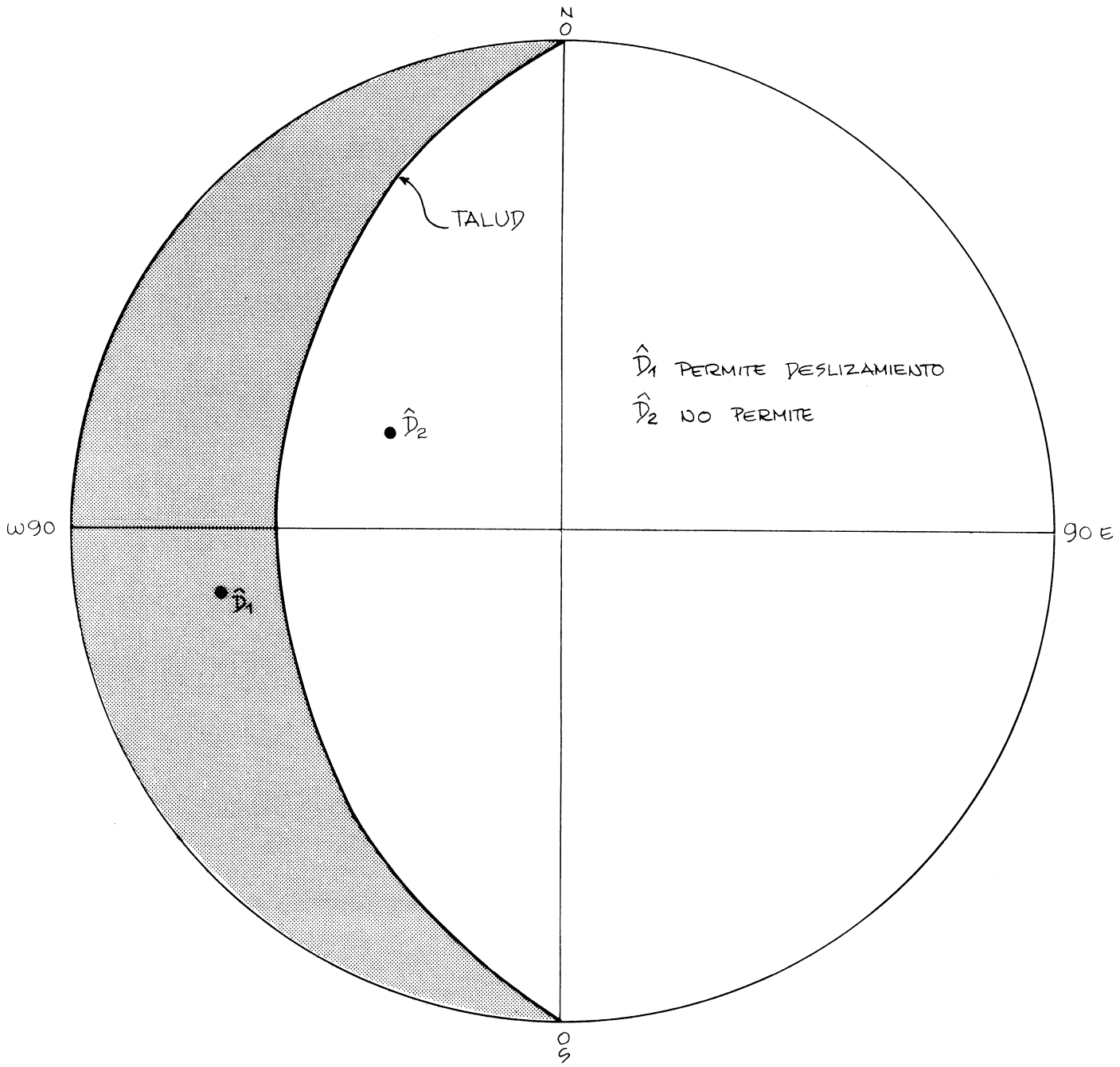
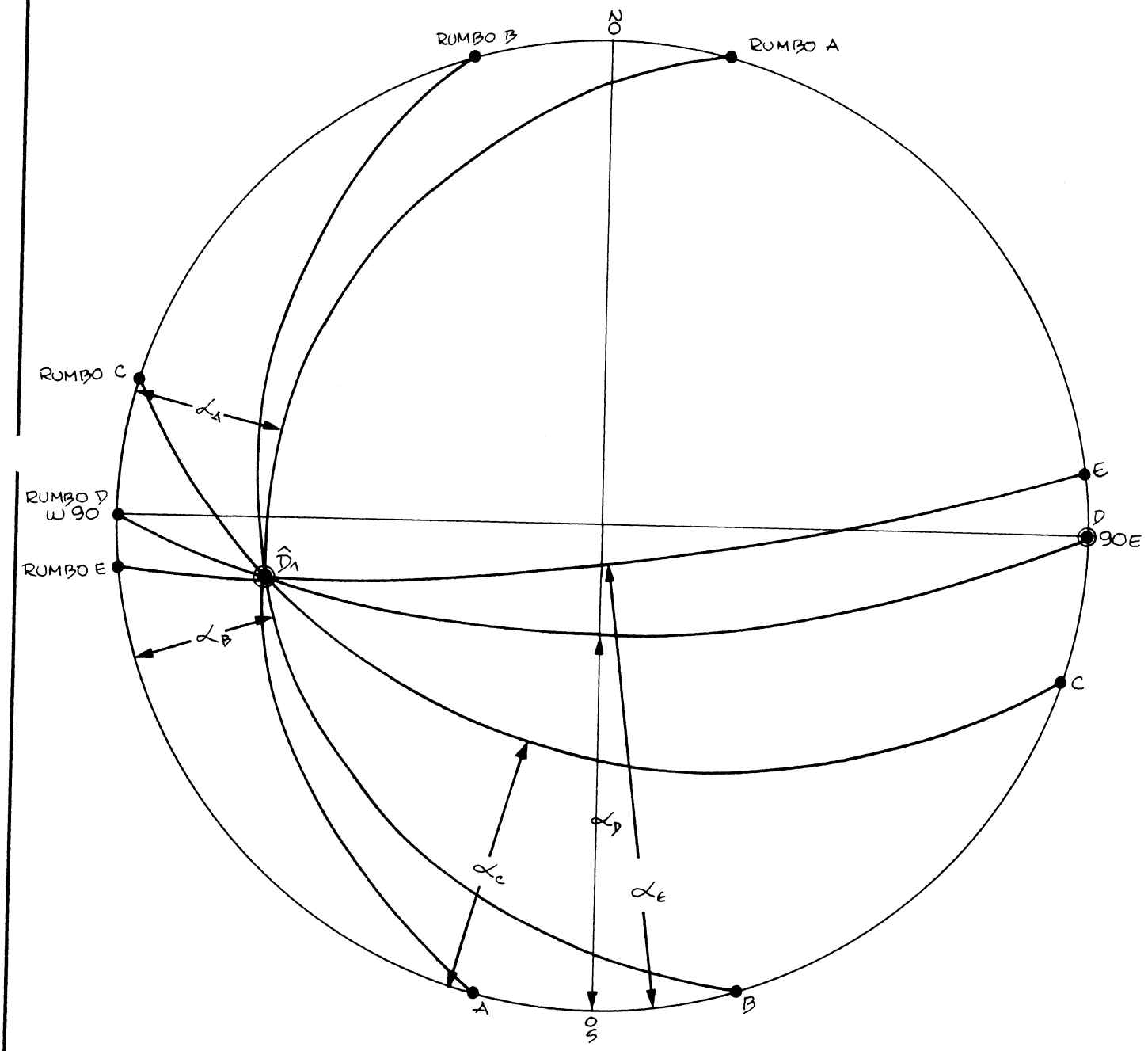

N
O
TALUD
$\hat{D}_1$ PERMITE DESLIZAMIENTO
$\hat{D}_2$ NO PERMITE
$\hat{D}_2$
W90
90 E
$\hat{D}_1$
S
O

FIGURA 28



PENDIENTE DE TALUDES

$\alpha_A = 20°$

$\alpha_B = 20°$

$\alpha_C = 40°$

$\alpha_D = 60°$

$\alpha_E = 80°$

FIGURA 29

la zona sombreada en la Figura 30. Esta zona está limitada por el círculo mayor definido por el ángulo ϕ bajo el talud de corte y con rumbos paralelos, por el círculo mayor horizontal y por dos círculos menores perpendiculares al rumbo del talud, separados 10° del centro de la proyección. Esta última condición es para considerar el rumbo del talud aproximadamente paralelo al rumbo de la discontinuidad.

Panet ([33]) ha publicado un método práctico para estudiar la posibilidad y la dirección de deslizamientos. El considera un bloque limitado por cuatro direcciones correspondientes a los planos P_N, P_T, P_1 y P_2. Véase Figura 31.

El plano P_T corresponde al talud de corte diseñado, el plano P_N es el talud natural y los planos P_1 y P_2 representan direcciones de discontinuidades geológicas. En este caso se ha utilizado la proyección estereográfica (Red de Wulff).

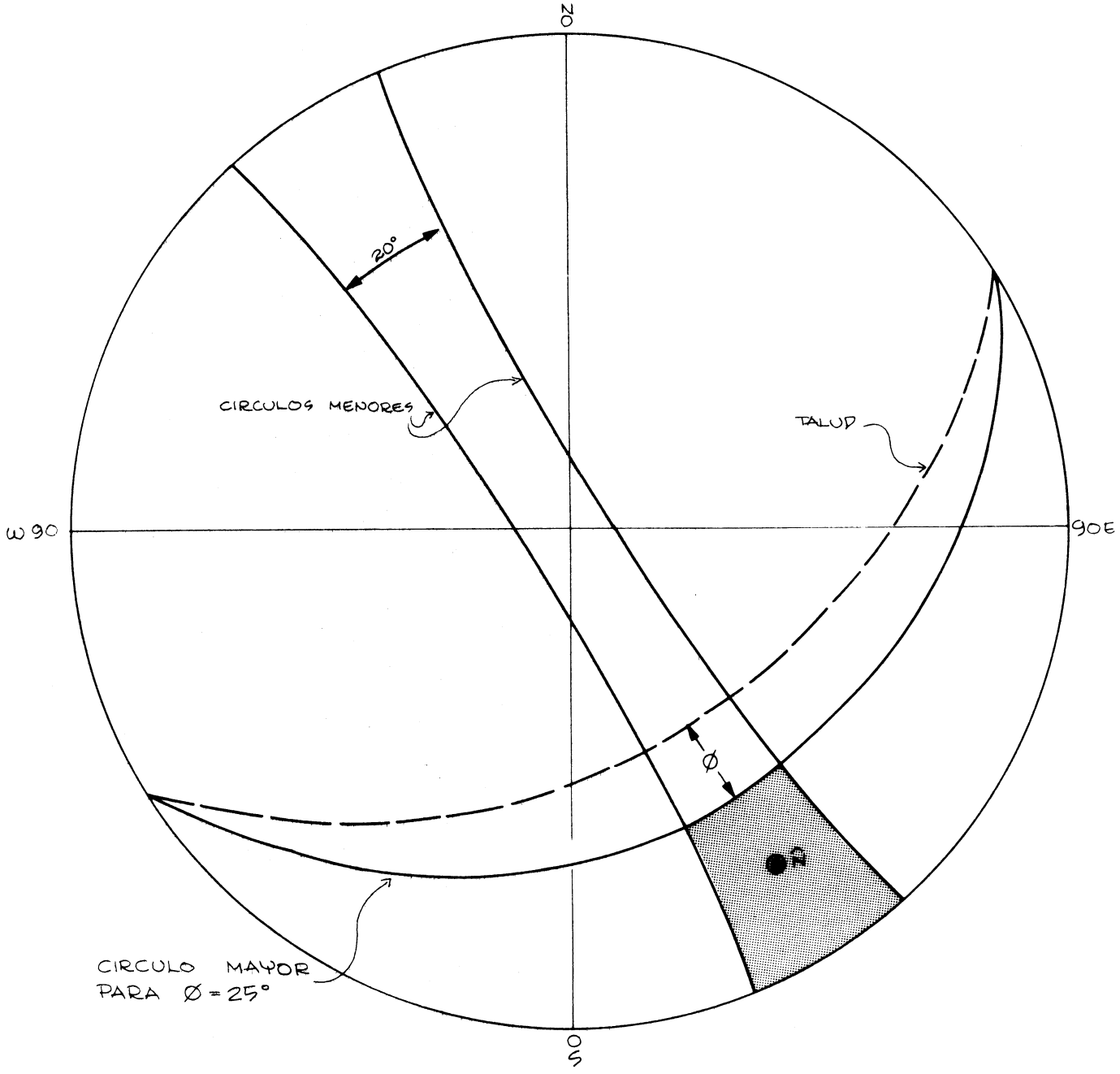
En base a la Figura 31 se puede concluir que:

a) El bloque de roca limitado por las cuatro direcciones de los planos P_N, P_T, P_1 y P_2 puede deslizar solamente si I_{12} cae entre I_{1t} e I_{1n} (o I_{2T} e I_{2N}).

b) Si el deslizamiento es posible, será del tipo cuneiforme o de cuña, si la dirección del movimiento es I_{12}; y será del tipo de "bloque" a lo largo del plano P_1, si la dirección es L_1.

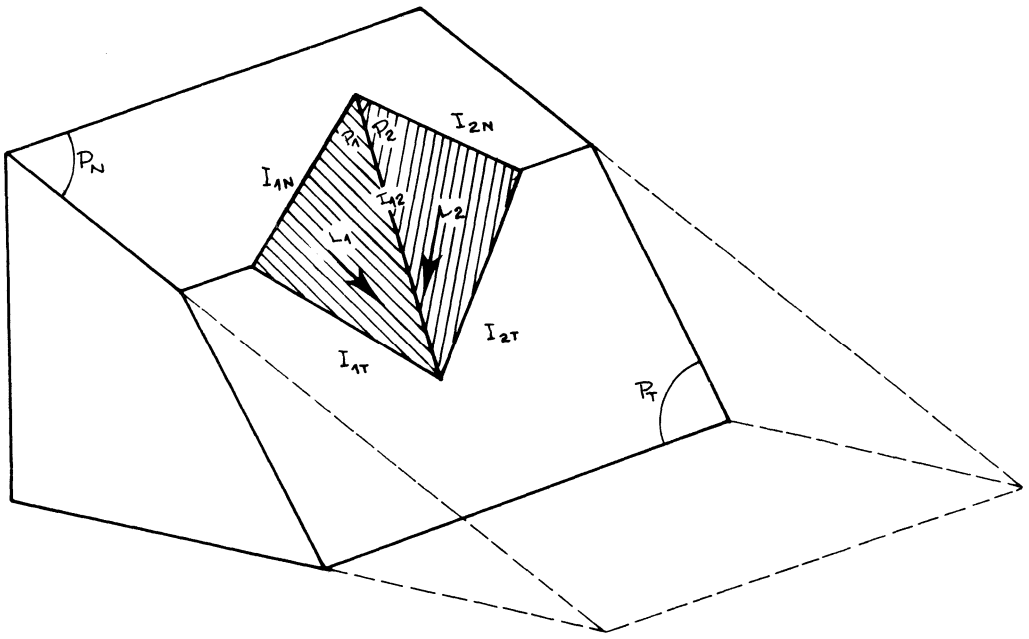
La observación de esta prueba en proyección estereográfica se muestra en las Figuras 32 y 33. Un deslizamiento de "bloque" puede ocurrir solo si L_1 cae entre I_{12} y M_1 (Figura 32). Si L_1 y L_2 no caen entre I_{12} y M_1, y entre I_{12} y M_2 respectivamente, solo es posible un deslizamiento de cuña (Figura 33). En las figuras citadas los planos P_N y P_T correspondientes al talud natural y el talud de corte tienen el mismo rumbo para más claridad en el dibujo, sin embargo, las conclusiones también son ciertas cuando este no es el caso.

Las pruebas cinemáticas explicadas son de gran utilidad para analizar un gran número de bloques de rocas, sin embargo, cuando se va a estudiar "bloques sencillos" de formas variadas es necesario incorporar otros requisitos cinemáticos.-



PRUEBA CINEMATICA PARA FALLAS DE VOLCAMIENTO

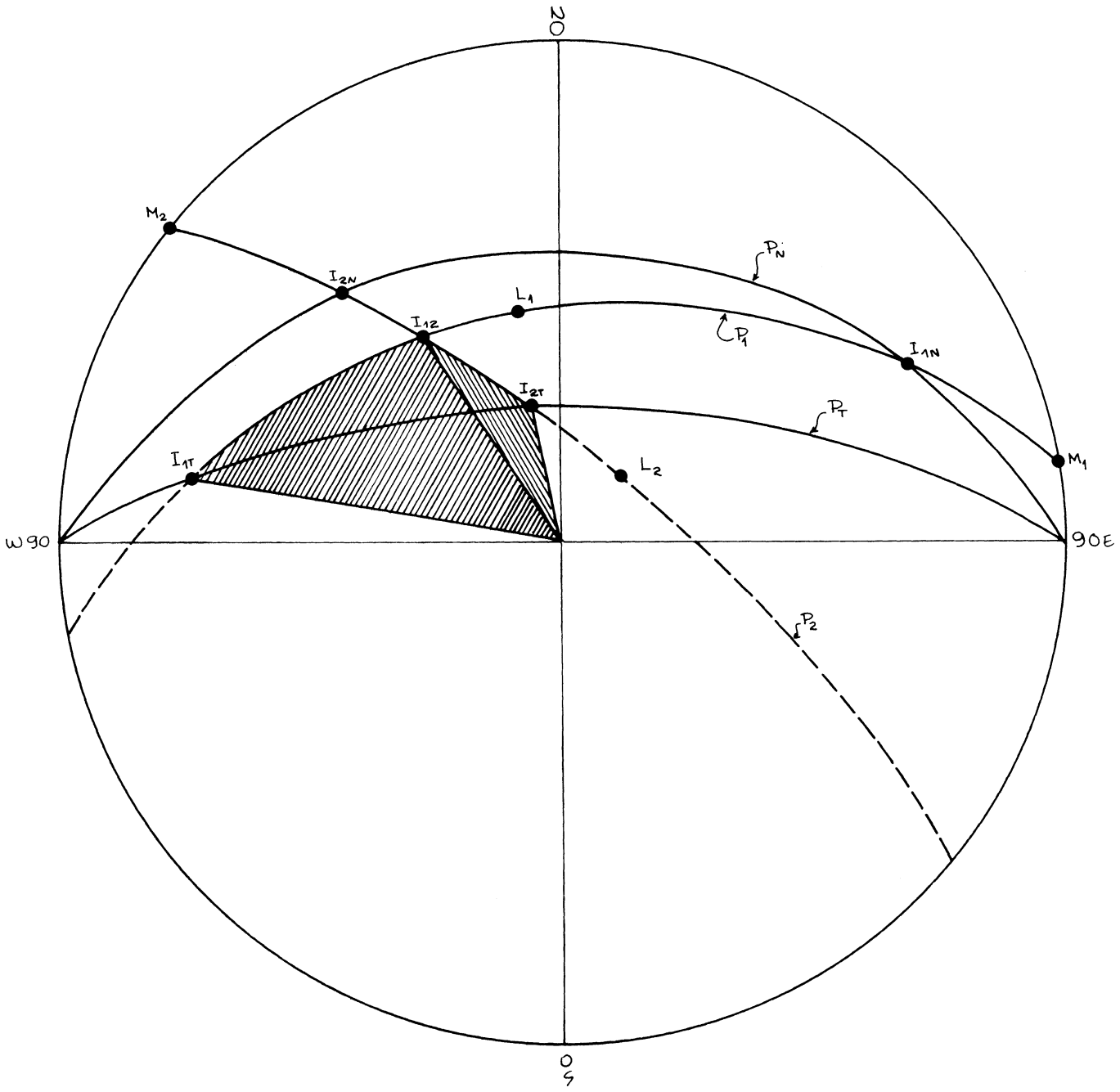
FIGURA 30



PRUEBA CINEMATICA DE PANET

BLOQUE LIMITADO POR LA DIRECCION DE PLANOS P_N, P_T, P_1 y P_2

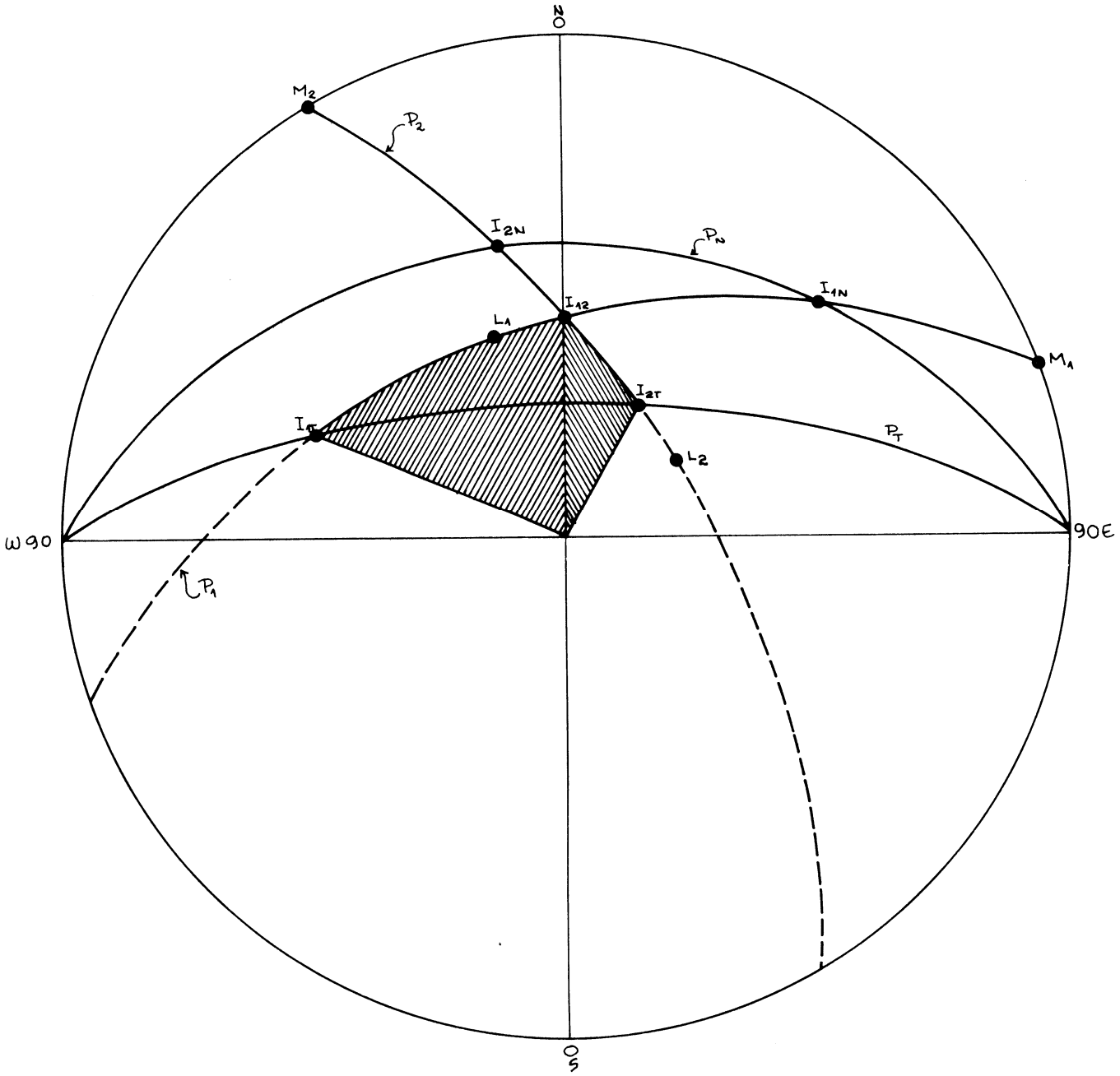
FIGURA 31



PRUEBA CINEMATICA DE PANET

CONDICIONES NECESARIAS PARA UN DESLIZAMIENTO DE BLOQUE

FIGURA 32



PRUEBA CINEMATICA DE PANET

CONDICIONES NECESARIAS PARA UN DESLIZAMIENTO CUNEIFORME

FIGURA 33

Estos casos pueden estudiarse en Goodman (9).

En base a lo expuesto se ha visto que los análisis cinemáticos pueden realizarse bien con el uso de la proyección estereográfica (Red de Wulff) o con la proyección equiareal (Red de Schmidt o Lambert), sin embargo, una de las limitaciones de la proyección estereográfica es que no se puede usar paralelamente con los diagramas de frecuencia de diaclasas (equiareales), como en el ejemplo de la Figura 25.

Finalmente, se quiere destacar que las pruebas cinemáticas se utilizan como enfoque de evaluación preliminar, de manera que en próximas etapas de análisis se concentren esfuerzos en el estudio detallado de las configuraciones que dichas pruebas revelaron como particularmente inestables.

.../...

CONCEPTO DEL CONO DE FRICCION

Este concepto fue desarrollado por Talobre (44) y constituye una valiosa herramienta para el análisis de estabilidad de taludes en macizos rocosos.

Considérese un bloque de peso W que descansa sobre un plano con pendiente Ψp. - (Véase Figura 34). La fuerza S está representada por $S = W \text{ sen } \Psi p$ y la fuerza normal N por $N = W \cos \Psi p$. Si la resistencia al corte de la superficie entre el bloque y el plano es debida solamente a fricción ($\phi \neq 0$, $c = 0$), la fuerza R_f que tiende a resistir el deslizamiento viene dada por $R_f = N \tan \phi = W \cos \Psi p \tan \phi$, donde ϕ es el ángulo de fricción.

Para que ocurra deslizamiento del bloque se requiere que $S > R_f$, es decir, $W \text{ sen } \Psi p > W \cos \Psi p \tan \phi$, resultando $\Psi p > \phi$.

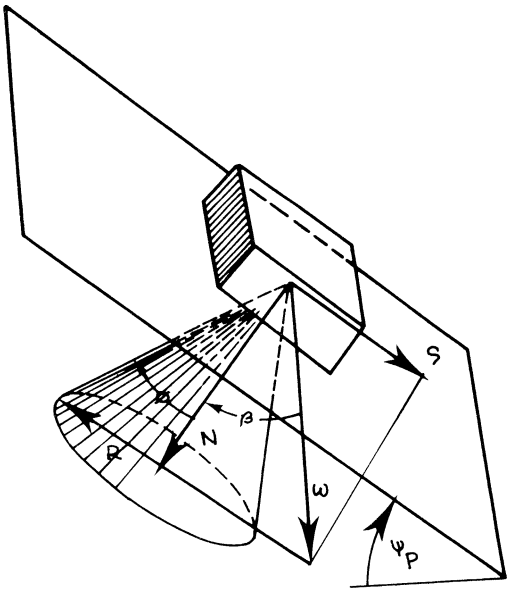
Si se asume que la resistencia a la fricción en la superficie es igual en todas las direcciones, se puede trazar un "cono de fricción" alrededor de la fuerza normal N, como se ve en la Figura 34, donde además se muestra la representación de dicho cono en el hemisferio inferior. En la Figura 34 es notable la condición de deslizamiento ($\Psi p > \phi$) ya que el vector W, cae fuera del cono de fricción.

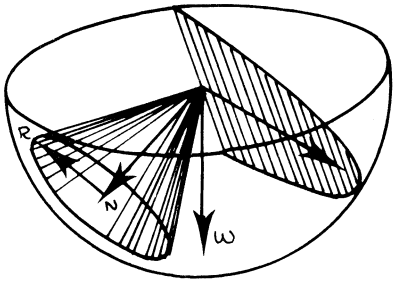
Ya definido este valioso concepto hay que tener mucho cuidado con que tipo de proyección se va a trabajar puesto que su construcción y apariencia es diferente en la proyección equiangular y en la proyección equiareal. Veamos este problema mediante ejemplos ilustrativos:

EJEMPLO N° 3

Trazar la proyección del cono de fricción ($\phi = 30°$) correspondiente a un plano que tiene un rumbo de N30E y un buzamiento de 60° al Norte.- Utilice red equiareal. (Red de Schmidt).

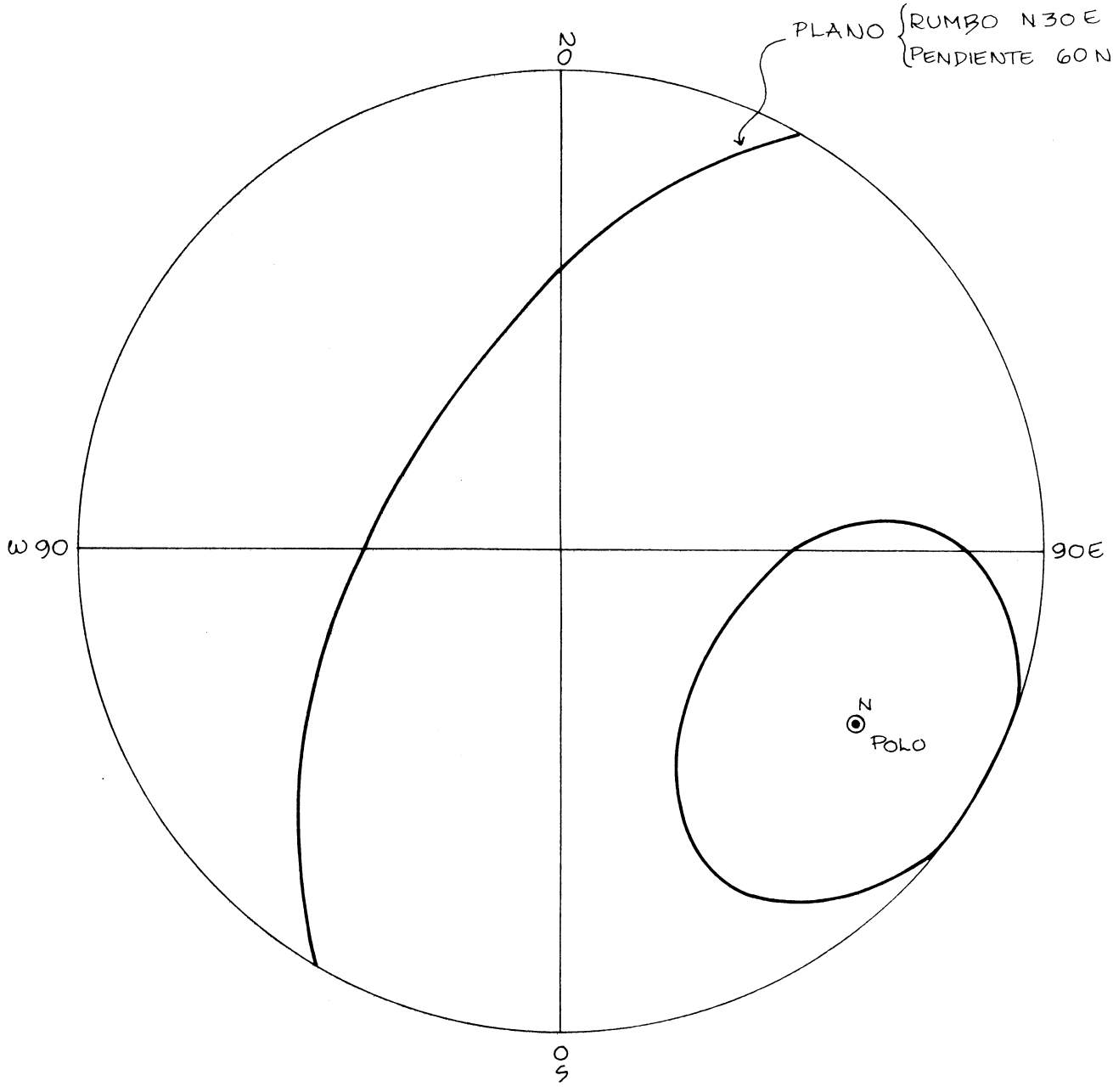
La Figura 35 muestra la apariencia del cono de fricción construído alrededor del polo (N). La proyección del cono, ha sido construída con el uso de la red equiareal, considerando diferentes círculos mayores arbitrarios que pasen por el po





BLOQUE DESLIZANDO SOBRE UN PLANO POR SU PROPIO PESO.- EL DESLIZAMIENTO OCURRE CUANDO $\psi_p > \phi$ O CUANDO EL VECTOR ω CAE FUERA DEL CONO DE FRICCION.

FIGURA 34



CONO DE FRICCION EN PROYECCION EQUIAREAL

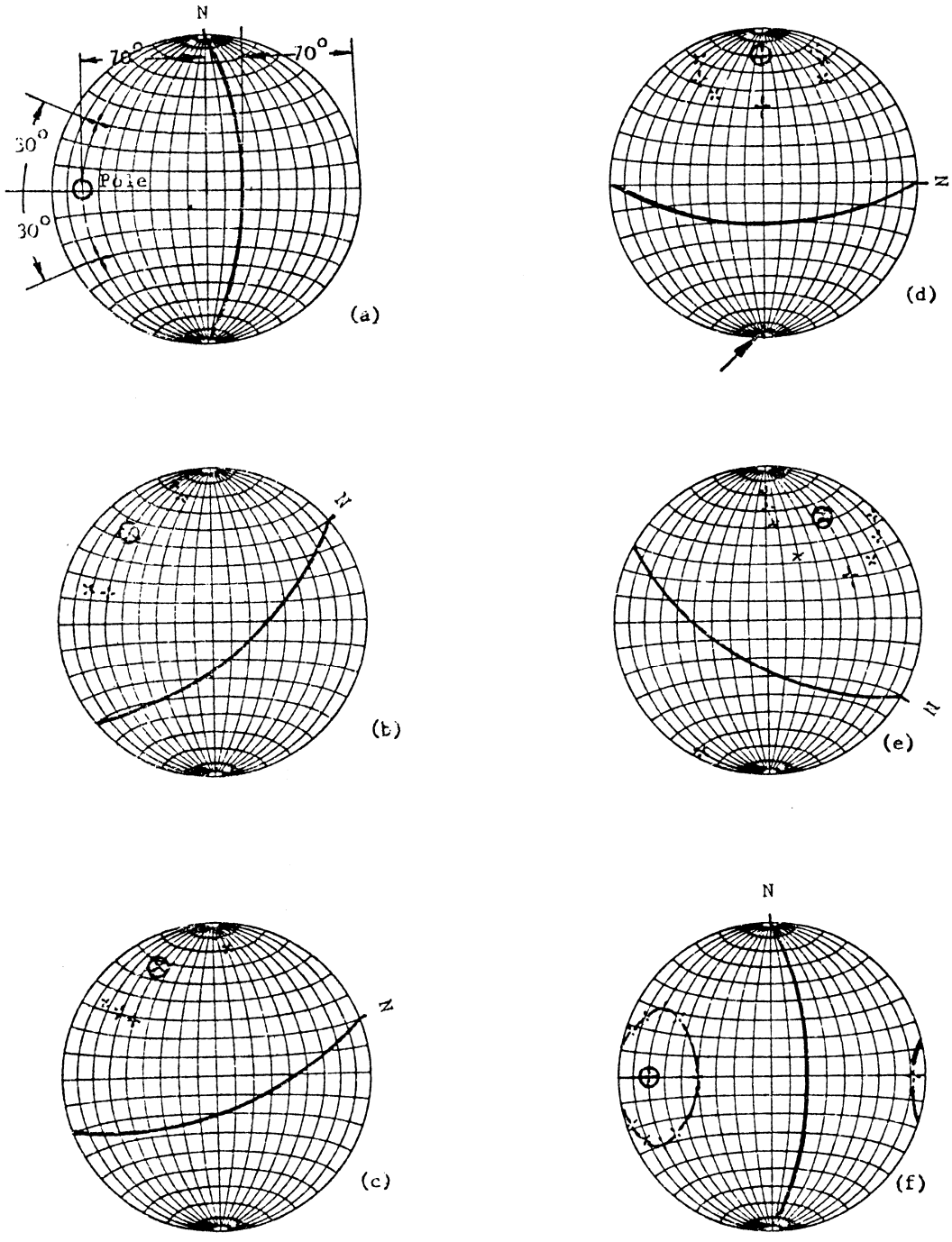
FIGURA 35

lo N y midiendo 30° desde el polo sobre el círculo mayor, en ambos sentidos. En la Figura 36 se muestra gráficamente como se construye la proyección del cono de fricción para un plano Norte-Sur y buzamiento de 70°Este. Es conveniente que se note la deformación del círculo de fricción en la proyección equiareal; esta deformación se hará menor a medida que el polo se acerque más al centro del hemisferio de referencia. Asimismo, nótese que el polo pudiera estar en una posición tal que parte de su proyección se salga del hemisferio. En este caso la información se representa en el otro extremo del hemisferio.

EJEMPLO N° 4

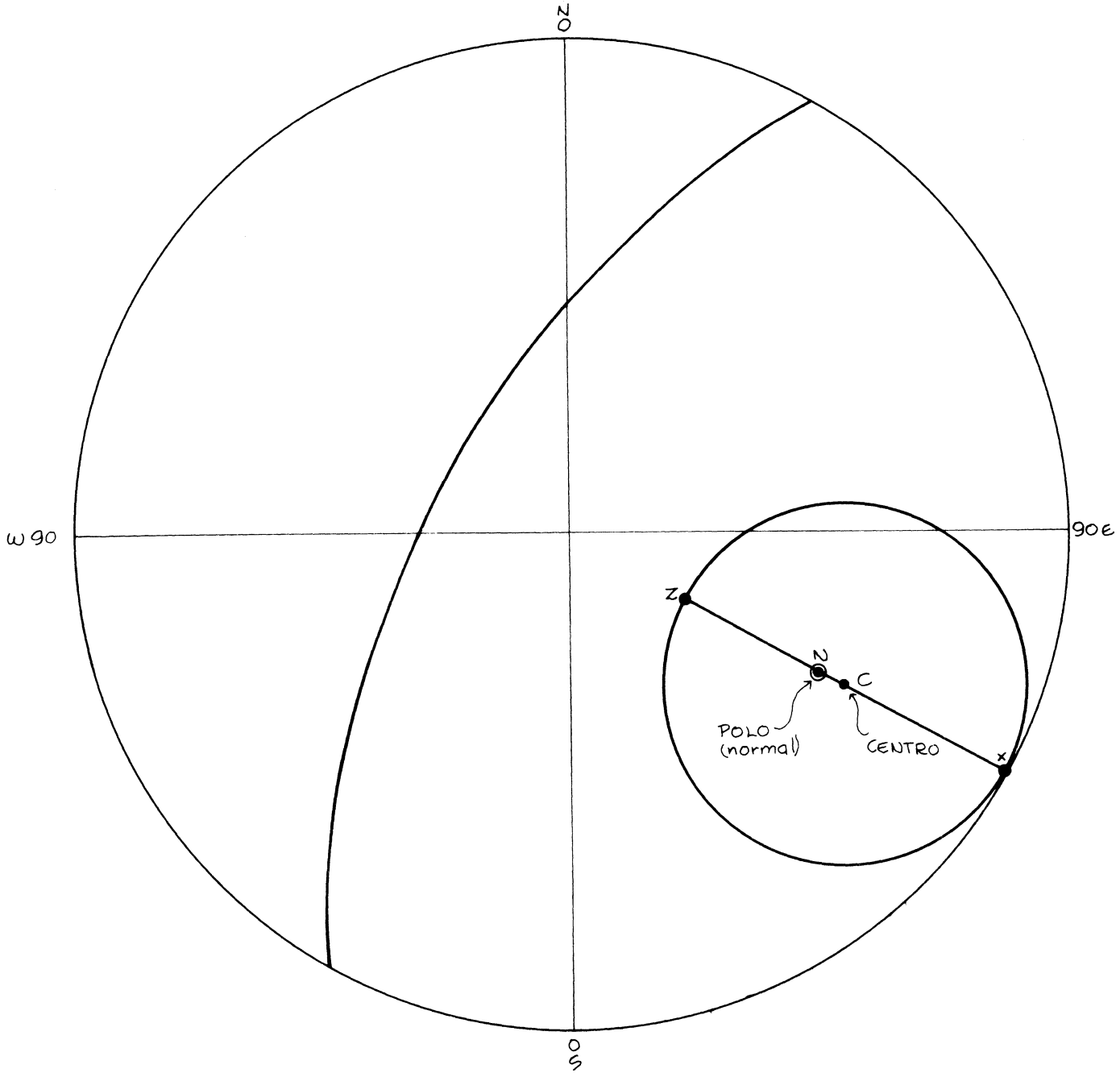
Considere los mismos datos del ejemplo 3, pero utilizando la proyección equiangular (Red de Wulff).- En la Figura 37 se muestra la proyección del cono de -- fricción; para obtenerlo se consiguen, primeramente, los puntos X y Z, a ϕ = 30° del punto definido por el polo N. Luego se bisecta la línea que une X y Z para conseguir el centro "c", trazando finalmente con un compás un círculo con centro en "c" y radio $\overline{C\text{-}X}$. En este caso hay que estar alerta de no cometer el error de colocar el centro del círculo en N, ya que en una proyección estereográfica el centro geométrico de un círculo menor, que representa un cono con su eje inclinado, se desplaza hacia los bordes en el hemisferio inferior de referencia. El hecho de que el cono se proyecta como un círculo estereográficamente es una de las ventajas de la proyección equiangular respecto a la equiareal.

.../...



CONSTRUCCION DEL CONO DE FRICCION EN PROYECCION EQUIAREAL (Hoek y Bray, 1974)

FIGURA 36



PROYECCION EQUIANGULAR CONO DE FRICCION

FIGURA 37

Laboratorio de Mecánica de Rocas. Universidad Central de Venezuela.

GEOMEC

BOLETIN DE DIVULGACION GEOTECNICA

TALUDES EN MACIZOS ROCOSOS

" METODOLOGIAS DE TRABAJO CON LAS PROYECCIONES HEMISFERICAS "

DANIEL SALCEDO

Nº 6

DICIEMBRE, 1981 caracas

Con este número de " GEOMEC ", publicamos una segunda parte extraída del trabajo del Ing. Daniel Salcedo R. (1978):

" EL USO DE LAS PROYECCIONES HEMISFERICAS COMO TECNICA DE PREDICCION Y ANALISIS DE PROBLEMAS RELATIVOS A ESTABILIDAD DE TALUDES EN MACIZOS ROCOSOS ".

Esta parte trata del aspecto central de la problemática relativa al análisis de la estabilidad de taludes en macizos rocosos, mediante el uso de las proyecciones hemisféricas.

Se ilustran en efecto, a traves de un trabajo de síntesis crítica y con ejemplos representativos, las principales metodologías de trabajo propuestas por diferentes autores tales como Klaus Jhon, Branthoover y Richards, Panet y Struillou, Goodman, Hoek y Bray, Londe Vigier y Varmeringer.

Hemos considerado además conveniente incluír también en este número, la bibliografía integral que acompañaba del trabajo original del Ingeniero Salcedo.

Este trabajo se concluía con dos capítulos de mucho interés práctico a saber: " Predicción de problemas de estabilidad " y " Aplicación de los métodos a las rocas metamórficas que constituyen las colinas alrededor de Caracas " y por lo tanto tenemos programado publicar en un próximo número su contenido, eventualmente integrado y complementado con algunos nuevos ejemplos de aplicación directa de la Técnica de las proyecciones hemisféricas al análisis de taludes en macizos rocosos.

TALUDES EN MACIZOS ROCOSOS

" METODOLOGIAS DE TRABAJO CON LAS PROYECCIONES HEMISFERICAS "

POR: DANIEL SALCEDO (*)

(*) Profesor de Geotecnia - Universidad Central de Venezuela

METODOLOGIAS DE TRABAJO Y EJEMPLOS

En este capítulo se realiza una descripción resumida de las metodologías propuestas por diferentes autores, resolviendo problemas que ayudan a su mejor entendimiento.

1. Metodología de Klaus John

El autor de esta metodología (Ref. 26 y 27), consciente de lo complejo que resulta la resolución de problemas de estabilidad de taludes rocosos por métodos convencionales de geometría analítica y de lo sofisticado de algunos métodos basados en análisis vectoriales, ha propuesto una técnica rápida y sencilla de gran utilidad para problemas geotécnicos prácticos.

Las limitaciones y condiciones de la metodología son las siguientes:

1) La roca intacta es suficientemente resistente y competente de manera que solo puede ocurrir fallamiento a lo largo de discontinuidades geológicas.

2) La resistencia al corte en las discontinuidades es solamente friccional.

3) Se pueden incorporar al análisis,fuerzas debidas a aceleraciones sísmicas en cualquier dirección, asumiendo un análisis pseudo-estático, donde dichas fuerzas son proporcionales a la gravedad.

4) Fuerzas debidas a presiones hidráulicas actuando en el macizo rocoso, pueden ser incluídas en el análisis, en proporción al peso del macizo rocoso.

5) Cualquier fuerza de retención, tales como anclajes, muros, bermas, también pueden ser incluídas en proporción al peso del macizo rocoso que va a ser soportado.

6) Uso de la proyección equiareal y hemisferio inferior de referencia.

De manera de entender el método de John se hará una descripción mediante un --

ejemplo ilustrado (Referencia 26).

EJEMPLO N° 5

Se trata de evaluar la estabilidad de un corte proyectado en una ladera natural, determinando el factor de seguridad bajo ciertas condiciones sísmicas:

Datos preliminares

Pendiente natural : 13°

Rumbo del corte : N 70 E

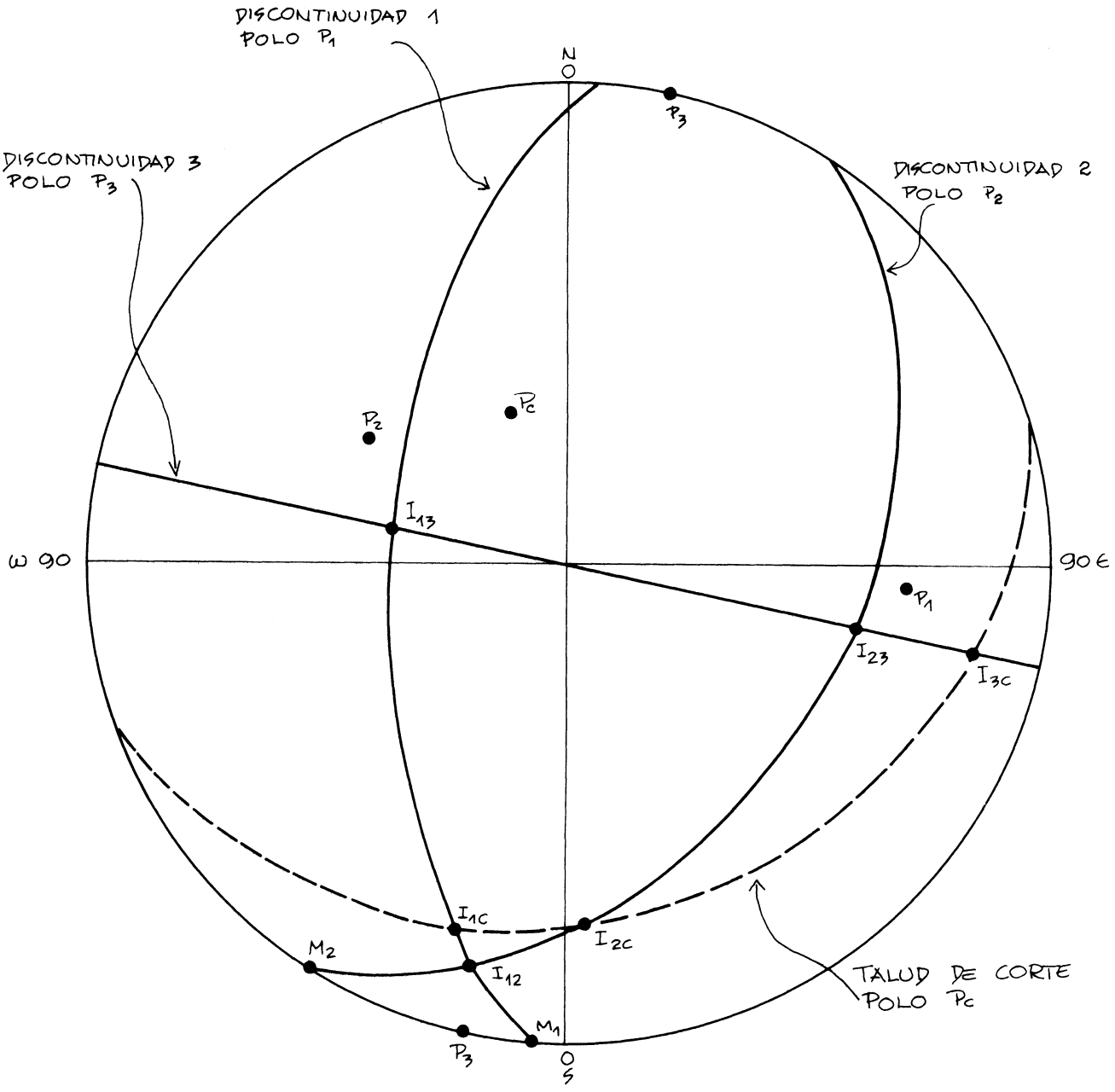
Talud de corte proyectado: 27° Sur

Datos geológicos provenientes de análisis estadísticos previos:

Discontinuidad	Rumbo	Buzamiento	Observaciones
P1	N 4E	60 NW	Predominante
P2	N32E	40 SE	Predominante
P3	N78W	Vertical	Esporádico

La Figura 38 presenta la proyección de los planos correspondientes a la orientación de las discontinuidades geológicas y sus respectivos polos (P). Asimismo, contiene el plano del talud de corte proyectado y las rectas de intersección entre planos, representada por la letra I. Esta configuración tridimensional es denominada por John como "modelo geotécnico" porque presenta un resúmen de las condiciones geológicas a ser consideradas y sirve de base para los análisis ingenieriles. Por lo tanto, la calidad de este modelo es decisiva para el estudio completo.

En base a este modelo se pueden emplear en la Figura 38, los análisis antes des



LOS PUNTOS I REPRESENTAN LA DIRECCION DE LINEA DE INTERSECCION DE DOS PLANOS INDICADOS POR LOS INDICES DE I

FIGURA 38

críticos, llegándose a las siguientes conclusiones:

a) Fallas de cuña solo pueden ser posibles en la dirección de I_{12}.

b) Una falla de "bloque" (planar o a lo largo de un solo plano) según P_2 solo es posible en la dirección desde M_2 hasta I_{12}. Nótese que aún cuando direcciones de deslizamientos desde I_{12} hasta I_{2C} parecen posibles por poseer el talud de corte una pendiente mayor, éstas no pueden ocurrir - porque la componente del buzamiento de P_2 en esas direcciones, se hace más tendida (ángulo menor) que la dirección de deslizamiento posible según I_{12}.

c) En base al mismo criterio anterior solo es posible que ocurran deslizamientos de bloque según P_1 en las direcciones definidas desde M_1 hasta I_{12}.

Siguiendo con el ejemplo se procederá al análisis de la posible falla cuneiforme según I_{12}. En esta etapa se necesita de los valores de fricción en los planos P_1 y P_2, los cuales deberán ser obtenidos mediante ensayos de corte en dichas discontinuidades.

Datos adicionales

Plano	Angulo de fricción Fs = 1	Angulo de fricción Fs = 1.2	Fs = 1.5
P1	34	29	24
P2	12	10	8

Los valores de ángulo de fricción para otros factores de seguridad distintos a 1, se encuentran de la relación:

$$Fs = \frac{\text{Tan } \phi}{\text{Tan } \phi r}$$

donde ϕ = es el ángulo de fricción disponible y ϕr el valor reducido para un factor de seguridad asumido.

Como otro dato adicional se requiere la fuerza sísmica. Esta se introduce como una fuerza de aceleración lateral, incorporada análogamente con el concepto del cono de fricción. En la proyección hemisférica, la dirección de fuerzas de gravedad vertical están representadas por el origen. Asumiendo una fuerza de aceleración S, proporcional al peso del bloque de forma tal que:

$$S = 0.2\ W$$

la aplicación de esta fuerza de gravedad en cualquier dirección da como resultado un cono alrededor del origen cuyo ángulo puede ser determinado por Tan ϕs = 0.2, o sea $\phi s = 11°$.

Con estos datos de fricción y fuerzas sísmicas adicionales, se construye la proyección de la Figura 39, de acuerdo a los siguientes pasos:

a) Para más claridad de trabajo dibujar otra proyección con la misma ubicación de los polos de los planos involucrados P_1 y P_2 y de la recta de intersección I_{12}.

b) El movimiento va a ser resistido por la resistencia friccional debida a las componentes normales de las fuerzas de gravedad que actúan en las discontinuidades. Las direcciones de las dos normales están dadas por -- los polos P_1 y P_2. Las resultantes de las fuerzas normales y las resistencias al corte están localizadas en planos definidos por la dirección de las fuerzas normales y la dirección posible del movimiento. Estos planos en la proyección hemisférica son círculos mayores que pasan por P_1 e I_{12} y por P_2 e I_{12}. Véase Figura 39.

c) Trazar el cono de fricción alrededor del origen que representa la carga activa sísmica.

d) Las direcciones posibles para los resultantes en cada uno de los planos,

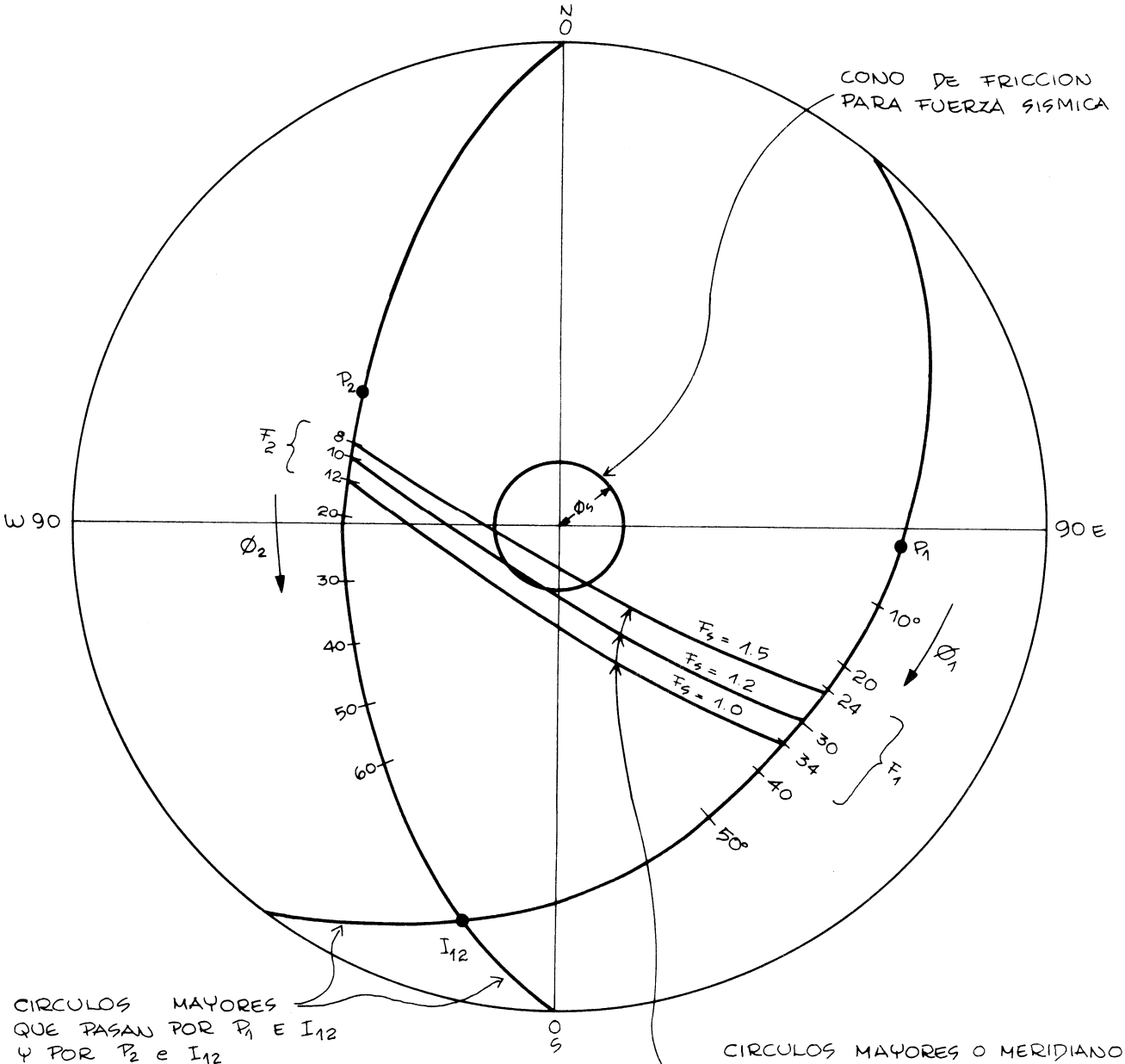

N
O
W 90
90 E
S
CONO DE FRICCION
PARA FUERZA SISMICA
P_2
P_1
I_{12}
F_2
8
10
12
20
30
40
50
60
ϕ_2
ϕ_s
$F_s = 1.5$
$F_s = 1.2$
$F_s = 1.0$
10°
20
24
30
34
40
50°
ϕ_1
F_1
CIRCULOS MAYORES
QUE PASAN POR P_1 E I_{12}
Y POR P_2 e I_{12}
CIRCULOS MAYORES O MERIDIANOS
A TRAVES DE VALORES DE
FRICCION F_1 y F_2 PARA
DIFERENTES FACTORES DE
SEGURIDAD

FIGURA 39

puede ser representada por conos de fricción alrededor del polo cuya dirección se indicó anteriormente. En este caso solo interesa conocer donde el cono de fricción corta a los círculos mayores P_1- I_{12} y P_2- I_{12}, por lo que no es necesario la construcción total del cono. Basta con señalar los ángulos respectivos a lo largo de los círculos mayores, comenzando en los polos y en dirección hacia I_{12}.

e) Luego, en base a los datos de ángulos de fricción para diferentes factores de seguridad, se procede a trazar los círculos mayores que unen los valores de fricción, definiendo los puntos denominados F_1 y F_2 en la Figura 39. Estos puntos representan la dirección de fuerzas resistentes al movimiento según la dirección de I_{12}, y los planos que unen los valores F_1 y F_2 definen los límites de estabilidad. En este sentido, cualquier fuerza activa que caiga en el plano que une ϕ = 34 y ϕ = 12, implica que el factor de seguridad es 1. Cualquier fuerza con direcciones localizadas debajo de este plano, hacia el centro de la proyección, resultarán en factores de seguridad mayores de 1. De la misma manera, fuerzas cuyas direcciones se proyectan fuera del círculo mayor de F_S = 1, producirán factores de seguridad menores que la unidad.

f) En la Figura 39 puede verse que el "cono sísmico de fricción" hace contacto con el plano límite correspondiente a un factor de seguridad igual a 1.2, siendo este valor la respuesta al problema planteado en el Ejemplo 5.

Si se estuvieran considerando solamente cargas debidas a la gravedad, se traza un plano vertical a través del centro de la proyección, interceptando en puntos equivalentes F_1 y F_2. En base a estos valores y a la relación $F_S = \frac{\tan \phi}{\tan \phi r}$ se pueden determinar los factores de seguridad para cada uno de los planos P_1 y P_2.

El ejemplo fué resuelto para el caso de deslizamiento de cuña, sin embargo, la metodología es aproximadamente la misma para el caso de deslizamientos de "bloque". En este caso, el movimiento es resistido solamente por la resistencia al corte en el plano considerado. Se seleccionará la dirección de movimiento de acuerdo a las pruebas cinemáticas, y se traza un círculo mayor que contenga ese

punto y el polo que pertenece al plano sobre el cual es posible el deslizamiento. La dirección de F, se establece en la misma forma indicada para el deslizamiento de cuña. Los límites de estabilidad en los casos de deslizamiento de blo que se definen por la dirección de F. Si esta línea coincide con la dirección de la fuerza activa, el factor de seguridad es igual a uno. Para cualquier caso donde un cono de fricción en el origen, representando las direcciones de posibles fuerzas activas, no toca la línea F, el factor de seguridad es mayor que 1. Si F cae dentro del cono de fricción, el factor de seguridad es menor que uno.

El método de John es realmente versátil y aún cuando no se ilustra en el ejemplo, para no extender demasiado el problema, una gran variedad de preguntas pue den ser contestadas tales como: ¿cual sería la dirección más crítica para una fuerza sísmica?, ¿que magnitud relativa deberían tener las fuerzas activas laterales para que puedan producirse deslizamientos del tipo "de bloque" y ¿cual sería la dirección más eficiente para colocación de un anclaje o cualquier fuer za de retención?.

.../...

2. Metodología de Branthoover y Richards

Esta metodología fue presentada por los autores en una conferencia especial de la American Society of Civil Engineers (ASCE) celebrada en Austin, Texas, en Junio de 1974 (Referencia 6).

Las condiciones son las mismas enunciadas para el Método de John siendo el procedimiento similar hasta la construcción del denominado modelo geotécnico y su evaluación cinemática. A partir de este modelo, difiere en el sentido que en lugar de utilizar un valor para el cono de fricción, se establece una curva que incluye todos los valores de fricción disponibles en cada discontinuidad, donde es posible deslizamiento. Esta curva se define como "curva de equilibrio" y representa la condición de equilibrio para un factor de seguridad igual a 1.0, bajo cargas de gravedad.

Siguiendo la forma de presentación seleccionada para este trabajo, a continuación se ilustra el método mediante un ejemplo práctico:

EJEMPLO N° 6: Dada la siguiente información geológica

	Rumbo	Buzamiento
Diaclasa 1	N15E	30 S
Diaclasa 2	N80E	26 S
Talud de corte	N35E	60 S

Se pide calcular las curvas de equilibrio para esta configuración, solamente bajo cargas debidas a gravedad.

En la Figura 40 se presenta la proyección hemisférica (equiareal) de los datos disponibles; luego, es necesario analizar el deslizamiento de borde según $I_{1,2}$ que representa la recta de intersección entre los planos de diaclasas. P_1 y P_2 son los polos de los planos D_1 y D_2.

El siguiente paso consiste en elaborar una proyección tal cual como se indicó

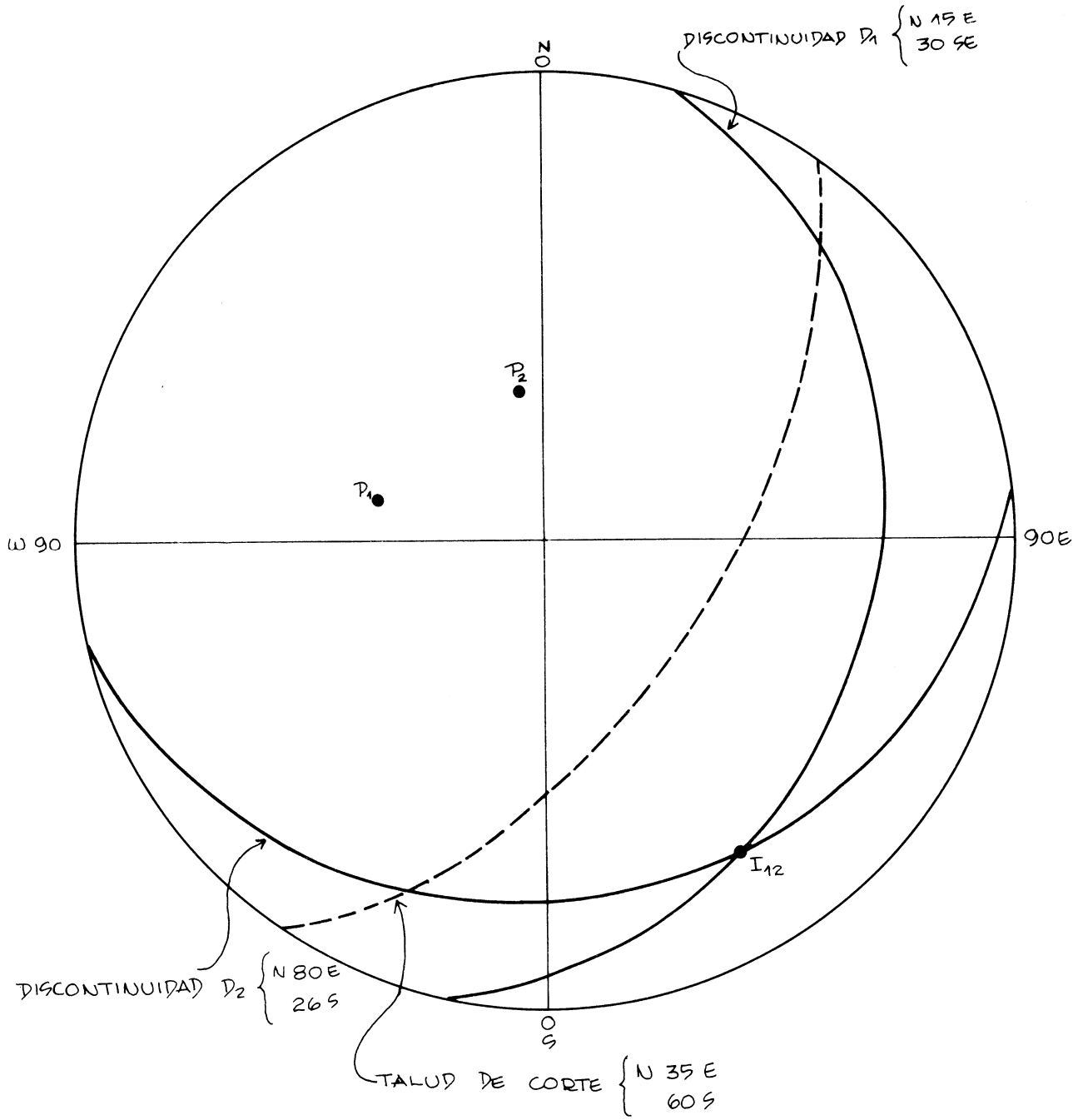

DISCONTINUIDAD D_1 { N 15 E 30 SE
N O
W 90
90 E
S
P_1
P_2
I_{12}
DISCONTINUIDAD D_2 { N 80 E 26 S
TALUD DE CORTE { N 35 E 60 S

FIGURA 40

para el método de John, donde se dibujan los círculos mayores que pasan por cada polo y por la recta de intersección I_{12}. Véase Figura 41. Asimismo, se trazan los ángulos correspondientes a la intersección de diferentes conos de fricción con cada uno de los círculos mayores. Es bueno recordar que tal como se indicó cuando se explicó el concepto del cono de fricción, la dirección de las -- fuerzas resistentes debidas a fricción está en los círculos mayores de los planos P_1 - I_{12} y P_2 - I_{12}. Por lo tanto, se puede trazar un plano vertical por el origen (una línea recta que representa la carga por gravedad) hasta intersectar a ambos lados los círculos mayores P_1 - I_{12} y P_2 - I_{12}. Véase Figura 41. Los valores F_1 y F_2 así obtenidos,representan una condición de equilibrio, es decir, un factor de seguridad igual a 1.0. Estos valores pueden ser representados gráficamente definiendo una "curva de equilibrio" como se indica en la Figura 42.- Seguidamente, otras curvas de equilibrio pueden ser obtenidas para diferentes factores de seguridad, mediante la aplicación de la fórmula

$$\tan \phi_1 = F.\ S.\ \tan \phi$$

donde: ϕ = ángulos de fricción con valores obtenidos de Figura 40 (FS= 1)

ϕ_1 = valores de ángulos de fricción para el F.S. asumido

FS = factor de seguridad

En la Figura 42 se muestra una tabla con los valores calculados y la representación de curvas para factores de seguridad de 1.0, 1.2 y 1.5.

Una vez obtenidas las curvas de equilibrio, se pueden hacer las siguientes consideraciones:

a) Cualquier combinación de valores de ángulos de fricción que caiga en, o por debajo, de la curva de equilibrio de FS = 1.2, se considera inestable. En este caso como ejemplo hemos definido FS = 1.2 como el valor aceptable de factor de seguridad, sin embargo, dependiendo del tipo de talud, obras vecinas, riesgos, etc, el factor de seguridad deberá seleccionarse a juicio del ingeniero o géologo.

b) Se puede comparar, por ejemplo, el ángulo de fricción requerido para --

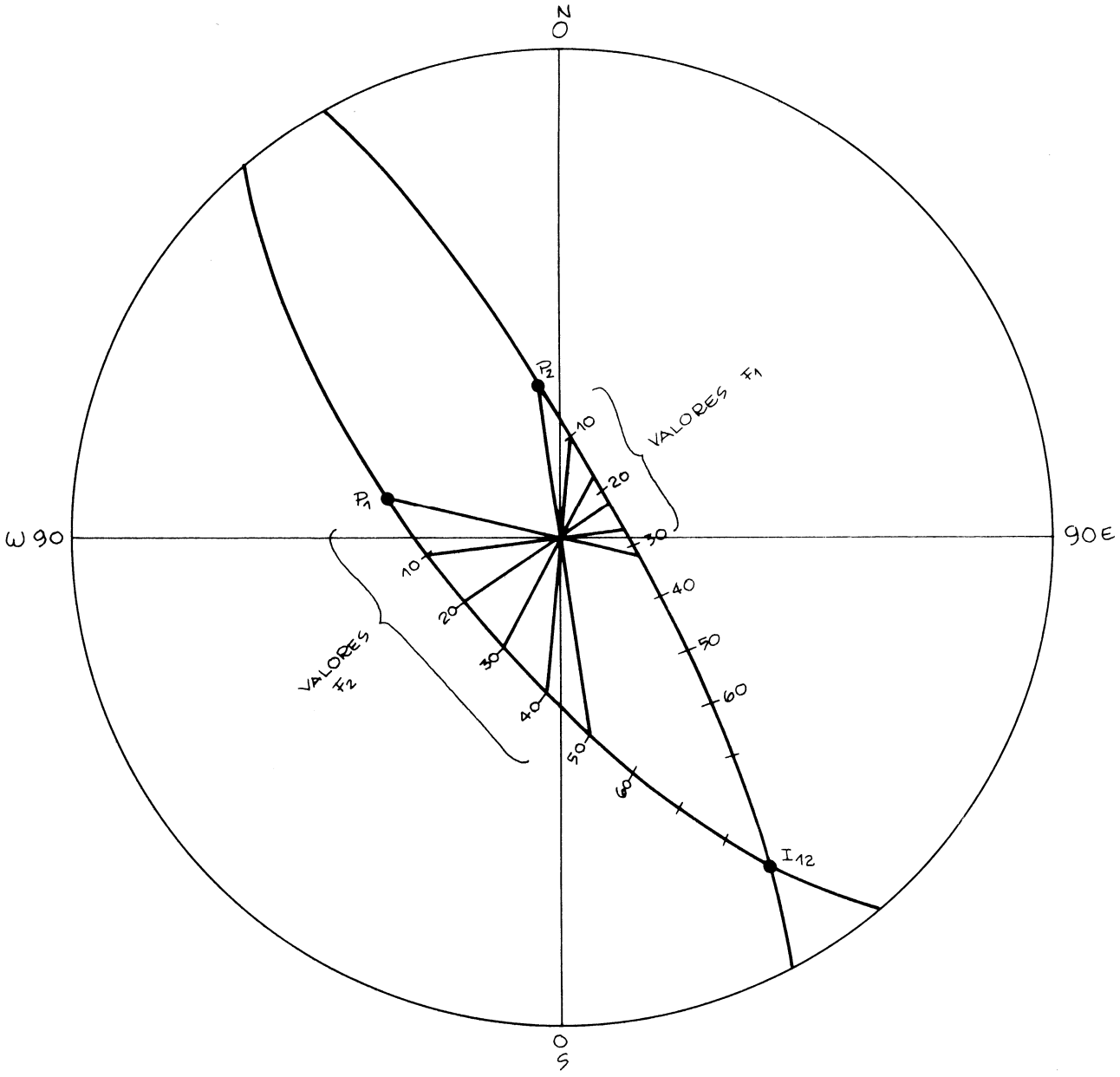

N
O
90E
S
P2
P1
I12
VALORES F1
VALORES F2
10
20
30
40
50
60
10
20
30
40
50
60

FIGURA 41

equilibrio en un plano, con aquel necesario para esa condición en cualquier punto del otro plano.

c) Si las observaciones de campo conducen a estimar que ambos planos tienen las mismas características friccionales, se puede obtener este valor de la curva para FS = 1. Véase Figura 42. Este valor puede ser comparado -- con los valores reales de fricción que se obtendrán de ensayos posteriores. Para el ejemplo en consideración resulta $\phi = 23.5°$.

d) Los autores han propuesto además, el uso del concepto de probabilidad de falla publicada por Lundquist y Heins (30).

e) Después de la evaluación de las curvas de equilibrio, la información resultante puede conducir a una decisión respecto a la estabilidad del talud sin ensayos adicionales. Si en esta etapa existen dudas, o la evaluación indica inestabilidad, es necesario la realización de ensayos de laboratorio para obtención de parámetros de corte y comparar estos resultados con las curvas de equilibrio. En la Figura 43 se presenta un diagrama de flujo de la metodología indicada.

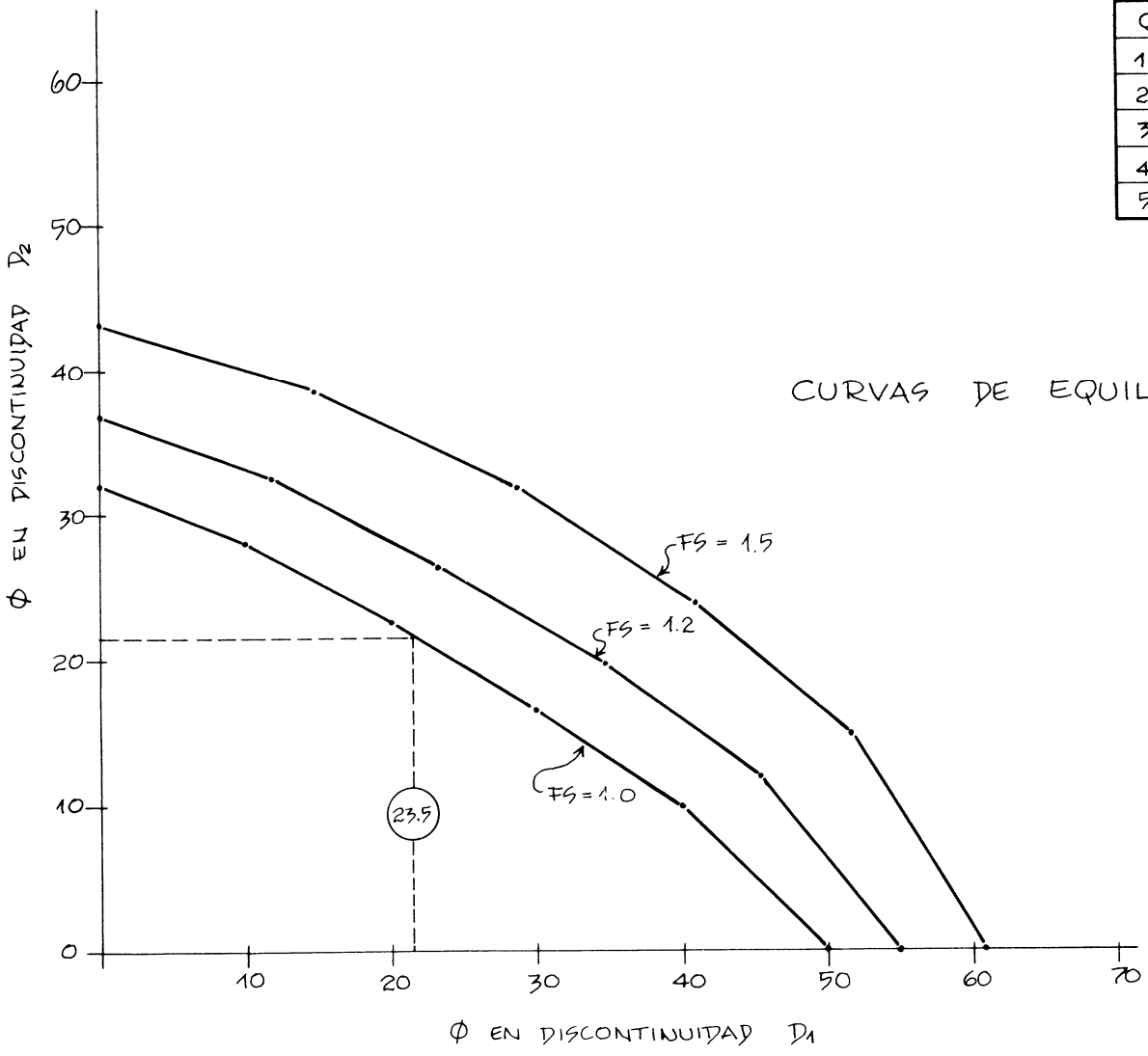
A continuación se describen otros dos detalles no cubiertos en el ejemplo, pero de gran utilidad para comprender este tipo de análisis:

f) En aquellos casos en los cuales la configuración del modelo geotécnico - es tal que los círculos mayores representados en la Figura 41, caen en un solo lado del origen de la proyección hemisférica, es imposible construir las curvas de equilibrio.

Estas intersecciones deslizan predominantemente en un plano (planos de bloque) y por lo tanto, pueden ser analizadas bien mediante el método de John o en forma analítica de acuerdo a la metodología de Hoek y Bray, indicada en este trabajo. Cualquier otro método de análisis de bloques puede ser utilizado, estableciendo que valor de fricción se necesita para - condiciones de equilibrio.

g) Para los casos de fuerzas externas (presiones de poro, carga sísmica) estas se representan proporcionalmente a la gravedad con un círculo, en cu

FS = 1.0		FS = 1.2		F
ϕD_1	ϕD_2	ϕD_1	ϕD_2	ϕ
0	32	0	36.9	0
10	28	11.9	32.5	14
20	22.5	23.4	26.4	28
30	16.5	34.7	19.6	40
40	10	45.2	11.9	5
50	0	55.0	0	6



EVALUACION DE LA ESTABILIDAD DE UN TALUD EN ROCA

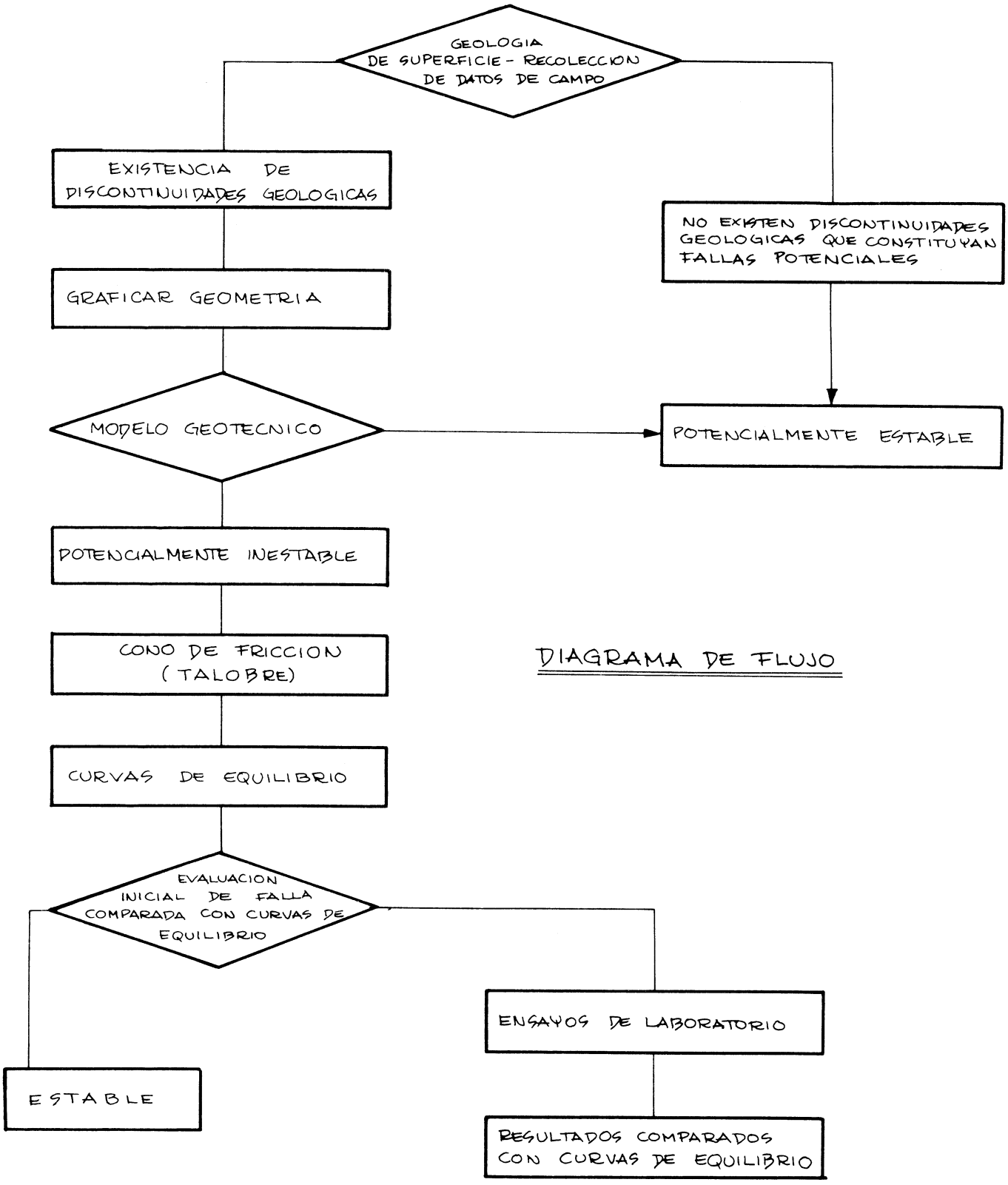


DIAGRAMA DE FLUJO

FIGURA 43

yo caso, las curvas de equilibrio se construyen tangentes al círculo y no a través del centro de la proyección hemisférica como se hizo en la Figura 41.

3. Metodología de Panet y Struillou

Esta metodología ha sido utilizada por los autores para evaluaciones de estabilidad de taludes en roca en proyectos de vialidad. Fué presentada en el Segundo Congreso Internacional de Mecánica de Rocas, celebrado en Belgrado en 1970. (Referencia 32).

Al igual que el método propuesto por Branthoover y Richards, presenta "curvas de equilibrio" que se transforman en rectas si se representan en escala logarítmica. Panet y Struillou combinan un enfoque analítico con la proyección estereográfica. Las características del método permiten utilizar la proyección equiareal o la estereográfica, indistintamente.

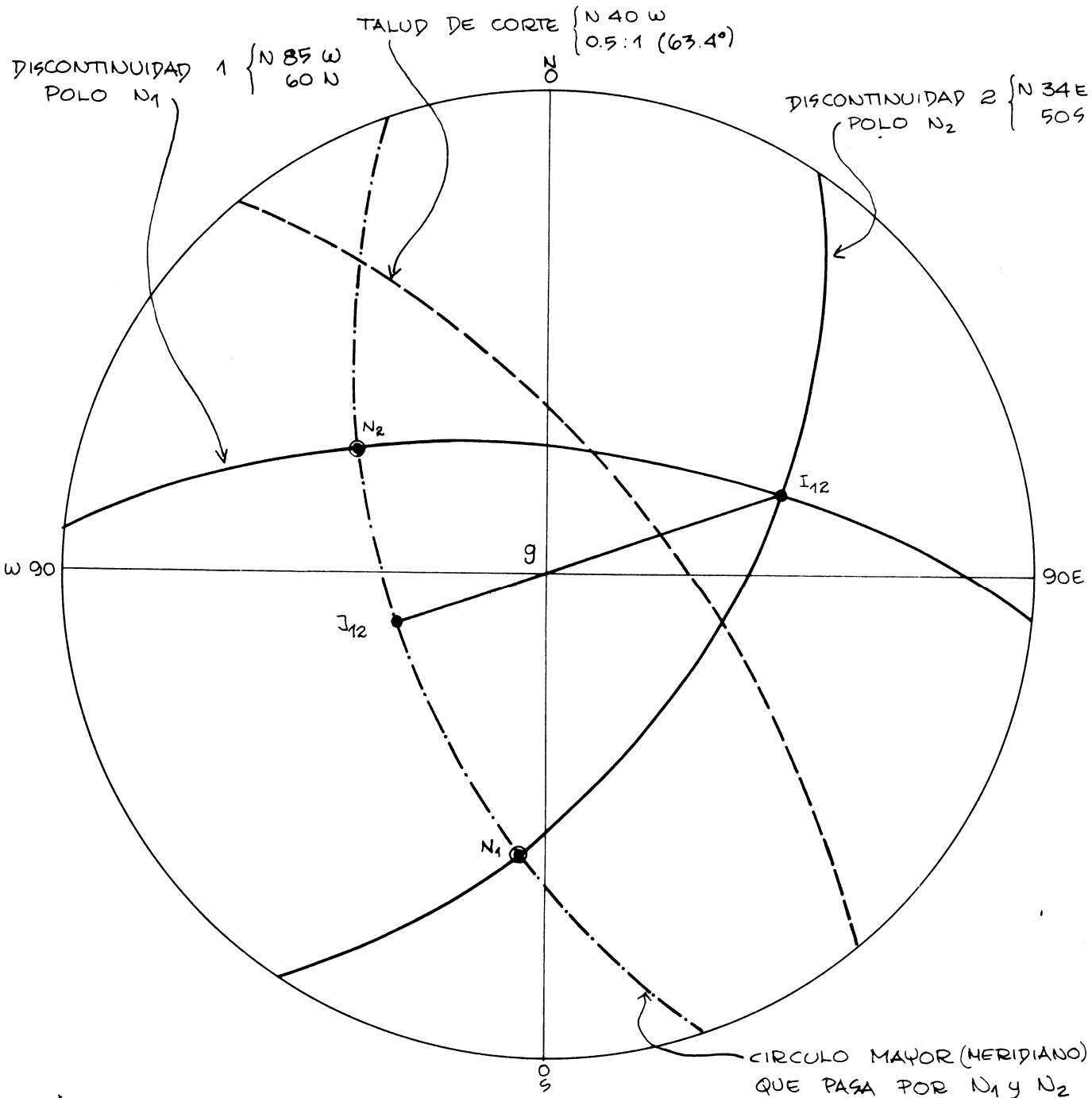
EJEMPLO N° 7

	Rumbo	Buzamiento
Discontinuidad 1	N85W	60 N
Discontinuidad 2	N43E	50 S
Talud de corte	N40W	0.5:1 (H:V)

En la Figura 44 se muestra la proyección estereográfica de esos planos, notándose la posibilidad de deslizamiento según I_{12} para la cual se construirá el diagrama de estabilidad ("curvas de equilibrio").

La teoría del método es la siguiente:

a) En un análisis de no-cohesión, para que un bloque sea estable es necesario que su pendiente α_1 sea menor que el ángulo de fricción ϕ.- Luego el factor de seguridad puede ser definido por:



ANGULOS MEDIDOS CON LA RED DE WULFF:

$g, I_{12} = 55°$ $N_1, J_{12} = 52°$

$N_2 J_{12} = 38°$ $N_1, N_2 = 90°$

FIGURA 44

$$FS = \frac{\tan \phi_1}{\tan \alpha_1}$$

b) Como el deslizamiento es de cuña y contiene dos planos que se mueven en la dirección de I_{12}, la fuerza motriz es proporcional a la aceleración de la gravedad según I_{12}, o sea:

$$\text{fuerza motriz o activante} = g(\cos g, I_{12})$$

c) Las fuerzas resistentes movilizadas por la fricción en los planos P_1 y P_2 serán respectivamente:

$$g \text{ sen } (g, I_{12}) \frac{\text{sen } (N_2, J_{12})}{\text{sen } (N_1, N_2)} \tan \phi_1$$

y

$$g \text{ sen } (g, I_{12}) \frac{\text{sen } (N_1, J_{12})}{\text{sen } (N_1, N_2)} \tan \phi_2$$

d) Combinando estas ecuaciones resulta que:

$$F.S. = \frac{\tan (g, I_{12})}{\text{sen } (N_1, N_2)} \left[\text{sen } (N_2, J_{12}) \tan \phi_1 + \text{sen } (N_1, J_{12}) \tan \phi_2 \right]$$

N_1 y N_2 son las normales (polos) en los planos P_1 y P_2, y

J_{12} se encuentra como se indica en la Figura 44

Luego los ángulos (g, I_{12}), (N_1, N_2), (N_1, J_{12}) y (N_2, J_{12}) pueden ser medidos directamente con la red equiangular en la Figura 44.

Para el ejemplo considerado resultan los siguientes valores:

$(N_1, J_{12}) = 52^\circ$ $\qquad$ $(N_2, J_{12}) = 38^\circ$

$(N_1, N_2) = 90^\circ$ $\qquad$ $(g, I_{12}) = 55^\circ$

Sustituyendo en la fórmula general del factor de seguridad, resulta la siguiente ecuación:

$$FS = 0.88 \tan \phi_1 + 1.13 \tan \phi_2$$

donde ϕ_1 y ϕ_2 son los ángulos de fricción en las discontinuidades 1 y 2, respectivamente.

Para un factor de seguridad especificado y variando los valores de ϕ, se consigue el diagrama de estabilidad de la Figura 45, donde se han representado gráficamente rectas para factores de seguridad igual a 1.0 y 1.2.

Las mismas consideraciones indicadas para las etapas posteriores a las curvas de equilibrio de Branthoover y Richards, son válidas para la interpretación y estudio de la Figura 45.

.../...

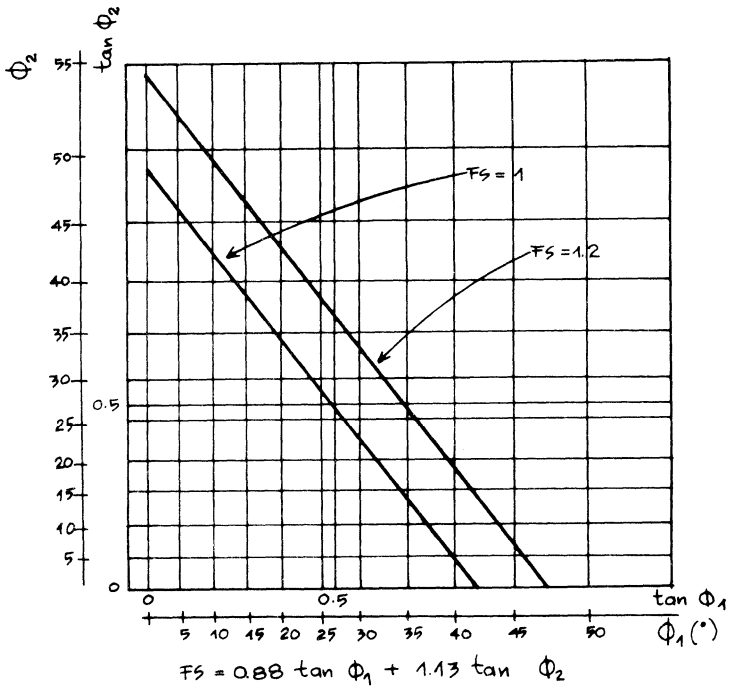


DIAGRAMA DE ESTABILIDAD
(PANET Y STRUILLOV, 1970)

FIGURA 45

.4. Metodología de Goodman

Richard Goodman, profesor de la Universidad de California en Berkeley ha publicado una serie de artículos con el uso de las proyecciones hemisféricas; la mayoría de sus investigaciones y logros en este ramo se encuentran en su reciente libro "Methods of Geological Engineering in Discontinuous Rocks".(9).

Para realizar una explicación muy resumida de sus enfoques, se presentan a continuación descripciones de sus ejemplos, uno para el caso de falla planar (de bloques) y otro para falla cuneiforme, utilizando en todos los casos la red de Wulff (proyección equiangular).

.4.1. Análisis de falla planar

Antes de enunciar el ejemplo se define la nomenclatura utilizada para los análisis con vectores. Si $\vec{F_1}$ es una fuerza específica actuando en el bloque, de magnitud $|F_1|$ y dirección $\hat{f}_1$, esto se expresa como

$$F_1 = |F_1| \, \hat{f}_1$$

La resultante de dos fuerzas en la proyección se consigue de la forma siguiente:

sea $\vec{F_1}$ = 20 Ton, una fuerza con rumbo N50E e inclinación 30N

y $\vec{F_2}$ = 30 Ton, una fuerza con rumbo N55W e inclinación 40N

En la Figura 46 se representan las direcciones de $\vec{F_1}$ y $\vec{F_2}$ indicada por los puntos $\hat{f}_1$ y $\hat{f}_2$. Si buscamos un plano común a las dos fuerzas, con la regla del paralelogramo, se puede encontrar la resultante.- La red de Wulff nos permite encontrar el plano común (un círculo mayor que pase por $\hat{f}_1$ y $\hat{f}_2$) y medir los ángulos entre ellos. En la Figura 46 puede verse que el ángulo entre $\hat{f}_1$ y $\hat{f}_2$ resulta de 60°, luego haciendo un diagrama por separado, se consigue la dirección $\hat{r}$ de la resultante $\vec{R}$, la cual en este caso resulta de 36° desde $\hat{f}_1$. De esta manera se pueden proyectar, por repetición de este procedimiento, la di

$\vec{F}_1$ = 20 ton { RUMBO N50E ; INCLINACION 30°N

$\vec{F}_2$ = 30 ton { RUMBO N55W ; INCLINACION 40°N

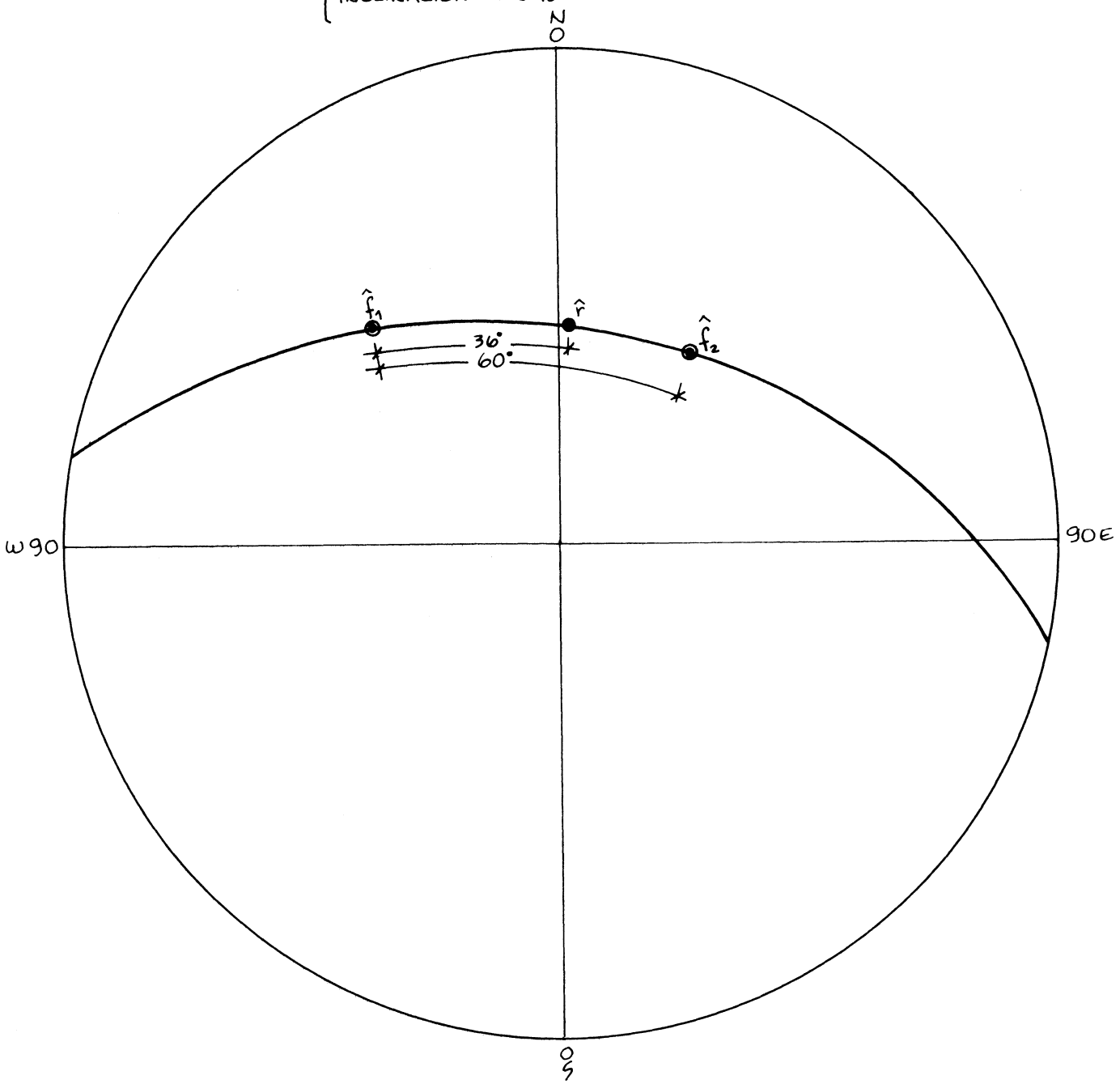


FIGURA 46

rección de la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre un bloque. Si la dirección $\hat{r}$ de la resultante $\vec{R}$ cae dentro del círculo de fricción, el bloque se mantendría en reposo, de lo contrario, es inestable.

Las fuerzas que intervendrían en cálculos de estabilidad son el peso propio del bloque, cargas transmitidas por bloques adyacentes, fuerzas hidrostáticas, fuerzas por terremotos u otras cargas dinámicas y fuerzas de soporte.

El peso se representa gráficamente en el centro de la proyección:

$$\vec{W} = |W| \ \hat{w}$$

La carga de un bloque adyacente, contiene una fuerza normal $(\vec{F_N})$ paralela a la normal del plano o cara común, y una fuerza de corte $(\vec{F_T})$, paralela al sentido del movimiento en esa cara.

Las fuerzas debidas a agua $(\vec{U_1})$ en un plano con normal $\hat{n}_1$, actúa en dirección $-\hat{n}_1$. Si $\underline{A}$ es el área del plano 1 en la base del bloque, la fuerza debida a agua $(\vec{U_1})$ está relacionada con la presión de agua promedio $\vec{u_1}$ por:

$$\vec{U_1} = |\vec{U_1}|(-\hat{n}_1) = \vec{u_1} \ A \ (-\hat{n}_1)$$

Una fuerza debida a sismo puede ser tratada como una fuerza pseudo-estática con una aceleración constante $\vec{a} = Kg$. La fuerza de inercia será:

$$\vec{F_I} = \vec{Kg} \ \frac{W}{g} = \vec{K} \ |\vec{W}|$$

$\vec{K}$ tiene una magnitud bidimensional y dirección opuesta a la aceleración del sismo. Debido a que esa dirección normalmente no es conocida, se selecciona aquella que se considere más crítica.

La acción de soportes activos (anclajes, muros) vendrá expresada por:

$$\vec{B} = |B| \hat{b}$$

La mejor dirección b se encuentra buscando la más económica de las soluciones seleccionadas por tanteo y error.

EJEMPLO N° 8

Se va a analizar el deslizamiento sobre una discontinuidad que tiene un rumbo N40W y buzamiento de 30° al Sur; se conoce que el ángulo de fricción es de 45° y el bloque que está en situación potencial de deslizamiento pesa 10.000 toneladas.

1) ¿Cuál es el factor de seguridad del bloque, considerando un deslizamiento bajo su propio peso?

El factor de seguridad será:

$$FS = \frac{\tan \phi \text{ disponible}}{\tan \phi \text{ requerido}}$$

ϕ disponible = ángulo de fricción en la discontinuidad

ϕ requerido = ángulo de fricción correspondiente a ciertas condiciones de equilibrio bajo un sistema de fuerzas; corresponde al ángulo de fricción que produce un círculo de fricción que pase por la resultante.

En este ejemplo:

$$FS = \frac{\tan 45°}{\tan 30°} = 1.73$$

En la Figura 47 se ha representado la normal $\hat{n}$ al plano de discontinuidad, asi como el círculo de fricción correspondiente a $\phi = 45°$, de acuerdo a las técnicas descritas cuando se introdujo al concepto del cono de fricción. Nótese en la Figura 47 que para que $\hat{w}$ (centro de la proyección) toque un círculo de fricción,

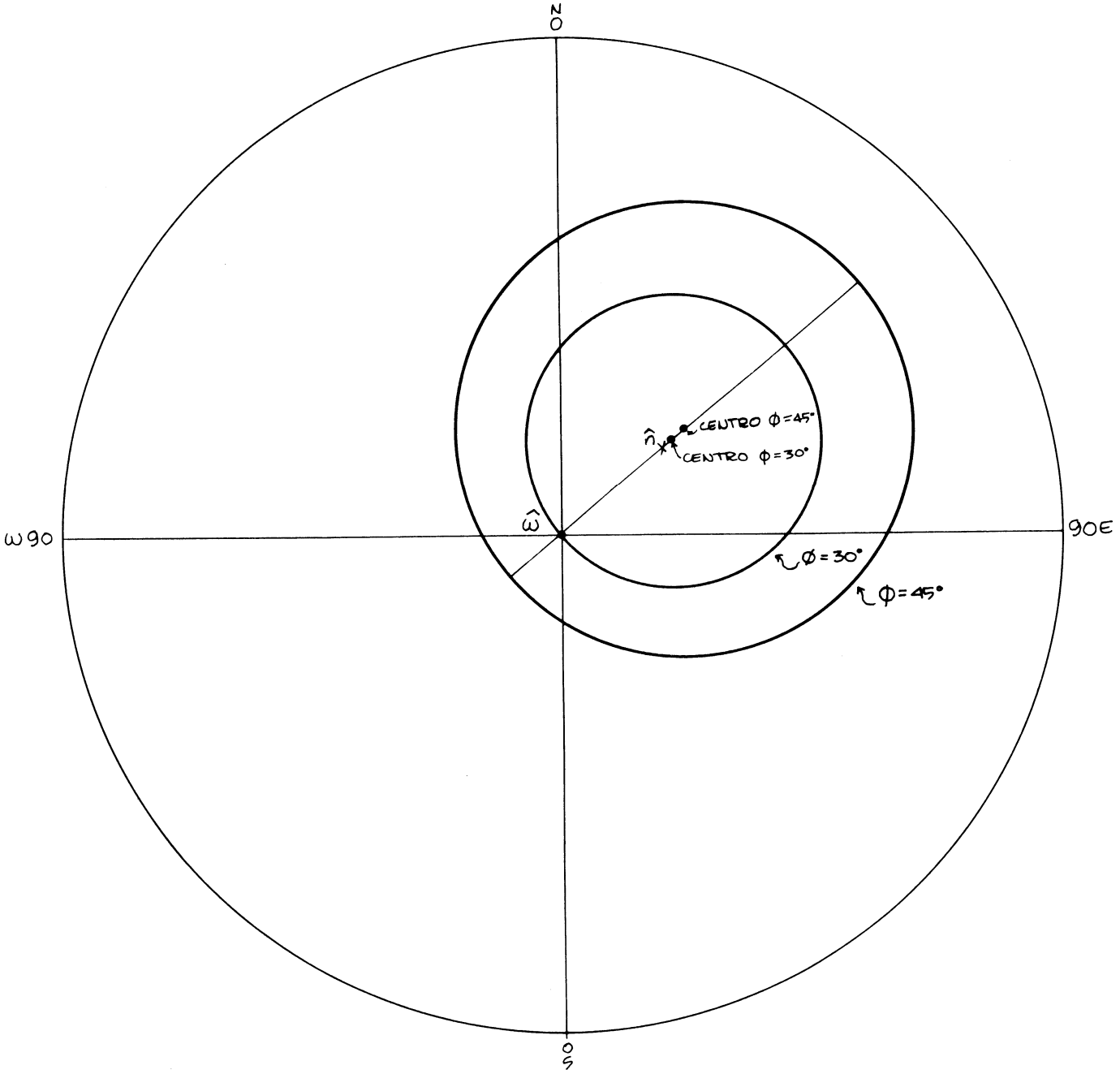

N
O
ω 90
90E
S
$\hat{\omega}$
$\hat{n}$
CENTRO $\phi = 45°$
CENTRO $\phi = 30°$
$\phi = 30°$
$\phi = 45°$

FIGURA 47

es necesario que ϕ requerido = 30°.

2) ¿Qué fuerza de anclaje $\vec{B}$ debe ser utilizada para aumentar el factor de seguridad a 2.5?

Si FS = 2.5 → ϕ requerido = 22°

El círculo de fricción para ϕ = 22° se ha dibujado en otra figura para visualizar más claramente el problema. Véase Figura 48.

Como $\vec{W}$ es vertical, un plano común a cualquier vector $\vec{B}$ y $\vec{W}$ debe ser vertical, lo que es igual a una línea recta por el centro de la proyección. En este sentido, cualquier dirección entre Norte y S83E puede ser satisfactoria para el vector de anclaje (Véase Figura 48). La dirección seleccionada debe tomar en cuenta varios factores tales como acceso, facilidades operacionales para la máquina de perforar, costo del acero, etc.

Si se quiere calcular la fuerza mínima de anclaje, esta será la correspondiente a un vector de tal forma que la dirección $\hat{r}$ - de la resultante entre $\vec{W}$ y $\vec{B}$, descanse en el círculo de fricción correspondiente a ϕ = 22°, con la fuerza mínima.

Con el uso de la red de Wulff puede medirse el ángulo entre $\hat{w}$ y $\hat{r}$, el cual resulta de 8°, y con el polígono de fuerzas dibujado en la parte inferior izquierda de la Figura 48, puede determinarse que la mínima fuerza de anclaje es de 1.390 toneladas y en dirección $\widehat{bmf}$ debe ser de 8° por encima de la horizontal.

La longitud mínima de anclaje sería en la dirección $\hat{n}$, pero la fuerza requerida sería mucho mayor.

Para continuar el problema se asume que finalmente se seleccionó una dirección de anclajes identificada como $\hat{b}_o$ en la Figura 48, lo cual resulta en una fuerza de anclaje $\vec{B}_o$ = 1.500 toneladas.

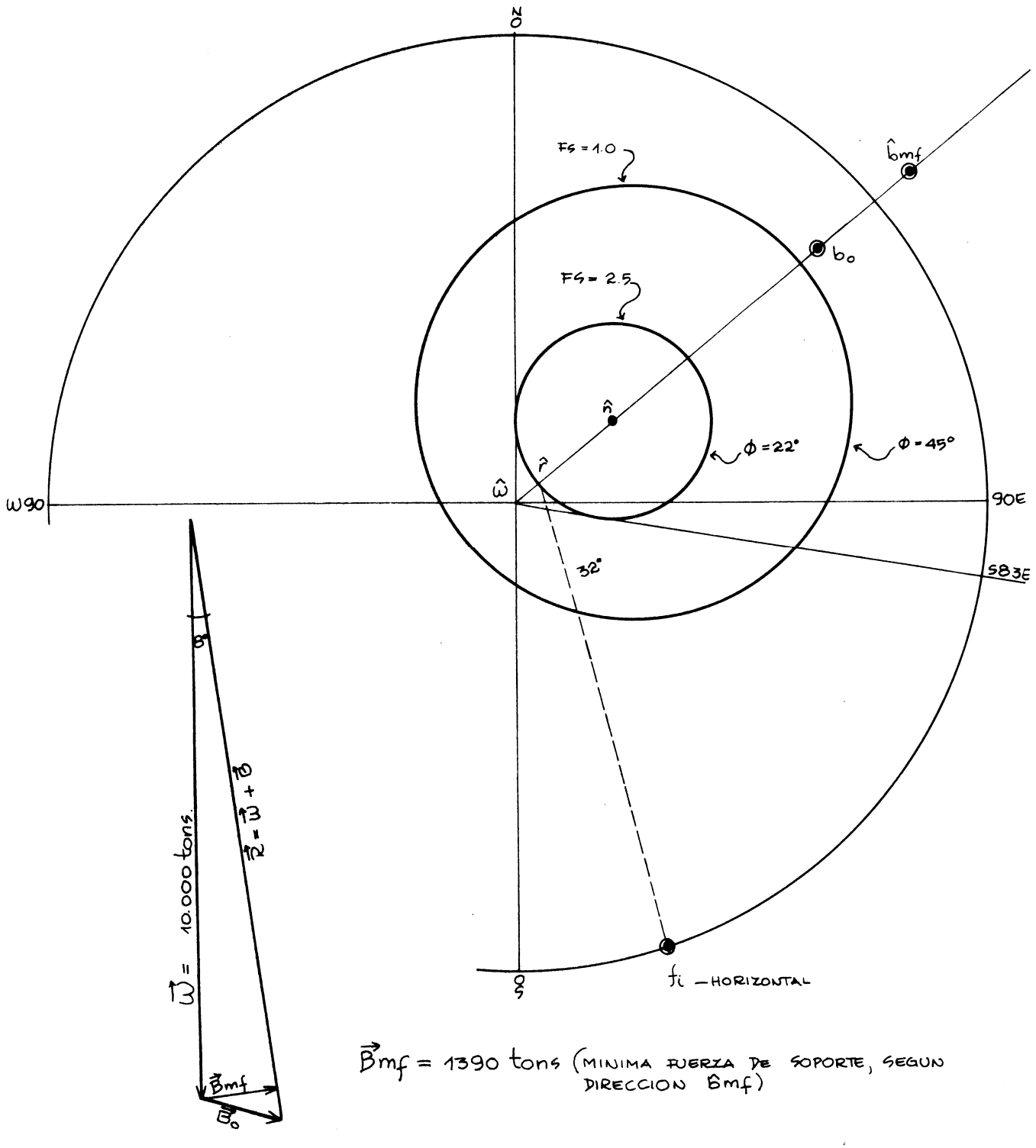
$\vec{W}$ = FUERZA DEBIDO AL PESO DEL BLOQUE

$\vec{B}mf$ = FUERZA DE ANCLAJE MINIMA

$\hat{b}mf$ - DIRECCION DE FUERZA DE ANCLAJE $\vec{B}mf$ (8° POR ENCIMA DE LA HORIZONTAL)

$\hat{\omega}$ = DIRECCION DE LA FUERZA $\vec{W}$

$\hat{r}$ = DIRECCION DE LA FUERZA RESULTANTE ENTRE $\vec{W}$ Y $\vec{B}mf$



$\vec{B}mf$ = 1390 tons (MINIMA FUERZA DE SOPORTE, SEGUN DIRECCION $\hat{b}mf$)

FIGURA 48

3) ¿En caso de un sismo, que coeficiente de aceleración producirá el deslizamiento del bloque anclado?.- La aceleración es horizontal en dirección N20W, S20E.

Antes del sismo la fuerza resultante está en $\hat{r}$, pero durante el sismo la resultante se mueve en un plano (meridiano o círculo mayor) común a $\hat{r}$ y $\hat{f}_i$, y el bloque comienza a deslizar cuando la resultante toca el círculo de fricción ($\phi = 45°$), lo que corresponde a una rotación de 32°. Mediante el polígono de fuerza de la Figura 49, puede obtenerse que la fuerza de inercia $\vec{KW}$ es 6.000 toneladas, luego K = 0.60 g.

Aún cuando no es requerido por el problema, la dirección más crítica para la fuerza de inercia es S50W, formando un ángulo de 90° con $\hat{r}$; esto daría como resultado un vector inclinado a 15° por encima de la horizontal en esa dirección.

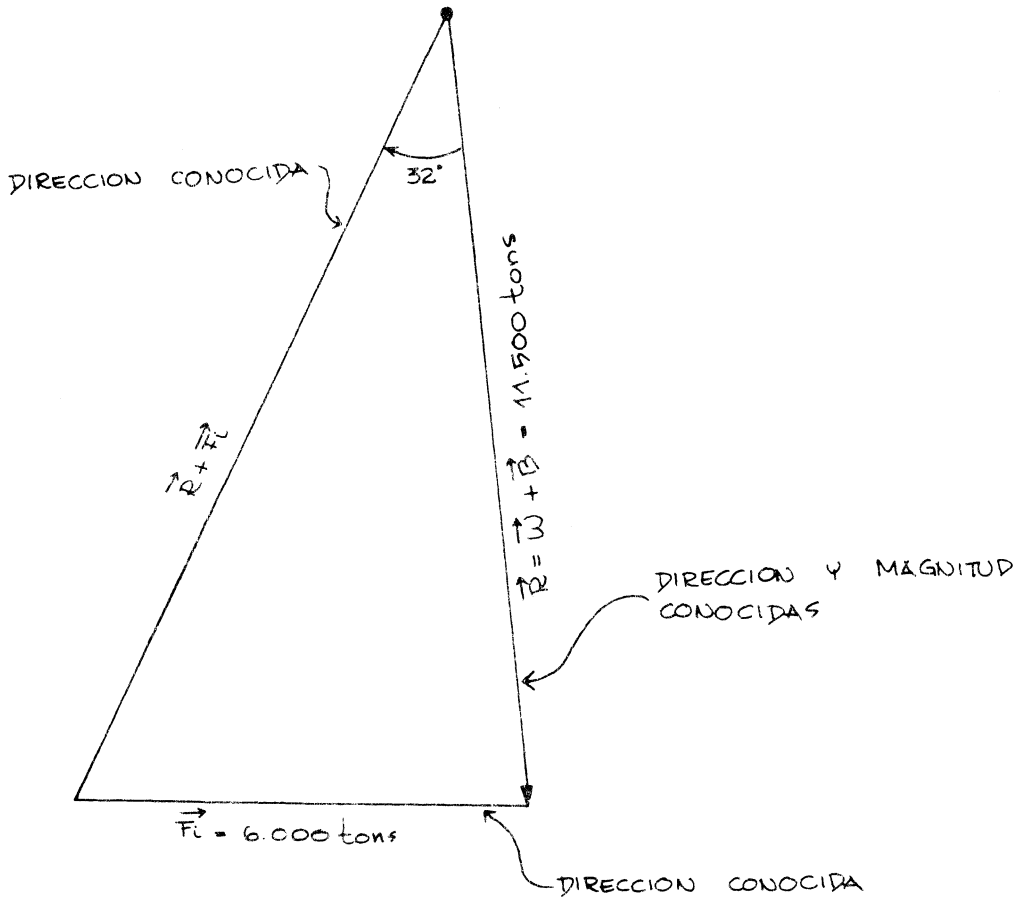
.4.2. Análisis de fallas cuneiformes

Cuando se va a analizar una "cuña" con las caras en contacto con roca, existen tres posibles modos de deslizamiento: en alguno de los dos planos o según la línea de intersección. Es evidente que el bloque no puede deslizar según el vector de buzamiento en ninguno de sus planos, por lo tanto, por cinemática, existen varias direcciones que se pueden clasificar como "seguras" frente a un deslizamiento.

EJEMPLO N° 9

Se quiere analizar el deslizamiento de un bloque limitado por dos planos con las siguientes orientaciones:

Plano	Rumbo	Buzamiento
P1	N50E	60 S
P2	N10E	50NW



POLIGONO DE FUERZAS PARA EL CASO DE SISMO

FIGURA 49

El ángulo de fricción en el plano 1 es 30° y el ángulo de fricción en el plano 2 es 40°.

El procedimiento a seguir es el siguiente (Véase Figura 50):

1) Represente en forma gráfica los vectores normales N_1 y N_2; estos vectores apuntan hacia afuera del bloque hacia las caras de soporte. En algunos casos, uno o ambos de estos vectores normales, estarían en el hemisferio superior; en estos casos se pueden usar dos dibujos en los distintos hemisferios o extender la proyección del hemisferio inferior hasta afuera del círculo horizontal.

2) Ubique en la proyección la línea I_{12} de intersección entre los dos -- planos.

3) Trace círculos mayores (meridianos) comunes a $\hat{N}_1$ e $\hat{I}_{12}$ y a $\hat{N}_2$ e $\hat{I}_{12}$. Véase en Figura 50 planos $\overset{\frown}{\hat{N}_1\ \hat{I}_{12}}$ y $\overset{\frown}{\hat{N}_2\ \hat{I}_{12}}$.

4) A lo largo del plano $\overset{\frown}{\hat{N}_1\ \hat{I}_{12}}$ marque los puntos $\hat{p}$ y $\hat{q}$ a una distancia ϕ_1 desde $\hat{N}_1$, donde ϕ_1 es el ángulo de fricción en el plano 1.

5) A lo largo del plano $\overset{\frown}{\hat{N}_2\ \hat{I}_{12}}$ marque los puntos $\hat{s}$ y $\hat{t}$ a una distancia ϕ_2 desde N_2.

6) Trace círculos mayores a través de $\hat{p}$ y $\hat{s}$, y a través de $\hat{q}$ y $\hat{t}$.

7) Construya círculos de fricción de radio ϕ_1, alrededor de $\hat{N}_1$, y de ϕ_2 alrededor de $\hat{N}_2$. Se traza solamente la parte del círculo mostrada en la Figura 49, ya que el resto es cinemáticamente imposible.

En la Figura 50 toda el área sombreada representa el círculo de fricción generalizado para el bloque analizado; cualquier resultante de fuerzas que caiga dentro de esta zona se considera segura, de lo contrario, el bloque deslizará.

En las dos zonas que representan deslizamiento bien en P_1 o en P_2, el

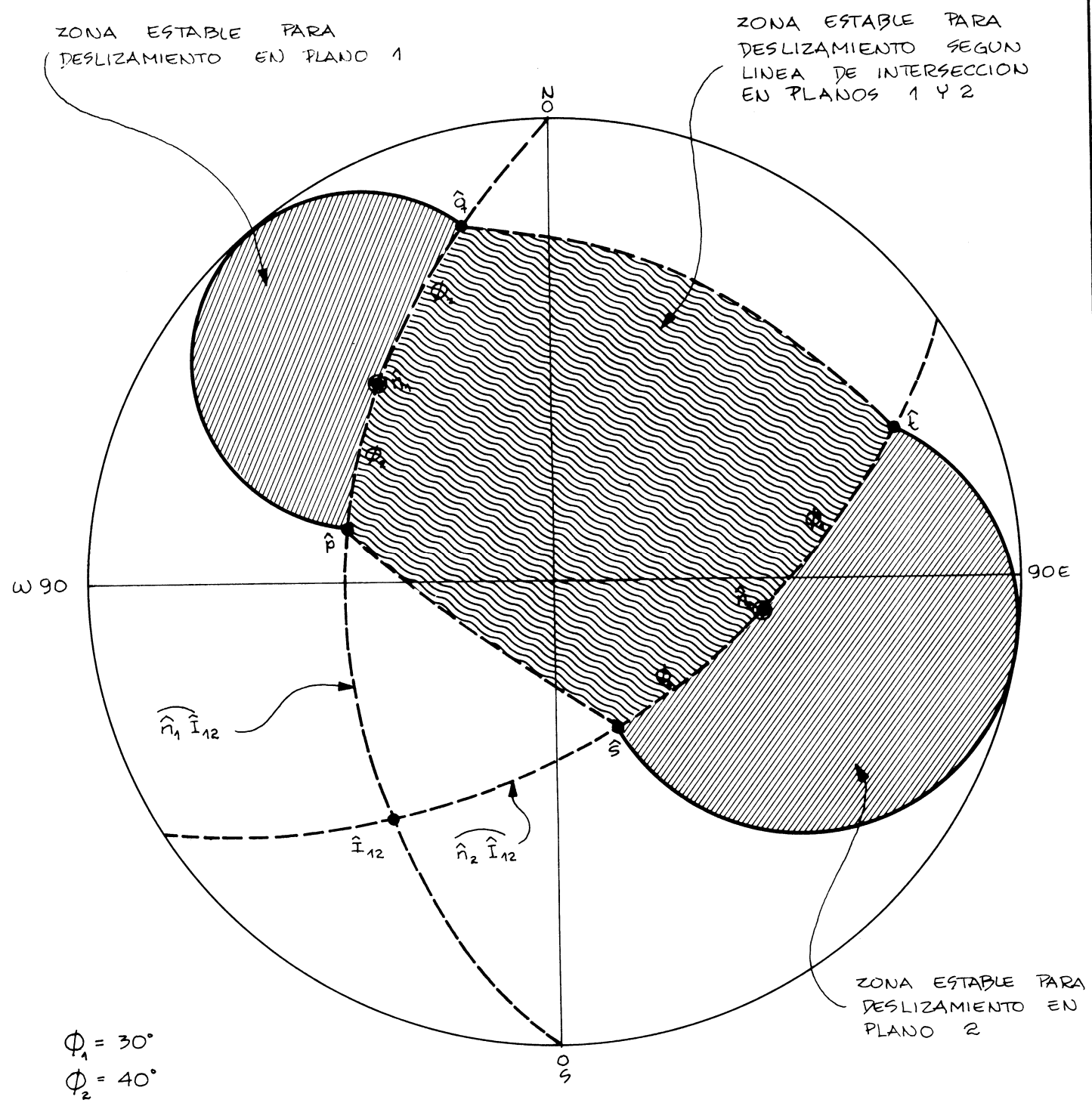

ZONA ESTABLE PARA DESLIZAMIENTO EN PLANO 1
ZONA ESTABLE PARA DESLIZAMIENTO SEGUN LINEA DE INTERSECCION EN PLANOS 1 Y 2
N
O
ω 90
90E
S
$\hat{q}$
$\hat{p}$
$\hat{\ell}$
$\hat{s}$
$\hat{I}_{12}$
$\widehat{\hat{n}_1 \hat{I}_{12}}$
$\widehat{\hat{n}_2 \hat{I}_{12}}$
ϕ_1
ϕ_2
ϕ_1 = 30°
ϕ_2 = 40°
ZONA ESTABLE PARA DESLIZAMIENTO EN PLANO 2

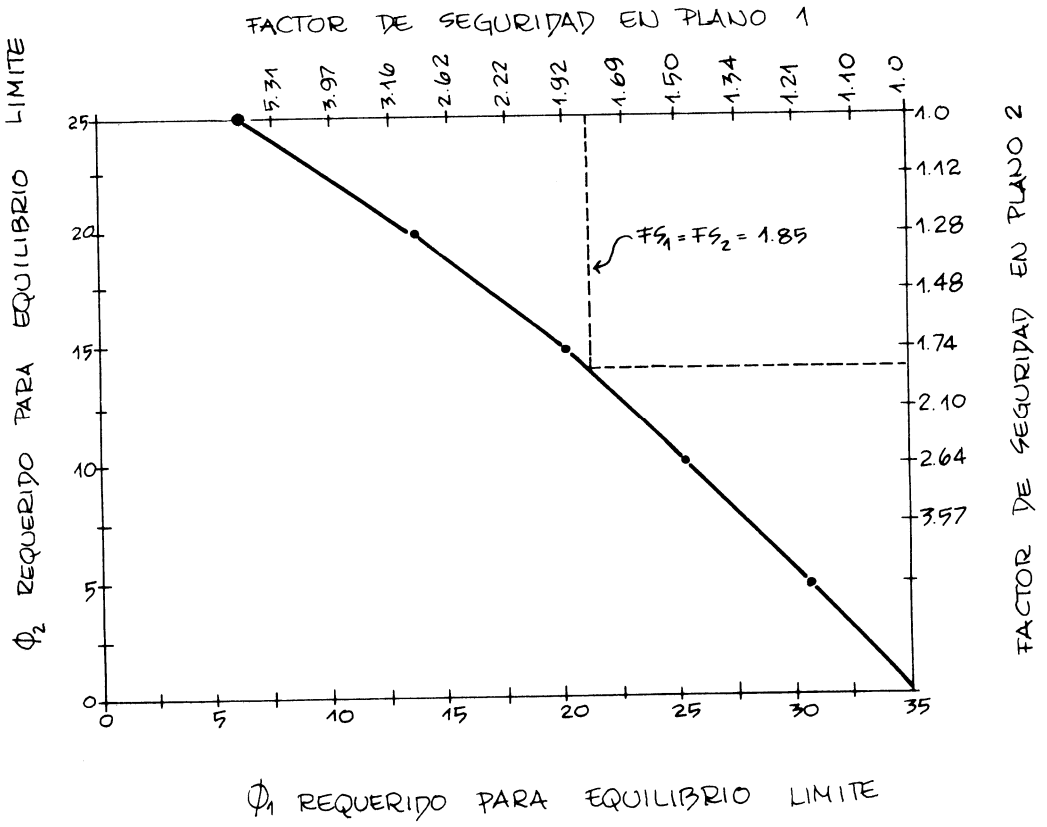
FIGURA 50

factor de seguridad se define como se indicó en el ejemplo de falla planar.

Cuando el bloque se mueve según la linea de intersección, existe una combinación infinita de valores de ϕ_1 y ϕ_2 que pudieran restringir la zona estable, de forma tal que pase por un punto que defina una resultante dentro del área sombreada; esto significa que hay numerosos factores de seguridad.

Goodman considera que se pudiera adoptar una convención tal que el "factor de seguridad" es el valor que produce el mismo factor de seguridad en ambos planos simultáneamente, sin embargo, no hay justificación teórica para tal definición. En la Figura 51 este valor sería 1.85. Goodman recomienda que es más significativo utilizar una curva de ϕ_1 requerido -vs- ϕ_2 requerido, como una expresión de seguridad y hacer una especie de "análisis sensitivo" de la seguridad del bloque ante posibles cambios de fricción. En la Figura 51 se presenta la combinación infinita de ángulos de fricción que producirían una condición de equilibrio límite.

.../...



(GOODMAN, 1.976)

FIGURA 51

.5. Metodología de Hoek y Bray

Evert Hoek y John Bray, ambos profesores del Imperial College en Londres, han publicado valiosas referencias que han contribuido a difundir los métodos más apropiados para resolver los problemas de estabilidad de taludes en roca.

Sus referencias más importantes figuran en la bibliografía de este trabajo con los números (16), (17), (18) y (19).

La metodología empleada por los autores es muy similar a la empleada por Goodman, sin embargo, prefieren el uso de proyección equiareal.

El concepto del cono de fricción fué previamente expuesto y solo es necesario destacar la proposición de Hoek y Bray en el sentido de extender este concepto, de manera tal que la cohesión pueda ser incluída.

En base al dibujo de la Figura 52,la fuerza cohesiva Rc que resiste el deslizamiento de un bloque, puede expresarse por:

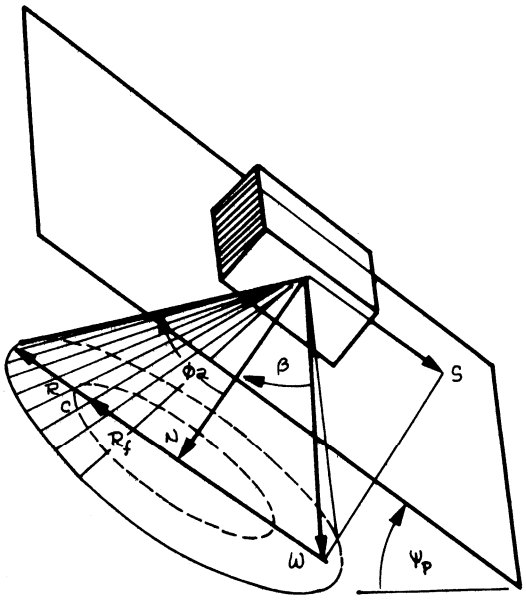
$$Rc = c.A$$

donde c es la resistencia cohesiva y A el área de la base del bloque; Rc actúa uniformemente en el plano de deslizamiento y por lo tanto pudiera tomarse en cuenta añadiéndose a Rf (fuerza debida a fricción), como se indica en la Figura 52. De esta manera resulta un cono con radio del círculo igual a Rf + Rc, una altura N, y un ángulo semiapical ϕ_a. Este "ángulo de fricción aparente" (ϕ_a) - puede ser determinado por la siguiente fórmula:

$$\text{Tan } \phi_a = \frac{Rf + Rc}{N} = \text{Tan } \phi + \frac{C.A.}{W \cos \Psi_p}$$

la simbología aparece en la Figura 52.

Una vez que se determine ϕ_a, el "cono de fricción aparente" se representa de la misma forma indicada para el cono de fricción. De la Figura 52 puede verse que el deslizamiento ocurriría si "S" excede a Rf + Rc, es decir, si $\Psi_p > \phi_a$. Esto



ANGULO DE FRICCION APARENTE OBTENIDO POR RESISTENCIA DEBIDA A FRICCION Y COHESION (HOEK, 1.974)

FIGURA 52

significa que el deslizamiento ocurrirá si el vector del peso W, representado por el centro de la proyección,cae fuera de la proyección del cono de fricción.

Es importante destacar que el ángulo de fricción aparente ϕ_a depende del área de la base A y del peso del bloque W, y como estas cantidades dependen de las dimensiones físicas del bloque, la solución es solamente válida para un talud en particular con sus dimensiones conocidas. Esto representa una limitación comparativamente con el uso del cono de fricción (c= 0) en donde la condición de inestabilidad es simplemente $\Psi_p > \phi$, donde Ψ_p y ϕ son independientes de las dimensiones del talud.

.5.1. Análisis de falla planar

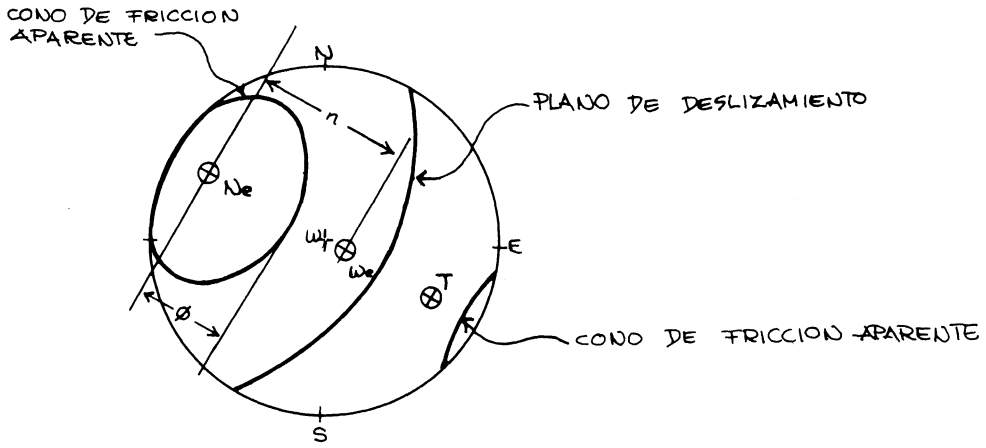
Debido a que la metodología de Hoek y Bray es similar a la de Goodman, antes explicada, con la diferencia del uso del tipo de proyección, en la Figura 53 se presenta un ejemplo simple de falla planar, con aplicación de una fuerza externa.

EJEMPLO N° 10

Se tiene un bloque de peso W que descansa sobre un plano con rumbo N30E y 60° Sur. El bloque está sujeto a la acción de una fuerza externa T, la cual tiene una magnitud de 1/3W y una inclinación de -20° (actúa hacia arriba, contraria a la normal al bloque), con un rumbo de N30E.

La resultante We de la suma de W y T se encuentra con el diagrama de fuerzas de la Figura 53, observándose que We se inclina a 80° en la dirección N30E.

Si asumimos que el ángulo de fricción aparente ϕ_a, calculado como se describió anteriormente en base a We, c, A y ϕ, resulta de 40°, se puede construir el cono de fricción alrededor de la normal Ne. Véase Figura 53. Nótese que el vector We cae fuera del cono de fricción y por lo tanto, el bloque deslizará. Obsérvese, además, que en este caso el círculo de fricción aparente se calcula en base a We y no en


CONO DE FRICCION APARENTE
N
n
PLANO DE DESLIZAMIENTO
Ne
ωf
ωe
E
T
ø
CONO DE FRICCION APARENTE
S

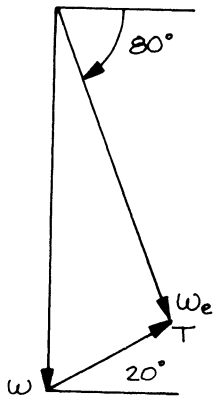

80°
ωe
T
20°
ω

FIGURA 53

base a W ya que Se y Ne son componentes del vector We. Véase Figura 54.

Al igual que en el ejemplo indicado en el método de Goodman, se puede incorporar cualquier fuerza externa tales como las debidas a una explosión o un sismo. En estos casos la fuerza T= a.W, donde a es la aceleración aplicada.

Hoek y Bray consideran que en algunos casos es conveniente incorporar la fuerza debido a la cohesión como una fuerza externa en lugar de -- utilizar el círculo de fricción aparente. Esto puede hacerse reduciendo la fuerza S en la Figura 34, en una cantidad equivalente a Rc, determinando luego la resultante del vector peso como se indicó antes. En este caso el cono de fricción se define por el ángulo ϕ y no por el ángulo de fricción aparente ϕa.

Para determinar el factor de seguridad, se emplea la fórmula:

$$FS = \frac{R}{Se} = \frac{We \cos \eta \cdot \operatorname{Tan} \phi a}{We \operatorname{sen} \eta} = \frac{\operatorname{Tan} \phi a}{\operatorname{Tan} \eta}$$

Véase simbología en Figuras 53 y 54.

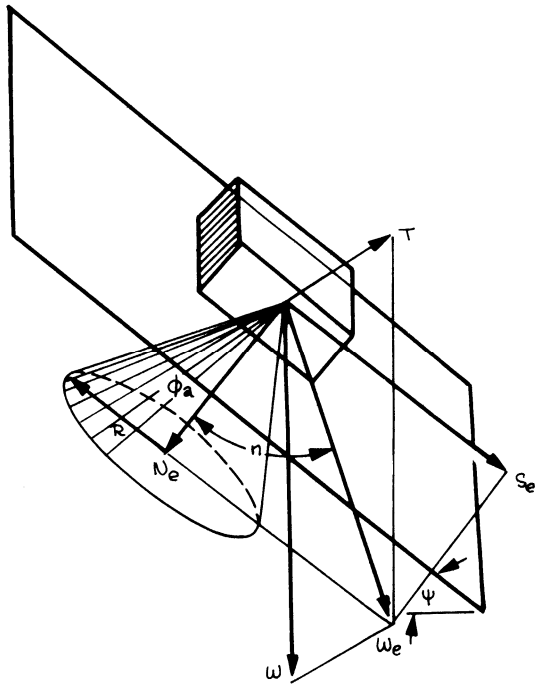
En el caso del ejemplo considerado:

$$FS = \frac{\operatorname{Tan} 40^\circ}{\operatorname{Tan} 70^\circ} = 0.3$$

.5.2. Análisis de fallas cuneiformes

En la Figura 55 se puede observar la representación espacial de la aplicación del concepto del cono de fricción, aplicado a fallas según la intersección de dos discontinuidades, de acuerdo a Hoek y Bray. En este caso hay que determinar el ángulo de fricción aparente ϕ_i, que actúa en un plano vertical paralelo a la línea de intersección.

La fuerza resultante en el plano A está representada por un vector Qa,



INFLUENCIA DE UNA FUERZA EXTERNA T EN LA ESTABILIDAD DE UN BLOQUE DESLIZANDO SOBRE UN PLANO INCLINADO.

FIGURA 54

la normal es Na y la fuerza resistente R_A es la que actua paralelamente a la línea de intersección de los dos planos.

De igual manera se representan estas fuerzas en el plano B. Si los vectores Qa y Qb se suman para encontrar su resultante Qi, ésta debe estar en el mismo plano que Qa y Qb. El plano $\widehat{Oa\ ib}$ que contiene Qa, Qi y Qb, se muestra en la Figura 55 tanto en forma gráfica, como en proyección hemisférica, resultando en un meridiano que pasa por a y b.

Para la construcción de la proyección hemisférica de la Figura 55 se sigue la misma metodología indicada para el método de Goodman, utilizando en este caso la red equiareal.

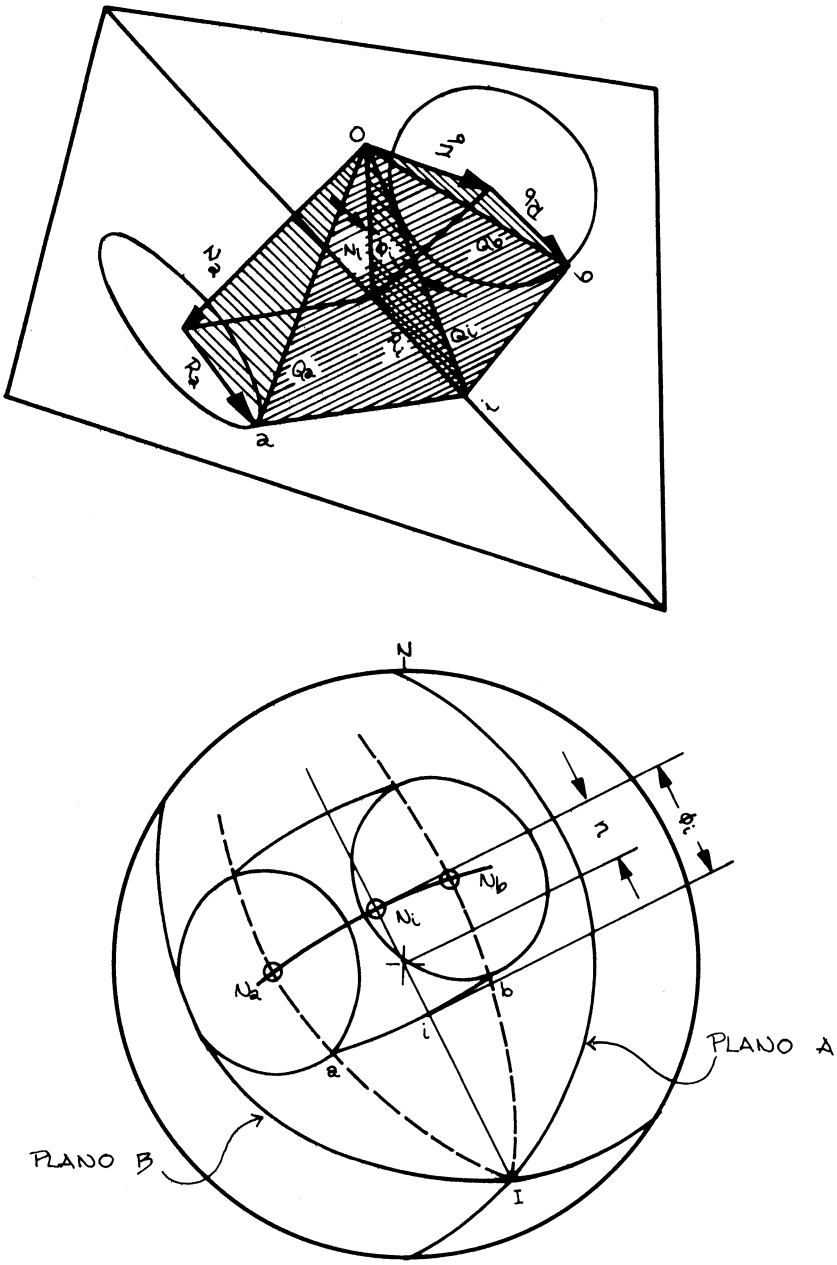
El punto Ni se encuentra intersectando la dirección de la línea de intersección con el plano (meridiano) que contiene Na y Nb.

El factor de seguridad viene expresado por:

$$Fs = \frac{\text{Tan } \phi i}{\text{Tan } n_i}$$

donde ϕ_i es el ángulo de fricción aparente, resultante de la resistencia combinada de los planos A y B, y n_i es el ángulo entre la normal Ni y el vector del peso, que en este caso está en el centro de la proyección.

.../...



REPRESENTACION GRAFICA DEL CONCEPTO DEL CONO DE FRICCION APLICADO A DESLIZAMIENTOS DE CUÑA POR INTERSECCION DE DOS PLANOS. (HOEK, 1.974)

FIGURA 55

.6. Metodología de Londe, Vigier y Vormeringer

Pierre Londe, Gaston Vigier y Raymond Vormeringer, ingenieros franceses pertenecientes al "Coyne et Bellier, Bu. d'Inyenieurs-Conseils, en Paris,se han avocado al estudio de la estabilidad de taludes en roca mediante análisis tridimensionales. Las referencias (28), (29), (49) y (50) recopilan parte de sus valiosos aportes a este tópico.

El problema planteado por los autores se base en el análisis de estabilidad de un macizo rocoso sobre el cual descansa una estructura, en el caso de la Figura 56, una represa de concreto.

En esta figura los planos P_1, P_2 y P_3 se seleccionan de acuerdo a las discontinuidades de la roca tales como estratificación, esquistosidad, diaclasas, fallas; el volúmen de roca (tetrahedro) se define por la intersección de los tres planos de discontinuidad con la pendiente natural del talud.

El método presenta en resúmen las siguientes suposiciones y recomendaciones:

a) El volúmen de roca es indeformable y no puede haber rotura interna en el.

b) La cohesión y resistencia a la tensión son nulas en los planos P_1, P_2 y P_3, seleccionados.

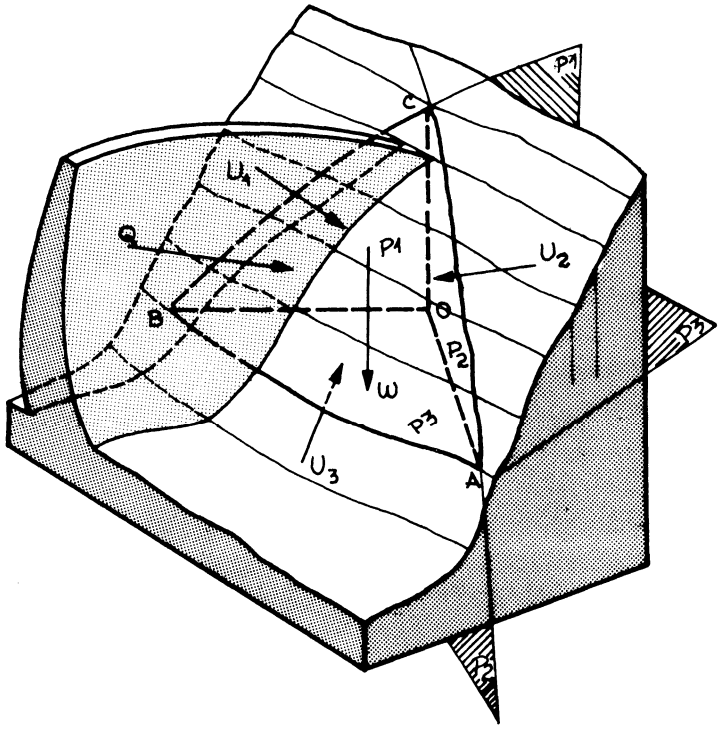
c) La resistencia al corte en dichos planos solo depende de la fricción.

d) Los momentos de las fuerzas se suponen que tiene muy poca influencia y no se toman en cuenta para equilibrio.

e) Solamente se considera posible rotura por desplazamiento del volúmen de roca en consideración.

f) Las fuerzas que intervienen son las siguientes:

-El peso total $\vec{W}$, que incluye el peso $\vec{W}_1$ del volúmen de roca y el peso $\vec{W}_2$, correspondiente a la estructura soportada por ese volúmen.



ESTABILIDAD DE UN VOLUMEN DE ROCA TETRAEDRICO
(LONDE ET AL, 1970)

FIGURA 56

-El empuje $\vec{Q}$ de cualquier estructura reducido a una fuerza simple.

-Las fuerzas debidas a flujo de agua $\vec{U}_1$, $\vec{U}_2$ y $\vec{U}_3$, aplicadas en cada plano.

-Fuerzas por sismo se pueden incorporar en forma de fuerzas estáticas

-Cualquier fuerza de pre-tensión $\vec{T}$ también puede ser incorporada

g) La resultante de todas las fuerzas externas se denomina $\vec{R}$. Las fuerzas de reacción en las bases de los planos son compresivas y se designan como $\vec{R}_1$, $\vec{R}_2$ y $\vec{R}_3$; estas fuerzas son nulas cuando hay separación en la discontinuidad.

h) La rotura solo puede ocurrir con la separación de uno, dos o tres de las "caras" (planos); en el primer caso hay deslizamientos en los planos, en el segundo hay deslizamiento en un plano y en el tercer caso no hay deslizamientos.

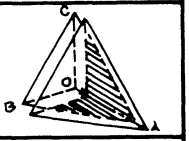
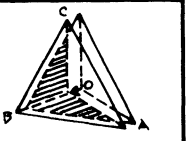
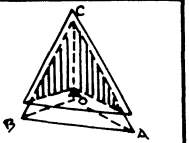
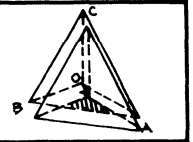
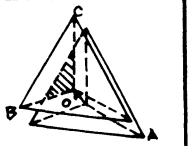
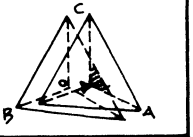
Luego, hay siete tipos de rotura que cubren todos los casos posibles y se denominan Z_1, Z_2, Z_3, Z_{12}, Z_{23}, Z_{31} y Z_{123} como se muestra en la Figura 57; en esta figura también se ha incluído el caso Z_0 de perfecta estabilidad, donde los tres planos P_1, P_2 y P_3 permanecen en contacto.

El problema de estabilidad está gobernado por la dirección de la resultante $\vec{R}$ de las fuerzas aplicadas.

Londe et.al. estudian en la esfera los límites de cada una de las zonas; en la Figura 58 se indican los dos trihedros que se forman al representar, en la esfera, las normales a cada plano ($\vec{V}_1$, $\vec{V}_2$, $\vec{V}_3$) y los vectores $\vec{V}_{12}$, $\vec{V}_{23}$ y $\vec{V}_{31}$, los cuales son definidos por la línea de intersección de los planos identificados con el número subíndice. (Ej. $\vec{V}_{23}$ representa la recta de intersección de los planos P_2 y P_3).

En la Figura 59 se presentan las ocho zonas en la esfera; en esta figura la zona Z_{123} representa inestabilidad total sin importar los coeficientes de fricción en las discontinuidades; Z_0 representa estabili

TIPOS DE ROTURA

TIPO	VECTOR DE DESLIZAMIENTO	CARAS EN CONTACTO	CARAS ABIERTAS	DIAGRAMA
Z_0	–	1, 2, 3	–	
Z_1	DIRECCION OA	2 y 3	1	
Z_2	DIRECCION OB	3 y 1	2	
Z_3	DIRECCION OC	1 y 2	3	
$Z_{1.2}$	EN PLANO 3 DIRECCION ENTRE OA y OB	3	1 y 2	
$Z_{2.3}$	EN PLANO 2 DIRECCION ENTRE OB y OC	1	2 y 3	
$Z_{3.1}$	EN PLANO 2 DIRECCION ENTRE OC y OA	2	3 y 1	
$Z_{1.2.3}$	DENTRO TRIHEDRO OA, OB, OC	–	1, 2 y 3	

(LONDE ET AL, 1.970)

FIGURA 57

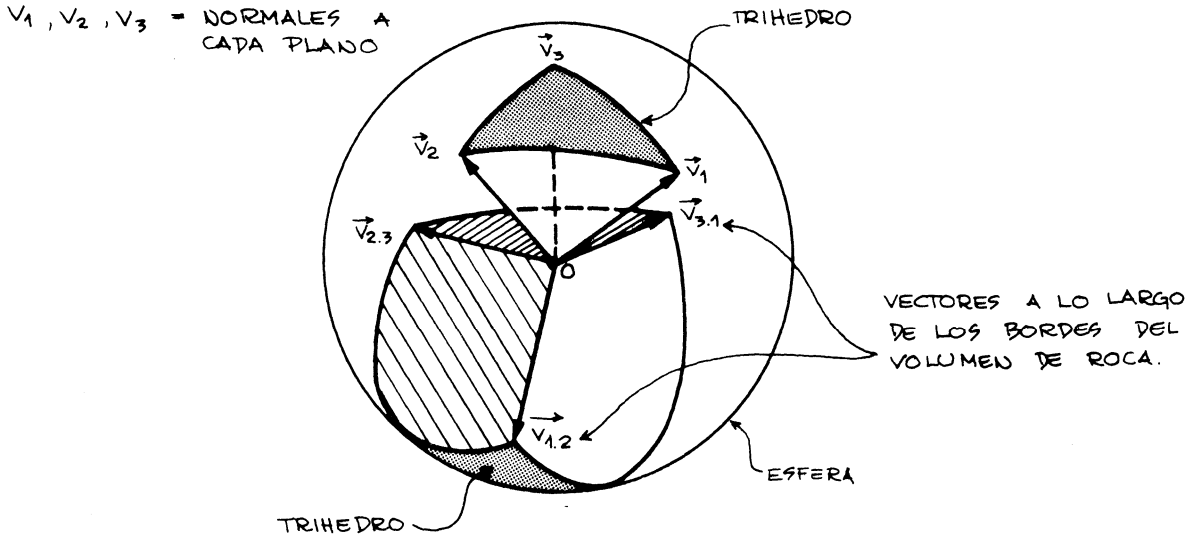
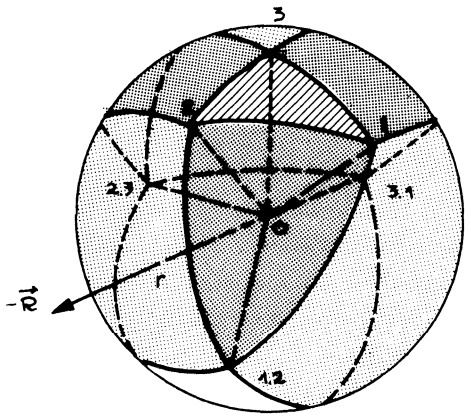

V_1 , V_2 , V_3 = NORMALES A CADA PLANO
TRIHEDRO
$\vec{V}_3$
$\vec{V}_2$
$\vec{V}_1$
$\vec{V}_{3.1}$
$\vec{V}_{2.3}$
O
VECTORES A LO LARGO DE LOS BORDES DEL VOLUMEN DE ROCA.
$\vec{V}_{1.2}$
ESFERA
TRIHEDRO

FIGURA 58

LAS OCHO ZONAS EN LA ESFERA



ZONA O - CONTACTO EN 3 CARAS

ZONA i - CONTACTO EN 2 CARAS

ZONAS ij - CONTACTO EN 1 CARA

ZONA 1,2,3 - SIN CONTACTO

(LONDE ET AL, 1.970)

FIGURA 59

dad total independiente también de los valores de fricción; Z_i posible rotura con contacto en dos caras y Z_{ij} posible rotura con contacto en una sola cara.

La rotura dependerá de la ubicación r de la resultante total, de acuerdo a:

1) Si el punto r cae dentro del triángulo (1.2, 2.3, 3.1): inestabilidad total.

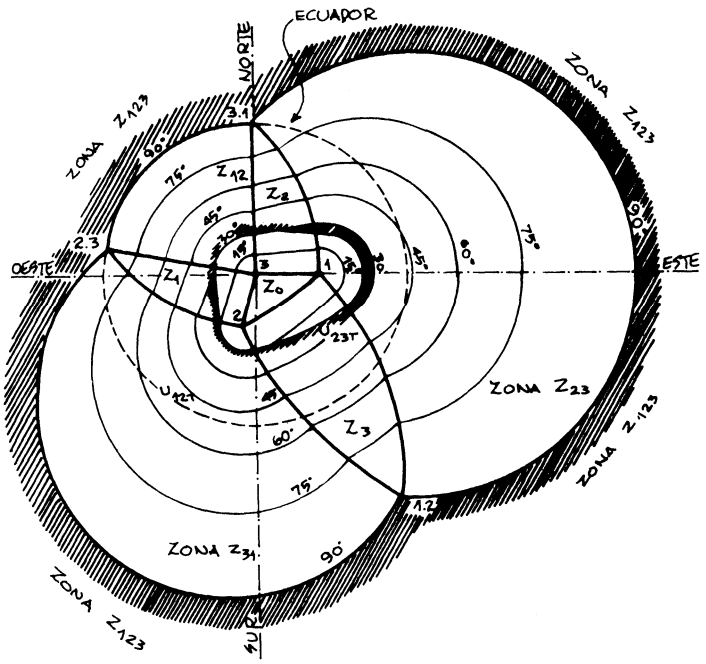
2) Si el punto r cae en el triángulo (1, 2, 3): estabilidad perfecta

3) Si el punto r cae en uno de los tríangulos (i, j, ij): posible deslizamiento en dos caras, P_i y P_j.

4) Si el punto r cae en uno de los triángulos (i, ij, ik): posible deslizamiento en una cara, P_i.

Los autores incorporan también a la esfera el concepto de círculo de fricción y para valores de ϕ_1, ϕ_2 y ϕ_3 se puede trazar una curva cerrada en la esfera que sería la que definiría la "curva de equilibrio límite". La ubicación de la resultante total de las fuerzas define la estabilidad del macizo rocoso. Londe et.al. en las referencias (28) y (29) presentan en forma detallada el estudio en la esfera de las diferentes zonas de rotura y su representación plana mediante métodos cartográficos.

Dado el carácter laborioso del método no se ha presentado un ejemplo, el cual puede estudiarse en la referencia (29). A fin de tener una idea gráfica de la representación de esta metodología en la Figura 60 se presenta una proyección estereográfica de un ejemplo resuelto por los autores. En este caso puede verse que el plano P_3 es horizontal y por lo tanto, su normal coincide con el centro de la proyección; asimismo, pueden observarse en la Figura 60 los círculos que definen curvas de ángulos de fricción constantes para equilibrio límite, y las diferentes zonas de rotura Z_1, Z_2, Z_{12}, Z_{31}, Z_{23}, Z_{123}, asi como la



PROYECCION ESTEREOGRAFICA INDICANDO LAS 8 ZONAS CON CIRCULOS DE COHEFICIENTES DE FRICCION CONSTANTE. (LONDE ET AL, 1970)

FIGURA 60

zona Z_0. Para no complicar el dibujo no se ha representado el paralelepípedo de las fuerzas debidas a presiones hidrostáticas.

Aunque seria fácil calcular factores de seguridad con su metodología, los autores consideran que es preferible realizar una "apreciación" o "peso relativo" de los diferentes parámetros que intervienen en la estabilidad. El cálculo de factores de seguridad sería peligroso,primero porque daria la impresión de precisión y segundo porque es un error aplicar el mismo factor a parámetros que no tienen el mismo "peso" o "influencia" en las condiciones de estabilidad.

.../...

BIBLIOGRAFIA

1 BARTON, NICHOLAS. Progressive Failure of Excavated Rock Slopes. Proc. 13th Symposium on Rock Mechanics. A S C E. August 1971. pp 139-170.

2 BARTON, NICHOLAS. Review of a New Shear Strength Criterion for Rock Joints. Engineering Geology, 7. 1973. pp 287-332.

3 BARTON, NICHOLAS. A relationship between joint roughness and joint shear - strength. Proc. Symposium on Rock Fracture. France, 1971. Paper 1-8.

4 BARTON, NICHOLAS. Estimation of in situ shear strength from back analysis of failed rock slopes. Proc. Symposium on Rock Fracture. France, 1971. Paper 2-27.

5 BILLINGS, M. P. Structural geology. Prentice-Hall. New Jersey, 1972. p 514.

6 BRANTHOOVER G. and RICHARDS J. Equilibrium Curves. A method for evaluating slope stability of jointed rock. A S C E Specialty Conference: Analysis and Design in Geotechnical Engineering. Austin, Texas, 1974.

7 DONN, W.L. and SHIMER J. Graphic Methods in Structural Geology. Appleton-Century-Crofts, New York, 1958. p 180.

8 GOODMAN, R.E. and BRAY, J.W. Toppling of rock slopes. Proc. Specialty Conference on Rock Engineering for Foundations and Slopes. Boulder. Colorado. ASCE Vol 2.

9 GOODMAN, R.E. Methods of Geological Engineering in Discontinuous Rock. West Publishing Company. St Paul. Minn. 1976. p 472.

10 GOODMAN, R.E. Geological Investigations to Evaluate Stability. Proc. of the Second International Conference on Stability in Open Pit Mining. Canada, Nov 1971. pp 125-132.

11 GOODMAN, R.E. The resolution of stresses in rock using stereographic projections. International Journal of Rock Mechanical and Mining Sciences. Vol. 1. 1963, pp 93-103.

12 GOODMAN, R.E. Discussions of graphical stability analysis by Klaus John. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division. A S C E. Vol. 95 N° SM2. -- Proc. paper 6429. March 1969. pp 698-702.

13 HAMEL J. Three dimensional wedge methods of rock slope stability analysis. ASCE Specialty Conference: Analysis and Design in Geotechnical Engineering Austin, - Texas, June 1974.

14 HEUZE, F. and GOODMAN R. Three dimensional approach for design cuts in jointed rock. Proc. 13th Symposium on Rock Mechanics, A S C E 1972. pp 397-441.

15 HEUZE, FRANCOIS. Analysis of geological data for the design of rock cuts. Proc. of the Third Congress of International Society for Rock Mechanics. Denver, Colorado, Sept. 1974. Vol II. Par B. pp 798-802.

16 HOEK, EVERT. Influence of rock structure on the stability of rock slopes. Proc. of the First International Conference on Stability in Open Pit Mining. Canada, - Nov. 1970. pp 23-47.

17 HOEK, E. and BRAY J. The stability of a rock slope containing a wedge resting on two intersecting discontinuities. Quaterly Journal Engineering Geology. Vol. 6 N° 1. 1973.

18 HOEK, EVERT. Methods for the rapid assessment of the stability of three dimensional rock slopes. Quaterly Journal Engineering Geology. Vol 6 N° 3, 1973.

19 HOEK E. and BRAY J. Rock Slope Engineering. Institution of Mining and Metallurgy. London 1974. p 309.

20 HORN H. and DEERE D. Frictional characteristics of minerals. Geotechnique. Vol. XII. N° 4. Dec. 1962. pp 319-335.

21 JAEGER, J.C. Friction of rocks and the stability of rock slopes. Geotechnique. Vol. 21 N° 2. 1971. pp 97-134.

22 JAEGER, J.C. The behavior of closely jointed rock. Proc. Symposium on Rock Mechanics. Berkeley 1970. pp 57-68.

23 JENNINGS J. An approach to the stability of rock slopes based on the theory of limiting equilibrium with a material exhibiting anisotropic shear strength. Proc. 13th Symposium on Rock Mechanics. A S C E. 1972. pp 269-302.

24 JENNINGS J. and ROBERTSON A. Stability of slopes cut into natural rock. Proc. 7th International Conference of Soil Mechanics and Foundation. Mexico, 1969.

25 JOHN, K.W. An approach to rock mechanics. Journal of Soil Mechanics and Foundations Division. A S C E. Vol. 88. SM4. Proc. paper 3223. August 1963. pp 1-30.

26 JOHN, K.W. Graphical stability analysis of slopes in jointed rock. Proc. Journal of Soil Mechanics and Foundation Division. A S C E. Vol. 94 SM2. March 1968.

27 JOHN, K.E. Engineering analysis of three dimensional stability problems utilising the reference hemisphere. Proc. 2nd Congress, International Society of Rock Mechanics. Belgrade 1970. Vol. 2. pp 314-321.

28 LONDE, P. et. all. The stability of rock slopes; a three dimensional study. Journal of Soil Mechanics and Foundation Division. A S C E. Vol. 95, SM1, 1969. pp. 235-262.

29 LONDE, P. et. all. Stability of slopes-graphical methods. Journal of Soil Mechanics and Foundations Division. A S C E Vol. 96 SM4. 1970. pp 1411-1434.

30 LUNDQUIST, R. and HEIMS, R. Rock structure design by failure probabilities. "New Horizons in Rock Mechanics" 14th Symposium on rock mechanics 1973. pp 329-337.

31 MC MAHON, B. Indices related to the mechanical properties of jointed rock. Proc. 9th Symposium on Rock Mechanics A I M E 1967. p 117.

32 PANET M. and STRUILLOU R. Méthodes d'études de la Stabilité de déblais rocheux pour les projets de routes et d'autoroutes. Second International Congress of Rock Mechanics. Belgrado, Sept. 1970.

33 PANET, M. Discussions of "Graphical stability of slopes in jointed rock by Klaus John. Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division. A S C E Vol.

95 N° SM2. Proc. paper 6429. March 1969. pp 685-686.

34 PATTON F. and HENDRON J. General report on mass movements. Proc. Second International Congress of the Int. Ass. of Engineering Geology. Brasil, August 1974.

35 PATTON F. and DEERE D. Geologic factors controlling slope stability in open pit mines. Proc. of the First International Conference on Stability in Open Pit Mining. Canada. Nov. 1970. pp 23-47.

36 PATTON F. Multiple modes of shear failure in rock. Proc. First International Congress on Rock Mechanics. Lisboa 1966. Vol. 1. pp 509-513.

37 PENTZ, D. Methods of analysis of stability of rock slopes. Proc. First International Conference in Open Pit Mining. Nov. 1970. pp 119-141.

38 PHILLIPS, C.S. The use of stereographic projection in structural geology. Third Edition. London. Edward Arnold, 1971.

39 RAGAN, DONAL. Structural geology. An introduction to geometrical techniques. - 2nd edition John Wiley and Sons 1973.

40 RENGERS, N. Influence of surface roughness on the friction properties of rock planes. Proc. 2nd Congress of International Society for Rock Mechanics. Belgrade 1970, paper 1-31.

41 RITCHIE, A.M. The evaluation of rockfall and its control. Highway Record. Vol. 17, 1963. pp 13-28.

42 RUIZ, MURILLO. Minimun anchoring cost for stabilization of rock slopes.- Proc. of the Third Congress of the International Society for Rock Mechanics. Denver, - Colorado. Sept. 1-7-1974. Vol. II. Part. B. pp 813-819.

43 STEFFEN, O. and JENNINGS, J. Definition of design joints for two-dimensional - rock slope analysis. Proc. of the Third Congress of the International Society - for Rock Mechanics. Denver, Colorado, Sept. 1974. Vol. II. Part. B. pp 827-832.

44 TALOBRE, J. La mechanique des roches et ses applications. 2nd Edition.- Dunop. 1967.

45 TAYLOR, C.L. Geometric analysis of geological separation for slope stability investigations. Bull. Ass. Engineering Geologists. Vol. VII, N° 1 & 2, 1970. pp. 67-85.

46 TERZAGHI, K. Stability of steep slopes on hard unweathered rock. Geotechnique. Vol. 12. Dec. 1962. pp 251-270.

47 TERZAGHI, R.D. Sources of error in joint surveys. Geotechnique. Vol. 15. Sept. 1965. pp 287-304.

48 TURNER F. and WEISS L. Graphic treatment of fabric data. Structural analysis of Metamorphic tectonites. Chapter 3. Mc Graw Hill Book, 1963.

49 VIGIER, G. Discussions of graphical stability of slopes in jointed rock by Klaus John. Journal of the Soil Mechanics an Foundation Division. A S C E. Vol. 95 N° SM2. Proc. paper 6429. March 1969. pp 690-698.

50 VORMERINGER, R. Discussions of graphical stability of slopes in jointed rock by Klaus John. Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division. A S C E, Vol. 95 N° SM2. Proc. paper 6429. March 1969. pp 686-690.

Laboratorio de Mecánica de Rocas. Universidad Central de Venezuela.

GEOMEC

BOLETIN DE DIVULGACION GEOTECNICA

EL METODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS EN LAS APLICACIONES GEOTECNICAS "DISENO DE ESQUEMAS DE BULONADO PARA TUNELES EN ROCAS "

GIANFRANCO PERRI

Nº 7

ENERO, 1982 caracas

Se presenta una aplicación del Método de los Elementos Finitos al diseño y optimización del esquema de bulonado para el sostenimiento del techo de túneles en rocas a comportamiento seudo elástico, homogeneas y/o estratificadas.

El trabajo que aquí se presenta es la síntesis de una investigación más amplia conducida sobre el tema y presentada por el autor, como trabajo especial para la reválida del título de Ingeniero de Minas, en la Universidad Central de Venezuela, en el año 1980 bajo el título: "METODO NUMERICO PARA EL DISEÑO DE SISTEMAS DE BULONADO DE TUNELES EN ROCAS. INVESTIGACION TEORICA PRELIMINAR".

En particular aquí no se presentan los capitulos iniciales relativos al análisis del estado de solecitación y de la estabilidad alrededor de un perno aislado, lo cual se llevó a cabo mediante cálculo analítico basándose en la utilización combinada de una serie de soluciones de la teoría clásica de la elasticidad (Boussinesq, Mindlin, Cerutti).

Se entra en efecto directamente al análisis de túneles reforzados con pernos, extendiendo los conceptos teóricos desarrollados en la parte inicial y aplicando la técnica de la superposición del estado de solecitación inducido por los pernos al debido a la excavación del túnel, calculado, este último, mediante el Método de los Elementos Finitos.

Caracas, febrero de 1982

EL METODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS EN LAS APLICACIONES GEOTECNICAS

"DISEÑO DE ESQUEMAS DE BULONADO PARA TUNELES EN ROCAS"

Por: Gianfranco Perri (*)

* Profesor de Mecánica de Rocas, Universidad Central de Venezuela.

ESTADO ACTUAL DE LOS CONOCIMIENTOS TEORICOS SOBRE EL BULONADO EN ROCAS

Muchos estudios han sido conducidos para analizar en diferentes campos, las técnicas constructivas y del diseño de los bulones, logrando útiles indicaciones aplicativas.

Desde un examen de las investigaciones publicadas sobre la materia, parece que una teoría general del bulonado de túneles en rocas, aún no existe, aunque se pueden encontrar en los últimos años contribuciones bastante rigurosas al tema.

Renunciando a presentar una bibliografía detallada sobre los conocimientos en este campo, se dan en cambio unas indicaciones sobre las orientaciones seguidas por los diferentes investigadores en la elección de un esquema de bulonado, mencionando en particular aquellos trabajos que parecen ser más interesantes en función del método del cálculo, propuesto en este estudio.

Entre los factores que deben considerarse para diseñar correctamente un esquema de bulonado, se indican los tres siguientes como principales:

a) las características de la resistencia mecánica del material rocoso;
b) las características de la deformabilidad; y
c) la morfología del macizo rocoso.

El conocimiento de la resistencia mecánica de la roca, aporta informaciones sobre los valores máximos de la tensión aplicables al perno y sobre el tipo de anclaje a ser usado (SINGH, CHUNG, 1977). Una vez conocidas las características de deformabilidad, es luego posible estudiar el comportamiento del anclaje (STEFANKO, 1962) y establecer una eventual variación de la tensión del anclaje en el tiempo (STEFANKO, 1962; SINGH, 1967 y MC.NIVEN, 1969).

Para lo que se refiere a la morfología del macizo rocoso, ha sido estudiada la acción de los pernos en los siguientes casos: a) para rocas fracturadas; b) para rocas estratificadas horizontalmente; c) para rocas estratificadas en cualquier dirección; d) para rocas compactas y homogéneas.

En las rocas fracturadas el bulón puede desarrollar dos funciones distintas: la primera de sostenimiento pasivo para estabilizar un macizo rocoso fracturado alrededor de la excavación subterránea, ha sido estudiada por LANG, 1967 y la segunda, de refuerzo con una acción de viga, ha sido discutida por COCHRANE, 1970. Pruebas realizadas sobre modelos constituídos por cubitos de varios materiales en forma de simular una roca fracturada, han permitido aclarar la acción de refuerzo de bulones colocados transversalmente a los modelos y ha sido posible llegar a las conclusiones siguientes:

a) no se logra constituir una viga si el espaciamiento de los pernos es superior a su largo;

b) el espaciamiento de los pernos es función de la dimensión de los bloques y del material que lo constituye;

c) las flexiones de la viga bajo cargas constantes son directamente proporcionales al espaciamiento de los pernos e inversamente proporcionales a la carga aplicada a los mismos;

d) la disposición inclinada de los bloques no produce sustanciales diferencias en los resultados de las pruebas.

Para rocas estratificadas horizontalmente la acción ejercida por los pernos puede considerarse distinta en dos componentes: la creación de una viga y la acción de suspensión:

La creación de una viga que liga entre ellos diferentes estratos, produ-

ce un efecto de refuerzo para la solicitación de flexión. Los pernos ejerciendo una compresión contra los estratos, crean una resistencia de fricción entre los mismos, de manera que se impiden desplazamientos a lo largo de los planos de estratificación (PANEK, 1962, a).

La acción de suspensión, consiste en transferir una parte del peso de los estratos más delgados y más débiles a uno o más de mayor espesor. Dicha acción ocurre cuando estratos con diferente rigidez de flexión están obligados a asumir igual flexión. En estas hipótesis han sido obtenidas las fórmulas que relacionan entre ellos los espaciamientos, el largo, la fuerza de los pernos, el espesor de los estratos y su rigidez (PANEK, 1962, b).

A las investigaciones de PANEK, 1964, teóricas y experimentales, realizadas sobre modelos se añaden las de COATES y COCHRANE, que establecen criterios prácticos para el cálculo de bulonado sobre las bases de aplicaciones en minería (1970).

Para rocas compactas y homogéneas, a comportamiento elástico ha sido estudiada la acción del bulón, también bajo dos diferentes aspectos: la precompresión y el refuerzo de la zona cercana a la pared de la galería.

En ambos casos se supone que los pernos inducen en el macizo rocoso un estado de tensión, que se va a superponer a aquel pre existente, debido a la excavación misma del túnel.

Las rocas tienden a expanderse en los vacíos creados en el macizo y esto induce tensiones diferenciales en la roca; los pernos bajo la pretensión que se le aplica, inducen esfuerzos de compresión que tienden a llevar las rocas a su estado de solicitación original, previo a la excavación del túnel.

Los pernos además ejercen una acción de freno sobre pequeñas fracturas, debido por ejemplo a los efectos del empleo de explosivos, a la eventual alternación superficial producida por agentes atmosféricos, etc., que tienden a propagarse hacia el interior del macizo. Los pernos de igual forma también reducen el desprendimiento de bloques de las paredes de la excavación.

EWOLDSEN y MC.NIVEN, 1969, consideran como efecto principal derivado del bulonado, la variación del estado de tensión en el macizo rocoso y analizan, con referencia a un túnel circular en el caso de roca homogénea y en el caso de roca que contiene juntas de estratificación. Ellos utilizan soluciones en forma cerrada, fundamentadas sobre la teoría de la elasticidad, tanto para el cálculo de las tensiones producidas por los pernos, como para la determinación del estado de solicitación reexistente en el macizo rocoso y debido a la creación del túnel a sección necesariamente circular.

Esta investigación de EWOLDSEN y MC.NIVEN (1969) pierde toda su validez si el perfil del túnel no es circular debido a que, como es sabido no existen soluciones analíticas que permitan calcular las tensiones alrededor de un túnel de forma compleja (BARLA, 1970). EWOLDSEN y MC. NIVEN analizan también el problema de la elección del esquema de bulonado y sucesivamente entre GOODMAN y EWOLDSEN, 1969, proporcionan informaciones preliminares sobre los principales parámetros que determinan esta elección.

En lo que se refiere a los conocimientos del estado de solicitación producido alrededor de un perno o sea por el perno en el macizo rocoso, puede hacerse aún referencia al trabajo de EWOLDSEN y MC.NIVEN; ellos reducen la acción del perno a dos fuerzas distintas aplicadas en dos puntos: sobre la superficie y en el interior del semiespacio resuelven el problema mediante las soluciones de la teoría clásica de la elasticidad.

INTRODUCCION SOBRE EL METODO DE ANALISIS Y CALCULO PRESENTADO

El trabajo que se presenta, resume los resultados de una investigación de carácter teórico, conducida con el fin de examinar el problema de la bulonadura de un túnel y elaborar un método de cálculo que permita evaluar la influencia de los diferentes parámetros que intervienen en la elección de un esquema de bulonado, para túneles en rocas de sección geométrica asignada.

Se utilizan, los métodos analíticos suministrados por la teoría clásica de la elasticidad, y el método numérico de los elementos finitos cuyo uso está ligado al empleo de los elaboradores electrónicos para el cálculo automático.

Gracias al empleo de este método pueden ser superadas muchas de las condiciones simplificativas y restrictivas inicialmente existente a la base del estudio (ver lo comentado sobre el trabajo de EWOLDSEN y MC. NIVEN, 1969). Es suficiente para esto pensar en la posibilidad de desvincularse de modelo de formas geométricas simple y regular para el túnel, así como para introducir leyes de comportamiento físico de los materiales, diferentes de la homogénea y elástica lineal.

El programa así enunciado es seguramente ambicioso, por la generalidad de los resultados que se propone lograr, debido a la gran cantidad de factores y parámetros que intervienen para determinar el real comportamiento de las estructuras rocosas en general y aquellas sujetas a solicitaciones externas de bulonado en particular: número, espaciamiento, largo, orientación, fuerza de los anclajes; factor tiempo y materiales empleados, etc. En consecuencia, el trabajo que se presenta puede solamente representar un primer paso de un largo camino; por otro lado como se ha mencionado antes, no existe aún hoy en día una teoría general de bulonado en túneles y esto es probablemente debido, tanto a lo complejo del problema, como al hecho de que los diferentes in-

vestigadores han buscado producir soluciones ajustadas, en cada caso, a situaciones específicas de empleo. Esta manera de proceder no puede que tener validez y ser realista, en primer lugar por la aplicación muy extensa y diversificada de los pernos, y en segundo lugar por que el problema debe ser determinado en cada detalle.

Se pasará a travez de las siguientes fases:

A) Estado de solicitación y análisis de estabilidad alrededor de un perno en rocas homogéneas y estratificadas. (No reportada).

B) Estado de solicitación, análisis de estabilidad y optimización del esquema de bulonado para túneles a sección rectangular y con techo bicéntrico; con pernos perpendiculares a la superficie de la excavación; en rocas homogéneas y estratificadas.

C) Análisis del efecto de la orientación de los pernos en la optimización de un esquema de bulonado para túneles a sección rectangular en rocas homogéneas y estratificadas.

D) Conclusiones y perspectivas de profundización de la investigación.

ESTADO DE SOLICITACION PARA TUNELES CON PERNOS PERPENDICULARES

En este capítulo se extienden los conceptos teóricos desarrollados en la parte anterior y se aplica la técnica, ya mencionada en la introducción, de la superposición del estado de solicitación inducidos por los pernos al debido a la excavación del túnel. Se estudia la acción conjunta de un esquema de bulonado (consistente de un dado número de pernos ubicados a una distancia constante entre ellós y de los cuales se precisá conocer el largo y la fuerza de anclaje. actuantes, en dirección perpendicular a la pared del tunel),generador de un estado de tensiones localizado, sumada con la distribución de las tensiones alrededor del túnel debidas a las fuerzas naturales, sea gravitacionales y tectónicas, preexistentes en la excavación misma.

El estado de esfuerzos resultantes es:

$$(\sigma) = (\sigma)_g + (\sigma)_b \qquad (15)$$

siendo $(\sigma)_g$ y $(\sigma)b$ respectivamente el estado de tensión alrededor del túnel y el producido por los pernos (figura 19); la superposición de los dos estados de esfuerzos se hará en forma adecuada en base a los criterios que se discuten seguidamente.

Con el objeto de utilizar, las soluciones analíticas usadas hasta ahora, y para aplicar correctamente la superposición de los efectos, se introducen algunas hipótesis limitadoras:

a) el medio debe ser elástico líneal; b) se debe adoptar una geometría específica del bulonado; c) la intervención de este último debe seguir inmediatamente la excavación a manéra de poder garantizar una efectiva acción de sostenimiento y refuerzo; d) no se considera el efecto del tiempo, relativo a la ley de variación de las tensiones inducidas.

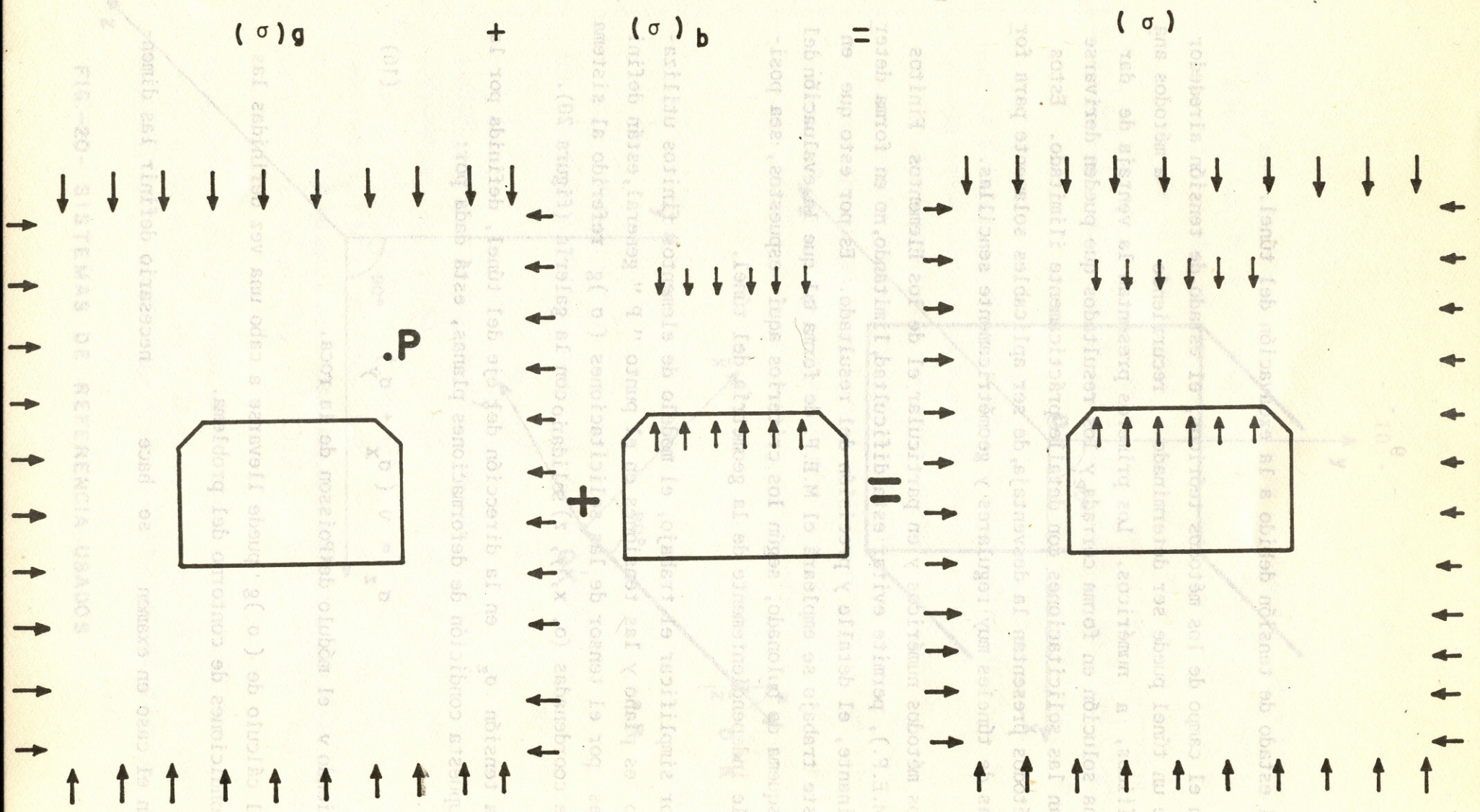


FIG.-19- ESQUEMATIZACION DEL PROCEDIMIENTO DE SUPERPOSICION DE LOS EFECTOS

* El estado de tensión debido a la excavación del túnel.

En el campo de los métodos teóricos, el estado de tensión alrededor de un túnel puede ser determinado recurriendo a métodos analíticos, a numéricos. Los primeros presentan la ventaja de dar una solución en forma cerrada y los resultados que pueden derivarse dan las solicitaciones con detalle prácticamente ilimitado. Estos métodos presentan la desventaja, de ser aplicables solamente para formas de túneles muy regulares y geométricamente sencillas.

Los métodos numéricos y en particular el de los Elementos Finitos (M.E.F.), permite evitar esta dificultad, limitando, no en forma determinante, el detalle y precisión del resultado. Es por esto que en este trabajo se empleará el M.E.F. de forma tal que la evaluación del esquema de bulonado, según los criterios aquí espuestos, sea posible independientemente de la geometría del túnel.

Por simplificar el trabajo, el modelo de elementos finitos utilizado es plano y las tensiones en el punto " P " general, están definidas por el tensor de las solicitaciones $(\sigma)g$ referido al sistema de coordenadas (o, x, y, z) solidario con la galería (figura 20).

La tensión σ_z en la dirección del eje del túnel, definida por la supuesta condición de deformaciones planas, está dada por:

$$\sigma_z = \nu (\sigma_x + \sigma_y) \qquad (16)$$

siendo ν el módulo de Poisson de la roca.

El cálculo de $(\sigma)g$ puede llevarse a cabo una vez definidas las condiciones de contorno del problema.

En el caso en examen se hace necesario definir las dimen-

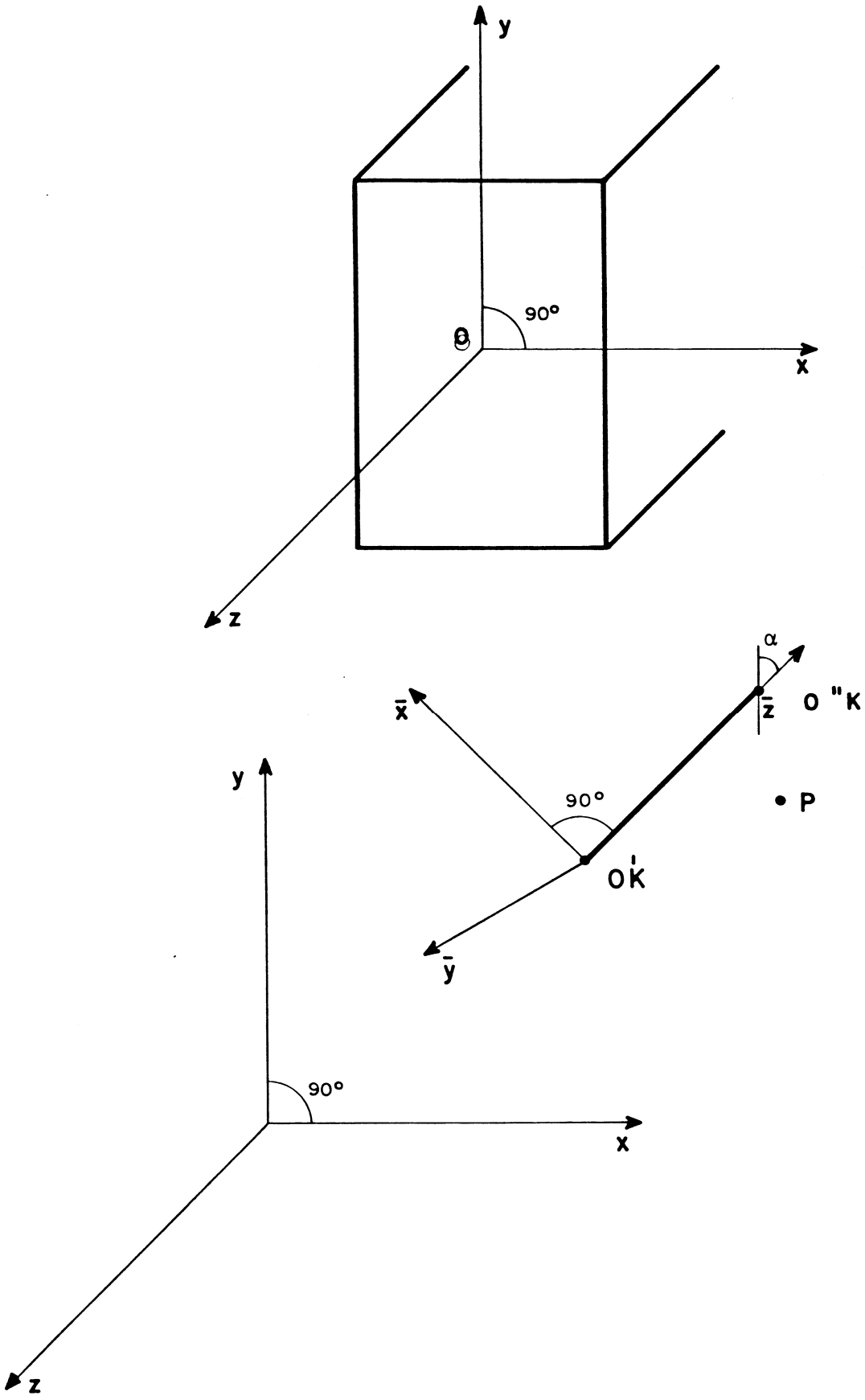


FIG.-20- SISTEMAS DE REFERENCIA USADOS

siones del modelo a usar: si, en efecto, el contorno externo del modelo (figura 21), constituído por los lados AE y ED, no es suficientemente distante de la zona de análisis (los alrededores del túnel), se introducen errores en la solución. Para el caso de túneles, pueden estimarse modelos que se extienden en las dos direcciones por un largo igual a por lo menos 4 - 5 veces la dimensión máxima de la excavación, con resultados aceptables.

Según lo ilustrado en la figura 21 anexa , que hace referencia al caso de un túnel rectangular profundo, a manera de ejemplo. Deben imponerse las condiciones en los bordes: los nodos a lo largo de AB y ED son libres de moverse en vertical, y aquellos entre C y D son libres de moverse en horizontal, quedando fijo el punto D. En estas condiciones y con hipótesis de deformaciones planas, las tensiones verticales y horizontales, determinadas estas últimas en proximidad de los vínculos laterales serán:

$$\sigma_v = \gamma y \quad ; \qquad \sigma_h = \frac{\nu}{1 - \nu} \gamma y \tag{17}$$

siendo " γ " el peso específico de la roca y " y " la profundidad del punto considerado.

Sin embargo en la hipótesis de túnel profundo,que se está considerando, el estudio puede ser llevado suponiendo que el estado de tensión natural uniforme e igual al preexistente en el centro del túnel, (y = H) antes de la excavación. En el modelo esto se reproduce mediante la aplicación de una carga uniformemente distribuída sobre el lado AE igual a " γH " y despreciando luego el peso de la estructura.

En el caso específico que se estudiará de túnel a sección rectangular, las dimensiones son de (4 x 2,5)m. y la profundidad de 200,0 m.; la roca tiene un peso específico de 2.5 t/m^3 y un módulo de Poisson

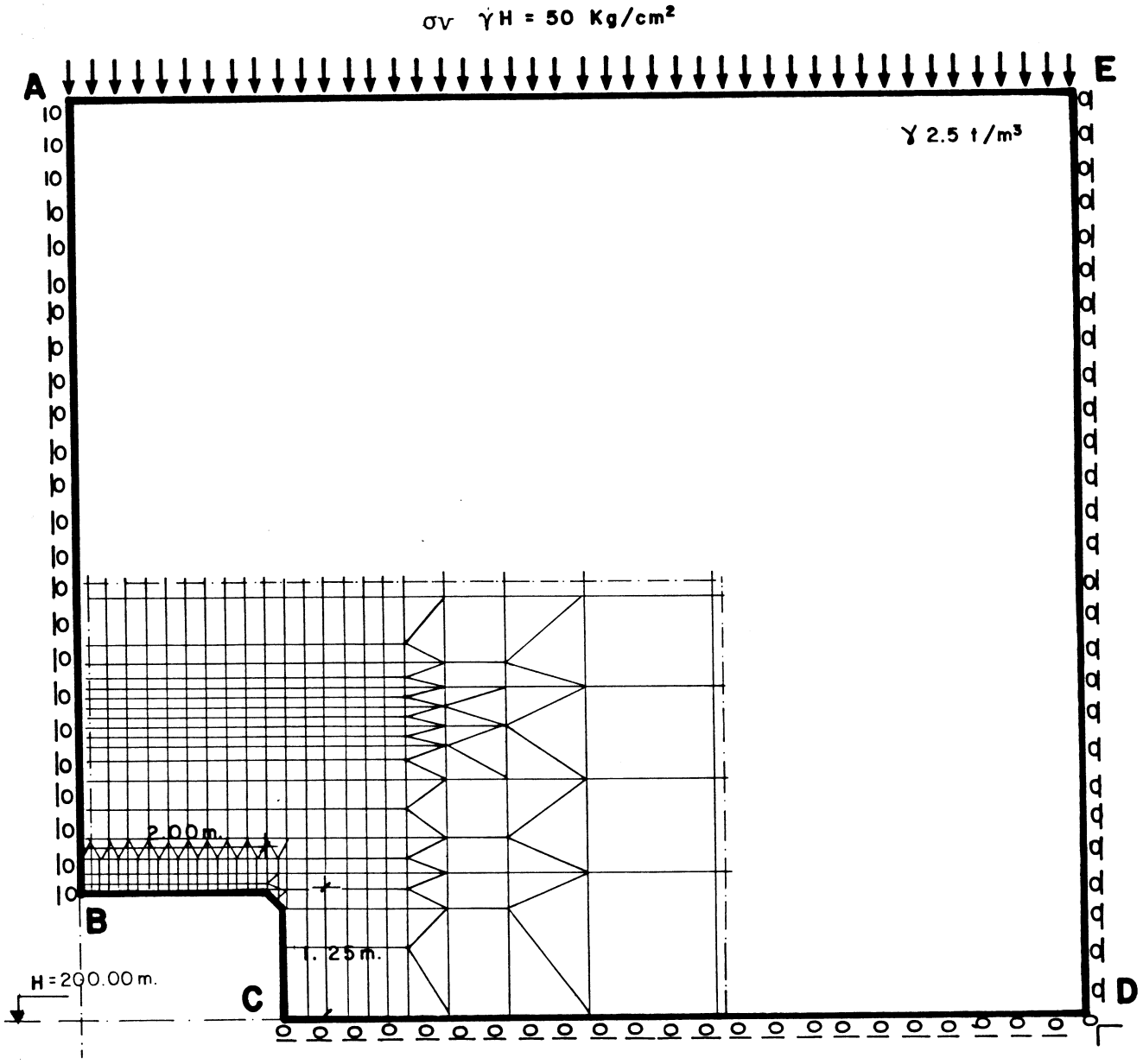


FIG.-21- MODELO DE ELEMENTOS FINITOS PARA TUNEL RECTANGULAR

de 0.25. El estado de solicitación natural preexistente en el centro de túneles será:

$$\sigma_v = \gamma H = 50 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\sigma_h = \frac{\nu}{1 - \nu} \gamma H = 15 \text{ Kg/cm}^2 .$$

El modelo de elementos finitos cuadrangulares cuya porción central se representa en la misma figura 21, está constituído por 485 elementos y 486 nodos y se extiende por 8.0 m. arriba y a los lados de las paredes del túnel. En función de los gradientes previstos para las tensiones, el retículo del modelo, se hace más cerrado en la cercanía del perímetro de la excavación (con una dimensión mínima para cada elemento de (10 x 5 cm^2) y en correspondencia con la zona en donde caerán los puntos de anclaje de los pernos. Lo considerado en esta última zona se hace necesario a fin de hacer una correcta utilización del retículo de análisis utilizado en los cálculos referentes a los pernos.

El programa de cálculo empleado para la determinación del estado tensional alrededor del túnel es el "Código FEAST I" anexo al final de este trabajo, cuyo diagrama de bloque se observa en la fig.50 del anexo.

Para el ejemplo referente al túnel con sección geométrica a dos centros de curvatura, quedan válidas todas las hipótesis y los datos generales anteriores, se reporta en el esquema de la figura 22: centros de curvatura alineados sobre la horizontal, radio mayor 7.26 m.; radio menor 5.20 m., ángulo sobre el arco menor 79°, altura de las paredes 3.75 m. El modelo de elementos finitos usados, cuya porción central se representa en la figura 23, está constituío por 494 triángulos y 289 nodos; la misma figura lleva superpuesto el retículo del cálculo empleado para los esfuerzos de los pernos, este retículo, para mejor ajustarse al contorno geométrico del túnel, utiliza do redes polares con un total de 893 puntos en la parte curva y una red cuadrada de 190 puntos

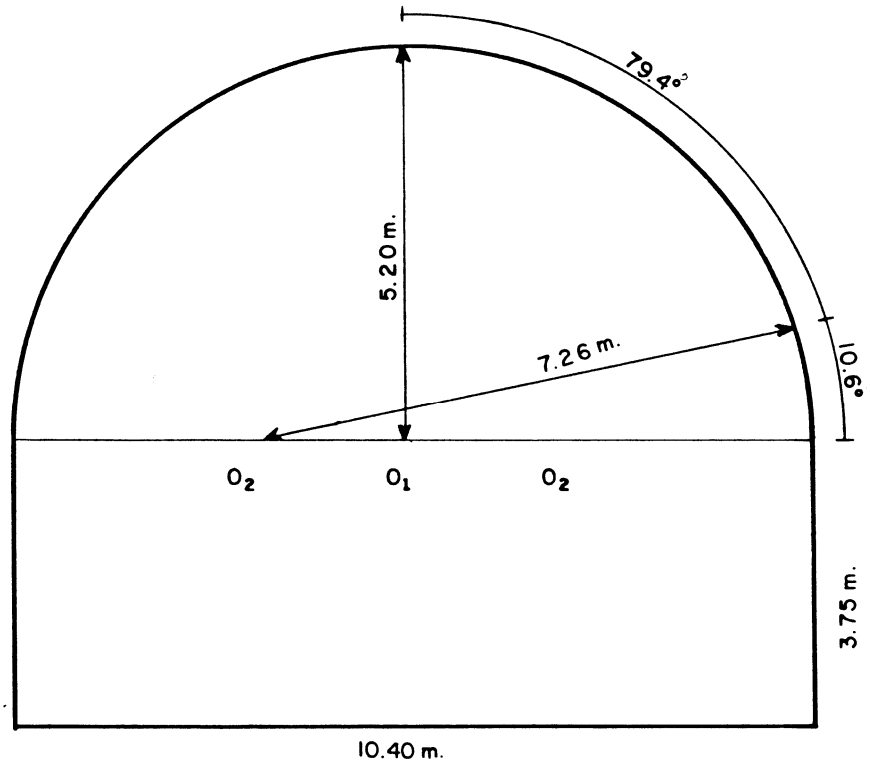


FIG.-22- TUNEL CON TECHO BICENTRICO

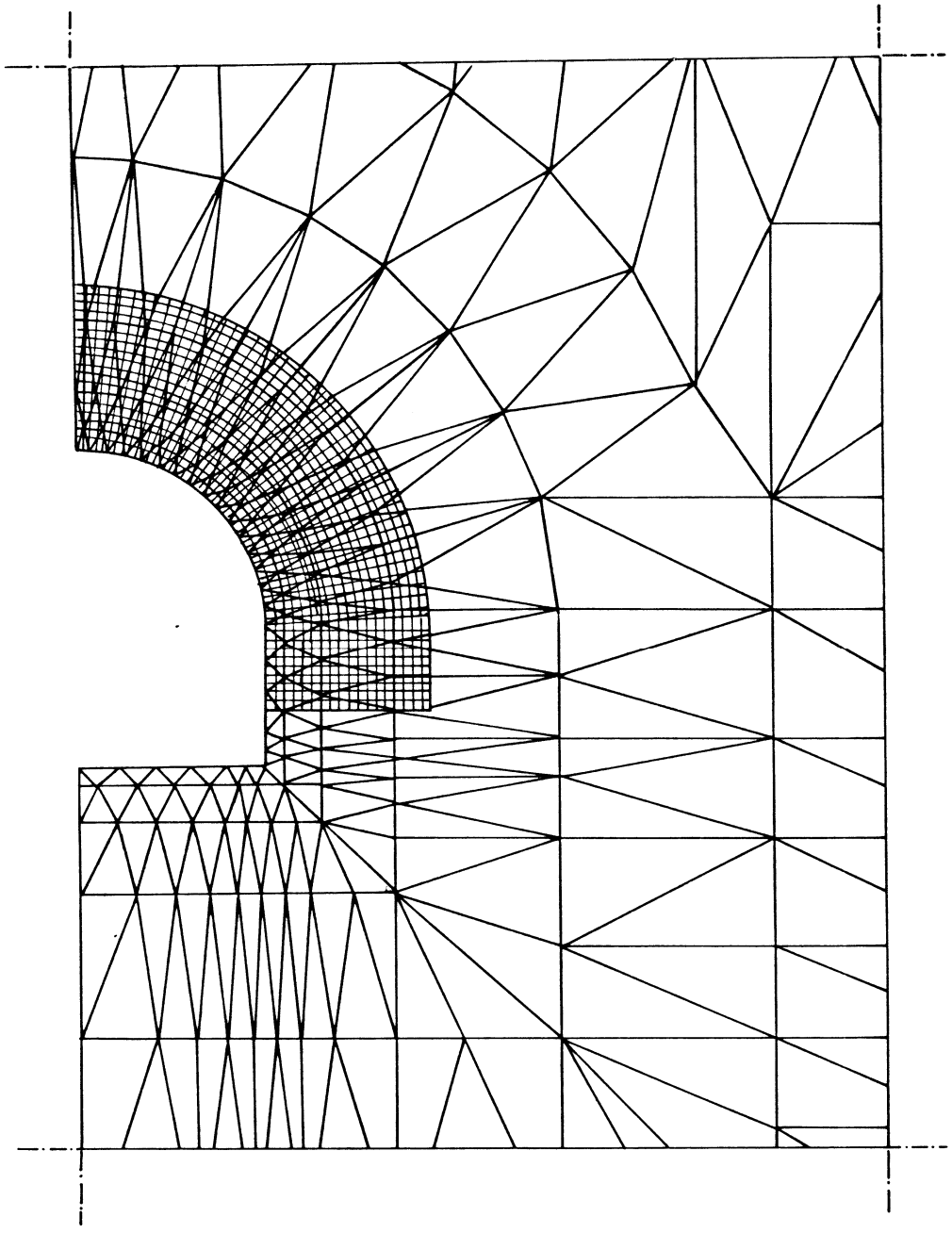


FIG.-23- MODELO DE ELEMENTOS FINITOS PARA TUNEL BICENTRICO

en las paredes. Los respectivos pasos de incremento son Δr = 26.5 cm.; $\Delta\theta$ = 1,9°; $\Delta x = \Delta y$ = 26.5 cm.

Los resultados de las componentes del estado de solicitación para los dos túneles analizados, se representan gráficamente en las figuras 24 para la sección rectangular (σ_x, σ_y, τ_{xy}) y para la reacción bicéntrica (σ_θ ,σ_r, τ_{max}), respectivamente.

* El estado de tensión debido al esquema de bulonado.

La determinación del tensor de las solicitaciones (σ)b debido al sistema de pernos en un punto P, requiere la elección de un procedimiento de cálculo, que debe ser considerado en su detalle para tomar en cuenta, el efecto de aquellos pernos pertenecientes al túnel y que determinan efectivamente el estado de solicitación en un punto específico.

Se comienza por considerar el efecto de un sólo perno 0'K 0"K (ver figura 20 para los sistemas de referencia y simbología usada) " K " es el número del perno de orientación normal a la excavación, siendo α el ángulo que este perno forma con el eje " Y ".

El estado de tensión inducido por el perno está dado en el punto "P" por la ecuación (2 + 4) precedentemente determinadas con referencia al sistema de referencia (0'K, $\bar{X}$, $\bar{Y}$, $\bar{Z}$) con origen de 0'K, (para el caso del túnel bicéntrico, es preciso observar, que de esta manera se está despreciando la influencia de la curvatura de la pared del túnel en cercanía de 0'K).

Sea (0, X, Y, Z) el sistema de coordenadas rectangulares solidario con el túnel y tal que el punto " P " pertenezca al plano (X, Y) y que el eje " Z " coincida con el eje de la galería. Se observa que de esta forma las tensiones (σ)g calculadas con el M.E.F., están referidas a

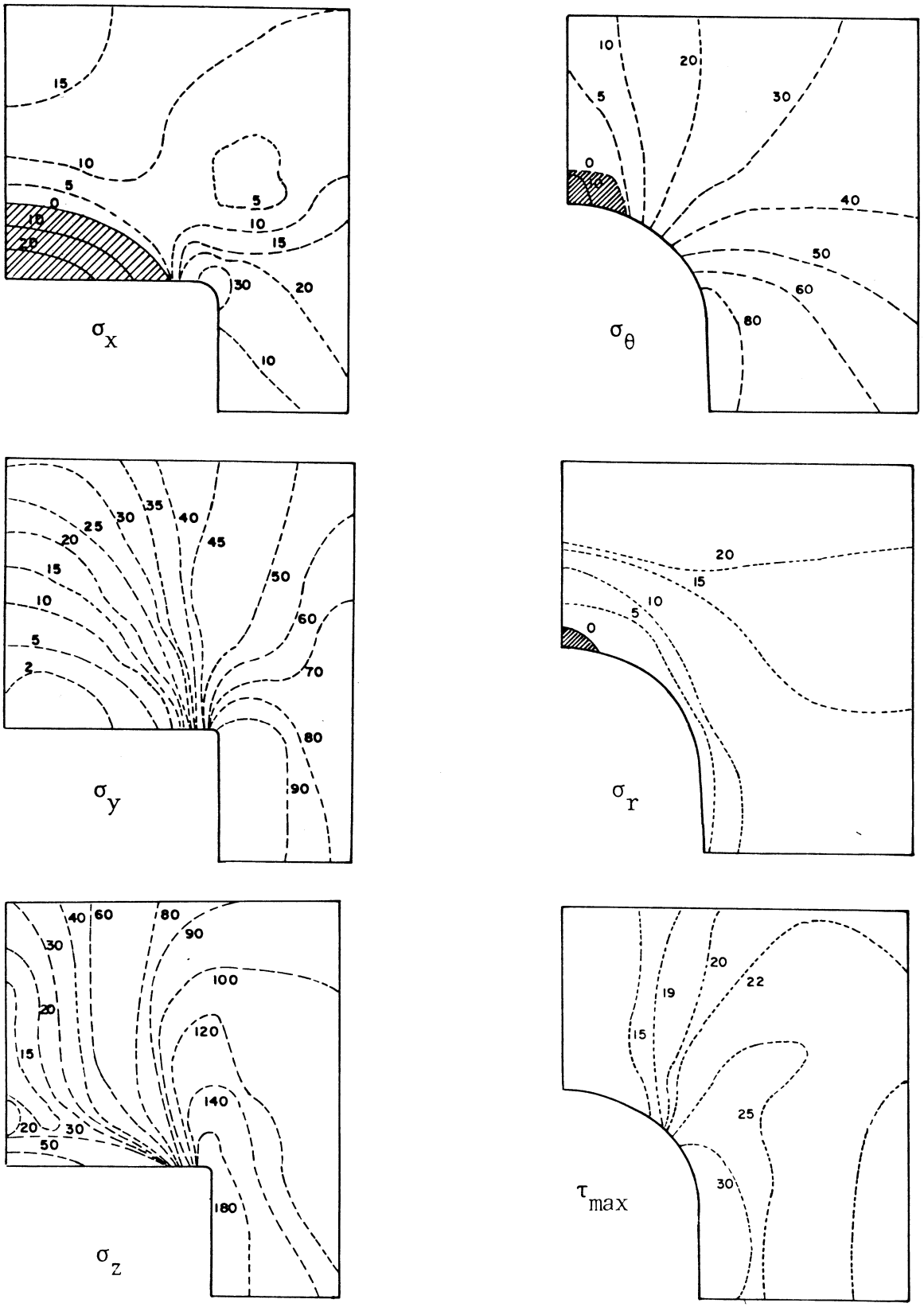


FIG.-24- ESTADOS DE ESFUERZOS DEBIDOS A LA EXCAVACION DE LOS TUNELES

este mismo sistema de coordenadas.

Debido a que la superposición de los dos efectos se realiza convenientemente con referencia al sistema principal (0, X, Y, Z), se hace necesario buscar las ecuaciones de transformación desde un sistema local (0'K, $\bar{X}$, $\bar{Y}$, $\bar{Z}$) al principal (0, X, Y, Z).

Siempre con referencia a las mismas figuras 20, y para el caso más general del eje $\bar{Z}$ no vertical, se obtienen las relaciones siguientes:

$$\bar{X}_p = (X_p - X_{o'}) \cos \alpha + (Y_p - Y_{o'}) \operatorname{sen} \alpha$$

$$\bar{Y}_p = 0 \qquad (18)$$

$$\bar{Z}_p = (X_p - X_{o'}) \operatorname{sen} \alpha + (Y_p - Y_{o'}) \cos \alpha$$

siendo $X_{o'}$, $Y_{o'}$, $Z_{o'}$, las coordenadas cartesianas de 0'K en el sistema de referencia principal solidario con el túnel (0, X, Y, Z). En consecuencia la transformación del tensor ($\bar{\sigma}_b$), referido al sistema local (0'K, $\bar{X}$, $\bar{Y}$, $\bar{Z}$) al tensor (σ_b), referido al sistema principal (0, X, Y, Z) viene definido por la relación siguiente en forma matricial:

$$(\sigma_b) = |A| \ (\bar{\sigma}_b) \qquad (19)$$

o también:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = |A| \begin{Bmatrix} \bar{\sigma}_x \\ \bar{\sigma}_y \\ \bar{\sigma}_z \\ \bar{\tau}_{yz} \\ \bar{\tau}_{xz} \\ \bar{\tau}_{xy} \end{Bmatrix}$$

en donde | A | es la matríz cuadrada 6 x 6 que se reporta a continuación:

$$
\begin{array}{cccccc}
a_{11}^2 & a_{21}^2 & a_{31}^2 & 2a_{21}\,a_{31} & 2a_{11}\,a_{31} & 2a_{11}\,a_{21} \\
a_{12}^2 & a_{22}^2 & a_{32}^2 & 2a_{22}\,a_{32} & 2a_{12}\,a_{32} & 2a_{12}\,a_{22} \\
a_{13}^2 & a_{23}^2 & a_{33}^2 & 2a_{33}\,a_{23} & 2a_{13}\,a_{33} & 2a_{13}\,a_{23} \\
a_{12}\,a_{13} & a_{22}\,a_{23} & a_{32}\,a_{33} & (a_{22}\,a_{33}+a_{32}\,a_{23}) & (a_{12}\,a_{33}+a_{32}\,a_{13}) & (a_{12}\,a_{23}+a_{22}\,a_{13}) \\
a_{11}\,a_{13} & a_{21}\,a_{23} & a_{31}\,a_{33} & (a_{21}\,a_{33}+a_{31}\,a_{23}) & (a_{11}\,a_{33}+a_{31}\,a_{13}) & (a_{11}\,a_{23}+a_{21}\,a_{13}) \\
a_{11}\,a_{12} & a_{22}\,a_{21} & a_{31}\,a_{32} & (a_{21}\,a_{32}+a_{31}\,a_{22}) & (a_{11}\,a_{32}+a_{31}\,a_{12}) & (a_{11}\,a_{22}+a_{21}\,a_{12})
\end{array}
$$

siendo:

$$
\begin{array}{lll}
a_{11} = -\cos\alpha & a_{12} = \operatorname{sen}\alpha & a_{13} = 0 \\
a_{21} = 0 & a_{22} = 0 & a_{23} = 1 \\
a_{31} = \operatorname{sen}\alpha & a_{32} = \cos\alpha & a_{33} = 0
\end{array}
$$

Se indiquen ahora con el índice " K " las tensiones en el punto considerado, debidas solamente al K-ésimo bulón. Las solicitaciones $(\sigma)_b$ en el punto " P " serán así dadas por:

$$(\sigma_b) = \sum_{K=1}^{N} (\sigma)_K \qquad (20)$$

en donde la sumatoria es extendida a los bulones que generan "correctamente" el estado de tensión en " P ". El índice " N ", variable en función del punto, se establece según un criterio que permite la evaluación "correcta" del efecto de los bulones que afectan el estado tensional en " P ", así como se explicará más adelante.

* El estado de Tensión resultante.

Una vez obtenido el estado de Tensión inducido por los bulones, es ahora necesario superponerlo al $(\sigma)_g$ que se produce a consecuencia de la excavación del túnel debido a las cargas naturales actuantes

sobre el macizo rocoso y calculado, como ya se dijo mediante el método de los elementos finitos.

Por lo tanto para el mismo punto " P " y en referencia al sistema (0, X, Y, Z), se tiene:

$$(\sigma) = (\sigma)g + (\sigma)b = (\sigma)g + \sum_{K=1}^{N} (\sigma)K \qquad (21)$$

La suma de los dos términos indicados en (21) debe efectuarse con cierto cuidado; en efecto se debe observar que, mientras el cálculo del estado tensión debido a los pernos puede ser llevado a cabo con mucho detalle, también muy cerca a los puntos de aplicación de las cargas, la determinación de las tensiones debidas al túnel puede ser realizada solamente en los puntos, cuyo número está en cada caso limitado por la red elegida para el modelo de elementos finitos.

Para el caso específico de los túneles con sección rectangular y con sección a techo bicéntrico que se consideran a manera de ejemplo en este trabajo, las fórmulas escritas antes en términos generales pueden expresarse en forma simplificada.

Haciendo siempre referencia a los esquemas de la figura 20, para el caso del túnel rectángular, siendo los pernos perpendiculares al techo del túnel, las fórmulas (18) se simplifican en:

$$\bar{X}_p = (X_p - X_o,) \; ; \; \bar{Z}_p = (Y_p - Y_o,) \qquad (22)$$

siendo el ángulo " α " = 0

Las solicitaciones debidas a cada perno se consideran localizadas entre un cilindro de radio dado " R_c " (que se llamaría radio de influencia del bulón); en efecto la confrontación entre las tensiones $(\sigma)_b$

producidas en un punto " P ", calculadas con esta hipótesis, y aquellas calculadas considerando siempre el efecto de todos los pernos, no muestra variaciones sencibles.

Esta limitación que se impone al cálculo, permite recortar notablemente el tiempo del cálculo y la sumatoria (20) será extendida solamente a los " N " pernos cuyos cilindros de influencia contienen el punto en análisis " P ". El hecho que " P " pertenezca al cilindro de un cierto perno, se obtiene simplemente de la comparación entre el radio " R_c " y la distancia (en planta) de " P " del eje del perno según la ecuación.

$$R_c^2 > \overline{X}_p^2 + \overline{Y}_p^2 \qquad (23)$$

Para lo que en cambio se refiere al cálculo de $(\sigma)_b$, las fórmulas (19) también se simplifican extremadamente resultando simplemente: $(\sigma_b) = (\overline{\sigma}_b)$.

Pasando al caso del túnel con sección a techo bicéntrico, las fórmulas (18) se simplifican en:

$$\begin{aligned} \overline{X}_p &= (X_p - X_{o'}) \begin{Bmatrix} -\cos\alpha \\ -\cos\beta \end{Bmatrix} + (Y_p - Y_{o'}) \begin{Bmatrix} -\operatorname{sen}\alpha \\ -\operatorname{sen}\beta \end{Bmatrix} \\ \overline{Z}_p &= (X_p - X_{o'}) \begin{Bmatrix} \operatorname{sen}\alpha \\ \operatorname{sen}\beta \end{Bmatrix} + (Y_p - Y_{o'}) \begin{Bmatrix} \cos\alpha \\ \operatorname{sen}\beta \end{Bmatrix} \end{aligned} \qquad (24)$$

mientras que las (19) se simplifican en:

$$\sigma_x = \bar{\sigma}_x \begin{cases} \cos^2\alpha \\ \operatorname{sen}^2\beta \end{cases} - \bar{\tau}_{xz} \begin{cases} 2\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha \\ 2\operatorname{sen}\beta\cos\beta \end{cases} + \bar{\sigma}_z \begin{cases} \operatorname{sen}^2\alpha \\ \cos^2\beta \end{cases}$$

$$\begin{matrix} \sigma_y = \bar{\sigma}_x \\ \sigma_z = \sigma_y \end{matrix} \begin{cases} \operatorname{sen}^2\alpha \\ \cos^2\beta \end{cases} + \bar{\tau}_{xz} \begin{cases} 2\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha \\ 2\operatorname{sen}\beta\cos\beta \end{cases} + \bar{\sigma}_z \begin{cases} \cos^2\alpha \\ \operatorname{sen}^2\beta \end{cases}$$

$$\tau_{yz} = \bar{\tau}_{xy} \begin{cases} \operatorname{sen}\alpha \\ \cos\beta \end{cases} + \tau_{zy} \begin{cases} \operatorname{sen}\alpha \\ \cos\beta \end{cases} \qquad (25)$$

$$\tau_{zx} = \tau_{yz} \begin{cases} \operatorname{sen}\alpha \\ \cos\beta \end{cases} - \bar{\tau}_{xy} \begin{cases} \cos\alpha \\ \operatorname{sen}\beta \end{cases}$$

$$\tau_{xy} = -\bar{\sigma}_x \begin{cases} \cos\alpha\ \operatorname{sen}\alpha \\ \operatorname{sen}\beta\ \cos\beta \end{cases} + \bar{\tau}_{yz} \begin{cases} 2\operatorname{sen}^2\alpha - 1 \\ 2\cos^2\beta - 1 \end{cases} + \bar{\sigma}_z \begin{cases} \operatorname{sen}\alpha\cos\alpha \\ \operatorname{sen}\beta\cos\beta \end{cases}$$

en donde se consideran las expresiones superiores o inferiores, según el perno al cual se refiere el cálculo esté situado en la porción AB (con centro en 0_1) o en la BC (con centro en 0_2) del techo (figura 22). (β y α en este caso tienen el mismo significado geométrico).

Queda ahora definir, así como se hizo para el túnel rectángular, un criterio para la determinación del radio de acción de la sumatoria en la ecuación (20). Supóngase que para cada perno sea posible considerar un estado de tensión localizado en un cono circular coaxial con el bulón, con vértice en el centro del túnel y con un ángulo de abertura al vértice " w ", y que afuera de este cono las tensiones tienen valores prácticamente despreciables.

Entonces se tratará de fijar en cada caso el valor del ángulo " w "; esto es posible mediante el estudio de la distribución de las tensiones

alrededor de un sólo perno del que se conocen el largo y la fuerza aplicada. En los ejemplos que se comentarán se ha tomado w/2 = 20° obteniéndose de esta forma resultados satisfactorios.

En consecuencia, como se ha comentado con anterioridad, la sumatoria en cada caso se extenderá solamente a los " N " pernos cuyos conos de acción contengan en su interior el punto " P " en el que se está calculando el estado de solicitación.

Es importante notar que en todo tipo de sección del túnel, en la evaluación del estado de tensión debido al esquema de bulonado, debe tenerse en cuenta no solamente el efecto de los pernos colocados en la sección a la que pertenece " P ", sino que también de aquellos ubicados en secciones adyacentes, teniendo siempre como base el criterio expuesto del área de influencia, o mejor dicho del volúmen de influencia de cada perno.

En las figuras 25 se reportan los estados de esfuerzos debidos al esquema de bulonado para dos ejemplos de túnel rectangular y con techo bicéntrico y correspondientes a las secciones concernientes de los pernos, (planos "a" de las figuras 26 y 27).

Los resultados se refieren a dos sistemas de bulonados, cuya esquematización se presentan en las figuras 26 y 27 respectivamente para sección rectangular y bicéntrica. En el primer caso el largo de los pernos es de L = 2.0 m., el espaciamiento en sección es de S = S_z = 0.8 m. y la fuerza aplicada de 15.0 ton. Para el túnel con techo bicéntrico, el largo de los pernos es de L = 3.0 m., el espaciamiento en sección es de S = 2.6 m., la distancia entre dos secciones consecutivas bulonadas es de S_z = 0.5 m. y la fuerza aplicada T = 25.0 ton.

La investigación sobre el estado de esfuerzo puede complementarse con el cálculo y análisis de este estado de solicitaciones en planos dife-

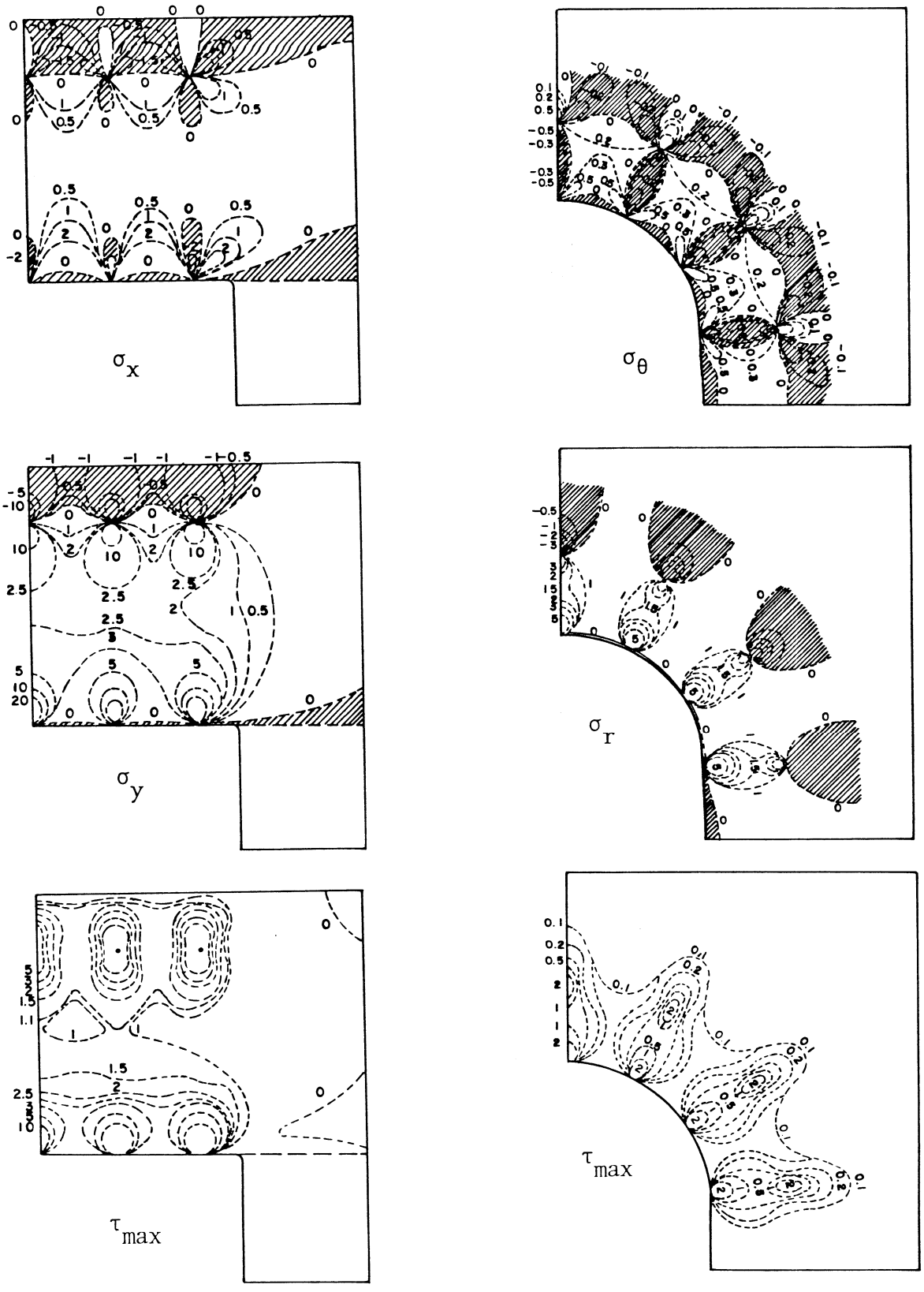


FIG.-25- ESTADOS DE ESFUERZOS DEBIDOS AL BULONADO

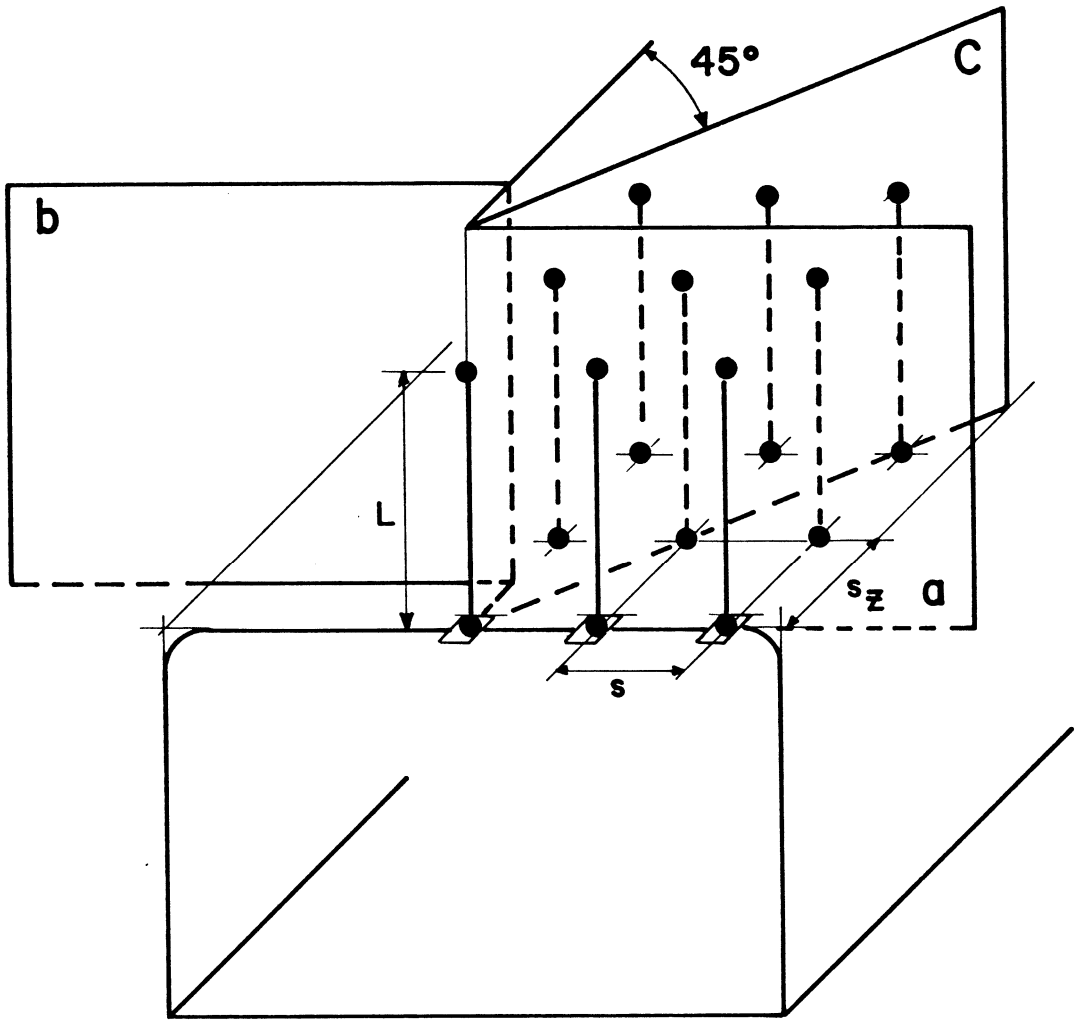


FIG-26- PLANOS DE ANALISIS PARA TUNEL RECTANGULAR

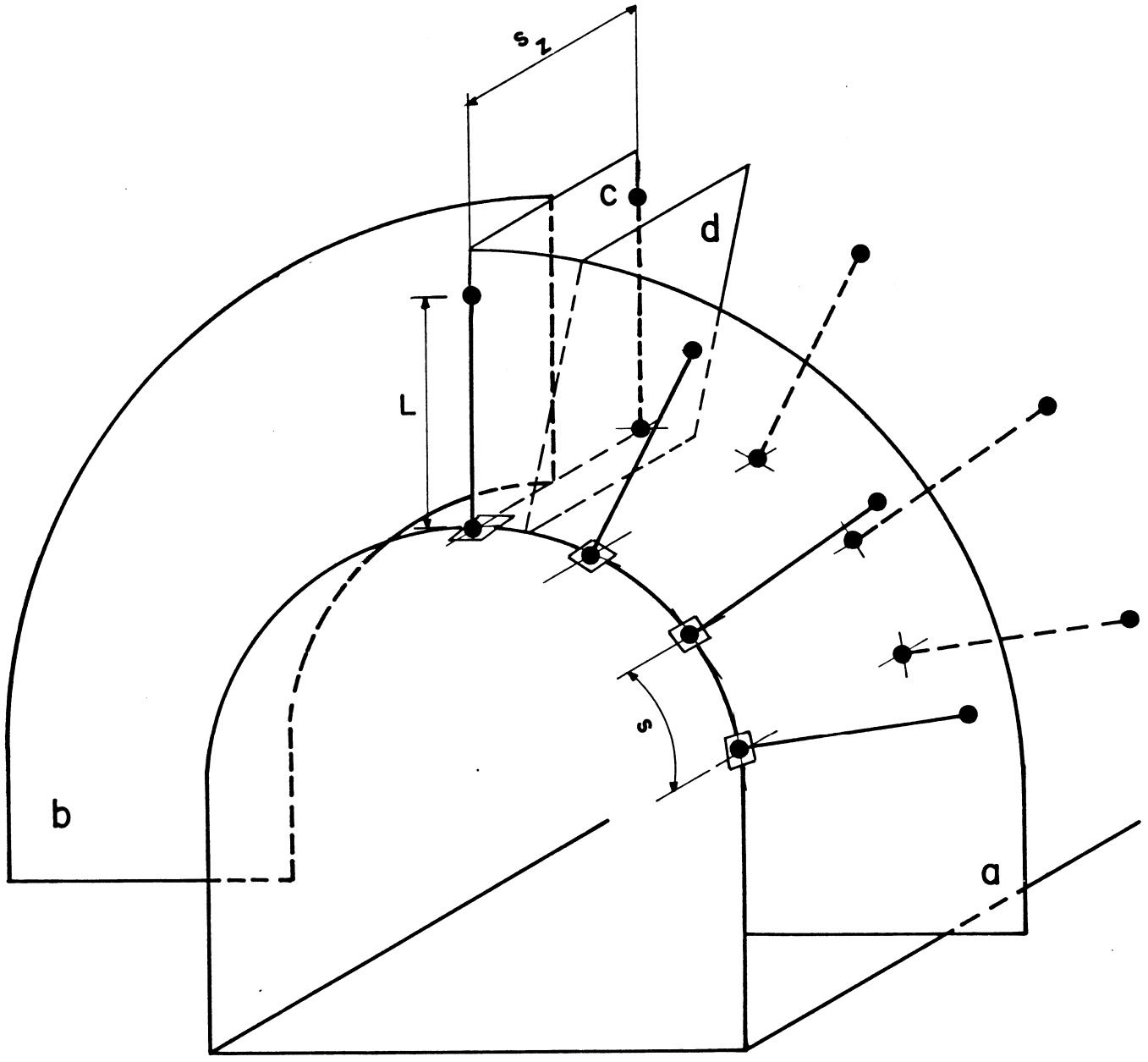


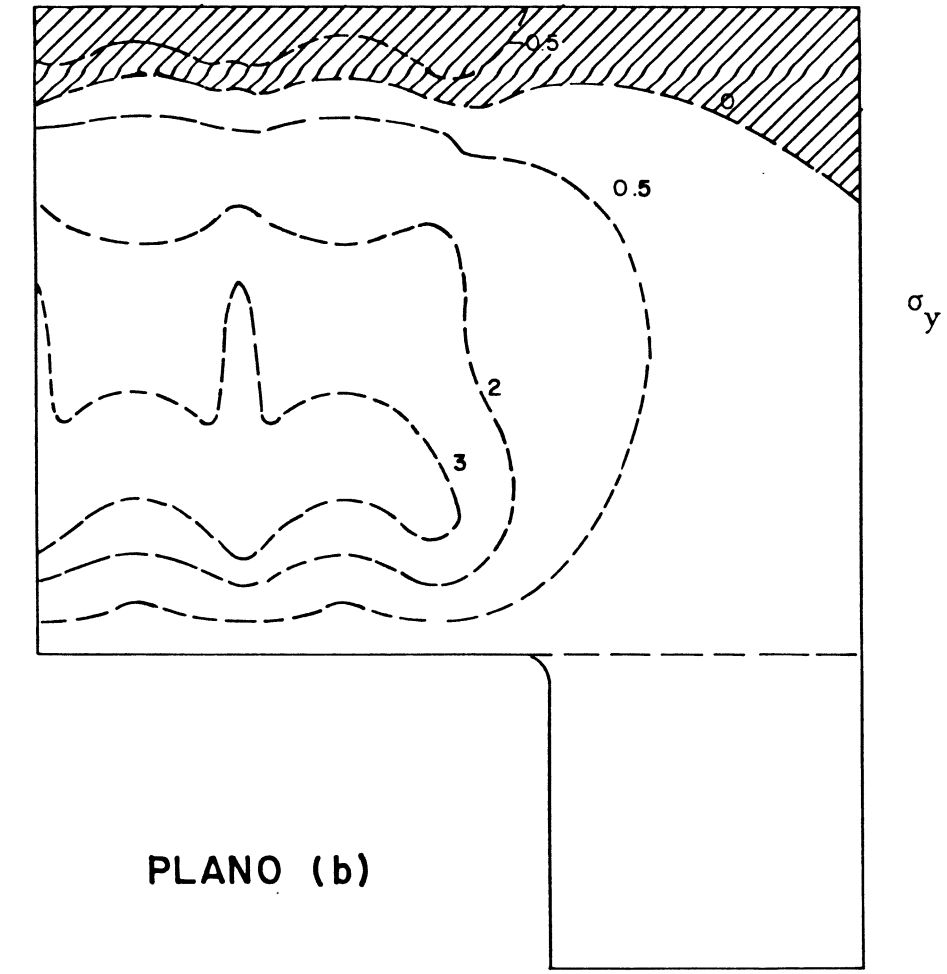
FIG.-27- PLANOS DE ANALISIS PARA TUNEL BICENTRICO

rentes de los contenientes de los pernos, en los ejemplos mostrados por ejemplo, el análisis ha sido conducido también sobre los planos indicados con (b), (c) y (d) en las figuras 26 y 27; los planos (a) son los que contienen los pernos y a los cuales se refieren las figuras 25. Para el túnel rectangular, en la figura 28, se dan los diagramas de las " σ_y " (por ser las más interesantes y representativas) sobre los planos (b) y (c).

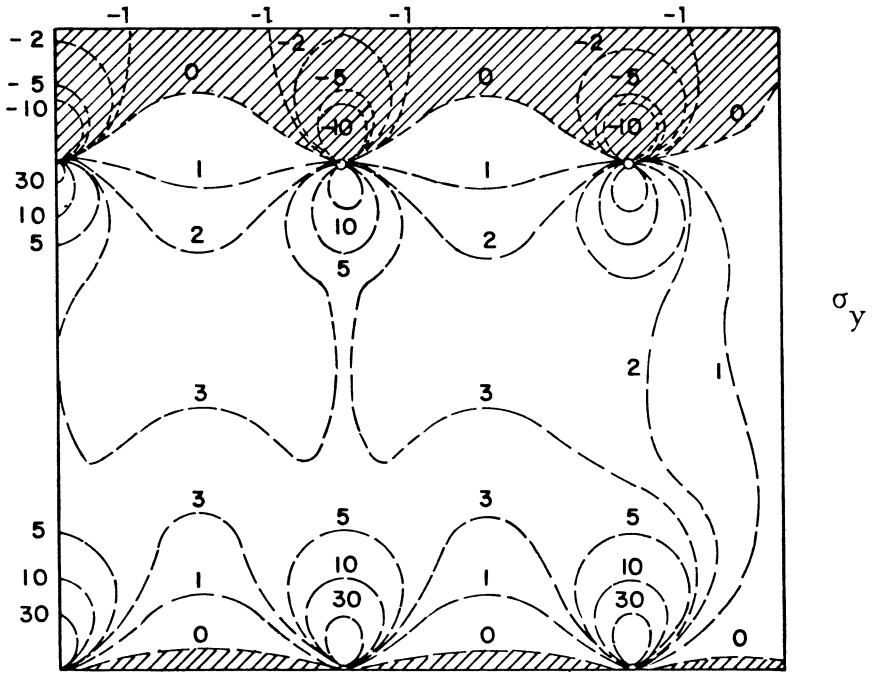
Para el túnel con techo bicéntrico, en las figuras 29, 30 y 31, se dan los diagramas de las " σ_θ " sobre los palnos (b), (c) y (d).

A manera de comentario general sobre todos los diagramas de tensiones presentados puede añadirse, que para las dos geometrías analizadas de sección de túnel, puede notarse que (fig. 25) la acción de los pernos produce un elevado gradiente de las tensiones en los puntos de aplicación de las cargas, y de acuerdo con los resultados relativos al análisis para un perno aislado comentado con anterioridad. Si en particular se considera el efecto de tracción, se nota que este se localiza con diferente extensión, en algunas zonas (áreas rayadas en las figuras), de manera amplia por arriba de los puntos de anclaje y limitado a las zonas más superficiales, en cercanía de las planchas de repartición de las cargas; también hay pequeñas zonas de tracción a lo largo de los ejes de los pernos.

Si en este punto se toma en consideración el efecto producido por la excavación del túnel (figura 24); se pueden fácilmente individualizar zonas de tracción, en correspondencia con el techo de los túneles y concentraciones de esfuerzos en correspondencia con la unión techo-paredes, como resultado de la superposición de los dos estado de solicitaciones analizados hasta ahora separadamente.

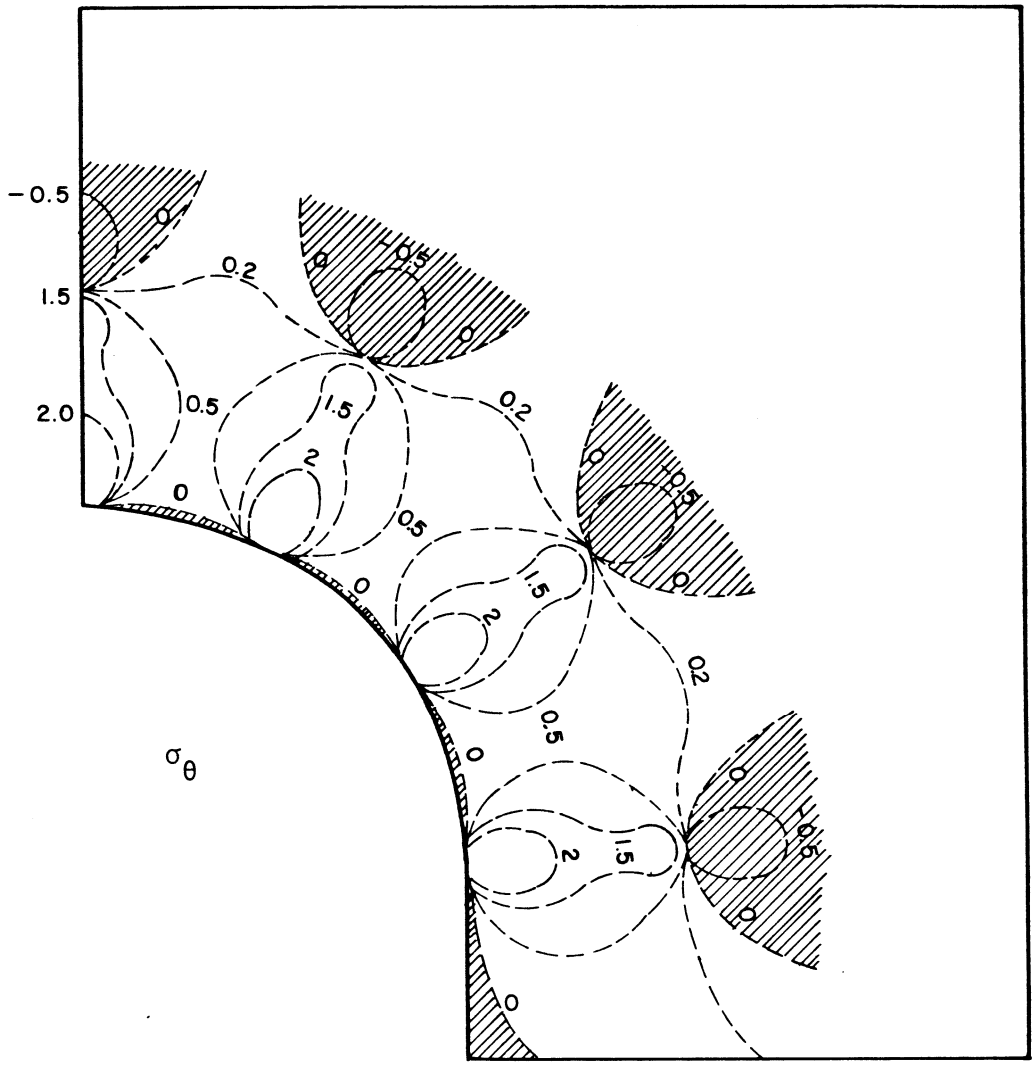


PLANO (b)



PLANO (c)

FIG.-28- ESTADO DE TENSION DE BULONADO PARA TUNEL RETANGULAR



PLANO (b)

FIG.-29- ESTADO DE TENSION DE BULONADO PARA TUNEL BICENTRICO

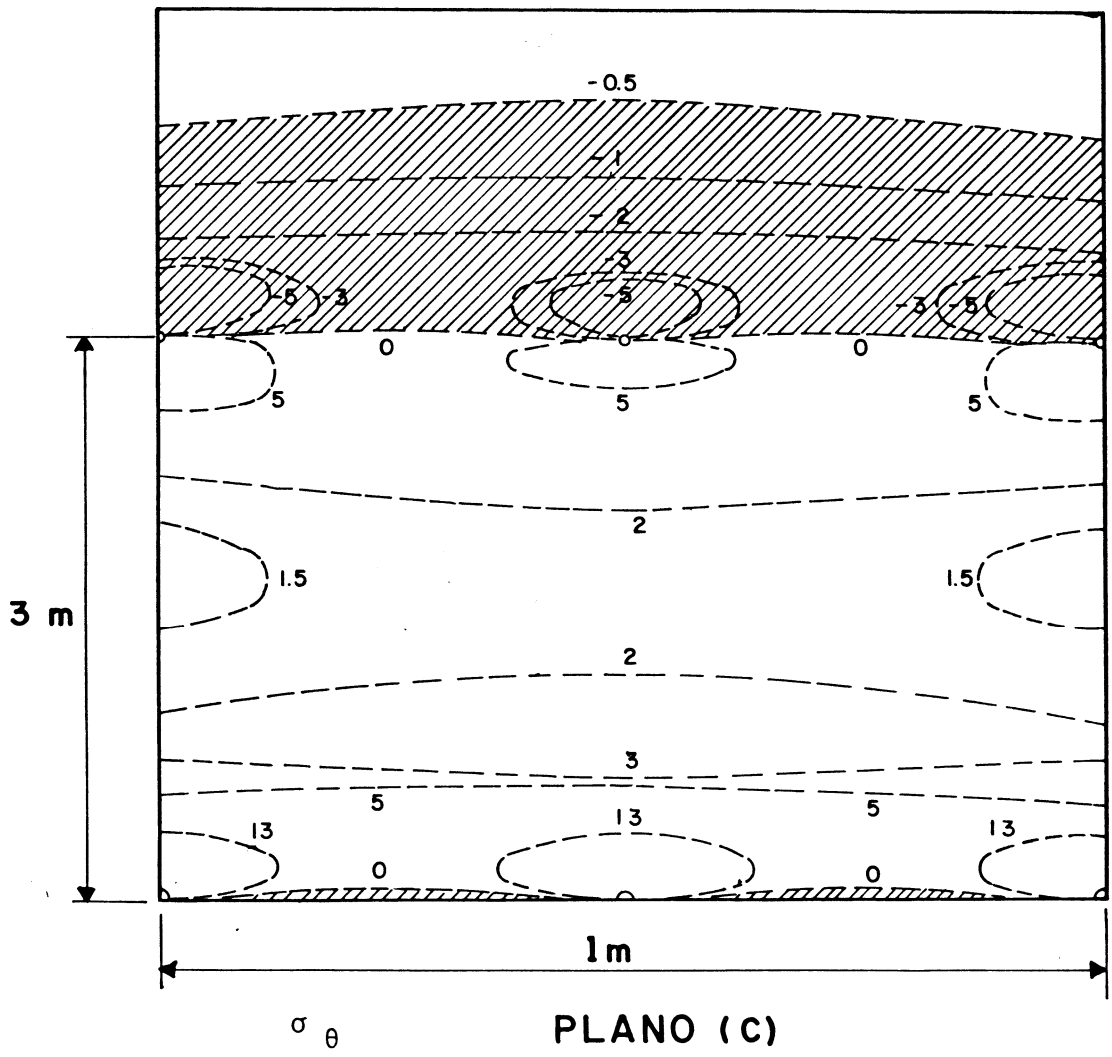


FIG.-30- ESTADO DE TENSION DE BULONADO PARA TUNEL BICENTRICO

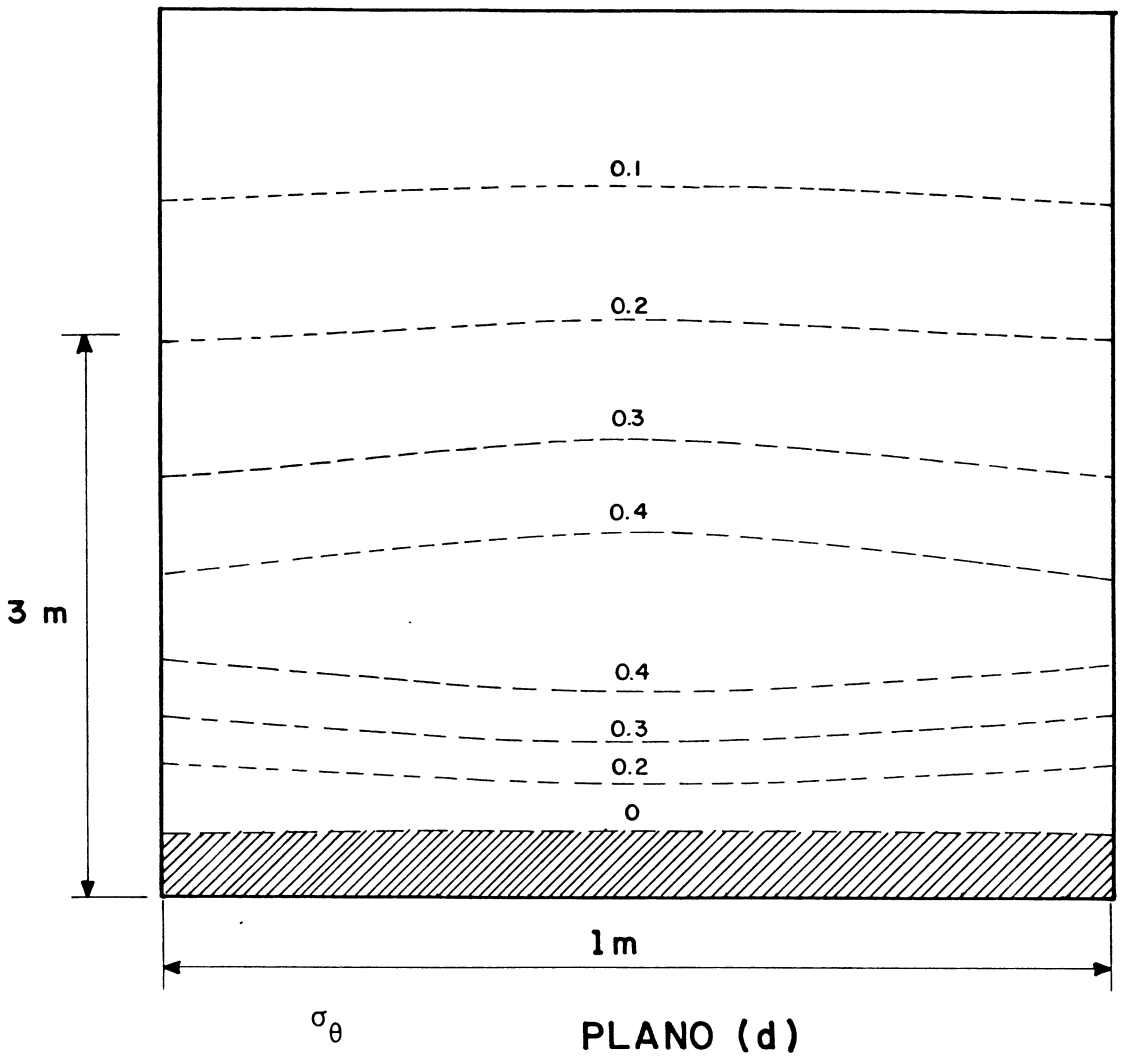


FIG.-31- ESTADO DE TENSION DE BULONADO PARA TUNEL BICENTRICO

ANALISIS DE ESTABILIDAD PARAMETRICO PARA TUNELES CON PERNOS PERPENDICULARES.

Sobre las bases de los resultados obtenidos para el estado de solicitación producido por la excavación de tun túnel, la creación de un esquema de bulonado sobre el techo y las paredes del mismo, y del efecto combinado y superpuesto de estos dos estados de solicitaciones, es posible proceder con diferentes análisis a fin de evaluar la estabilidad de la excavación y sobre todo la influencia de los diferentes parámetros del bulonado sobre la modificación de esta estabilidad.

En este capítulo se utilizan para la evaluación de la estabilidad, los mismos criterios de resistencia ya ilustrados y usados en los análisis realizados para el caso de pernos aislados, y se analizarán los casos correspondientes a túneles en rocas homogéneas y en rocas estratificadas, atribuyendo a éstas las características físico-mecánicas de resistencia ya indicadas con anterioridad y con referencia a las secciones geométricas de condiciones estáticas de los túneles ya usados a manera de ejemplos en los cálculos de los estados de esfuerzos.

Como primer análisis de base se reporta el referente a los túneles en completa ausencia de oernos y se comparan los resultados inmediatamente con los esquemas de bulonado antes analizados y para los cuales se presentó detalladamente el estado de tensión producido en la roca circundante a la excavación.

* En la figura 32, para un túnel rectangular en roca homogénea, donde la rotura ocurre solamente de acuerdo al criterio de la máxima resistencia a tracción simple y, en su forma, la zona de rotura sigue más o menos las líneas isotensoriales de la tracción.

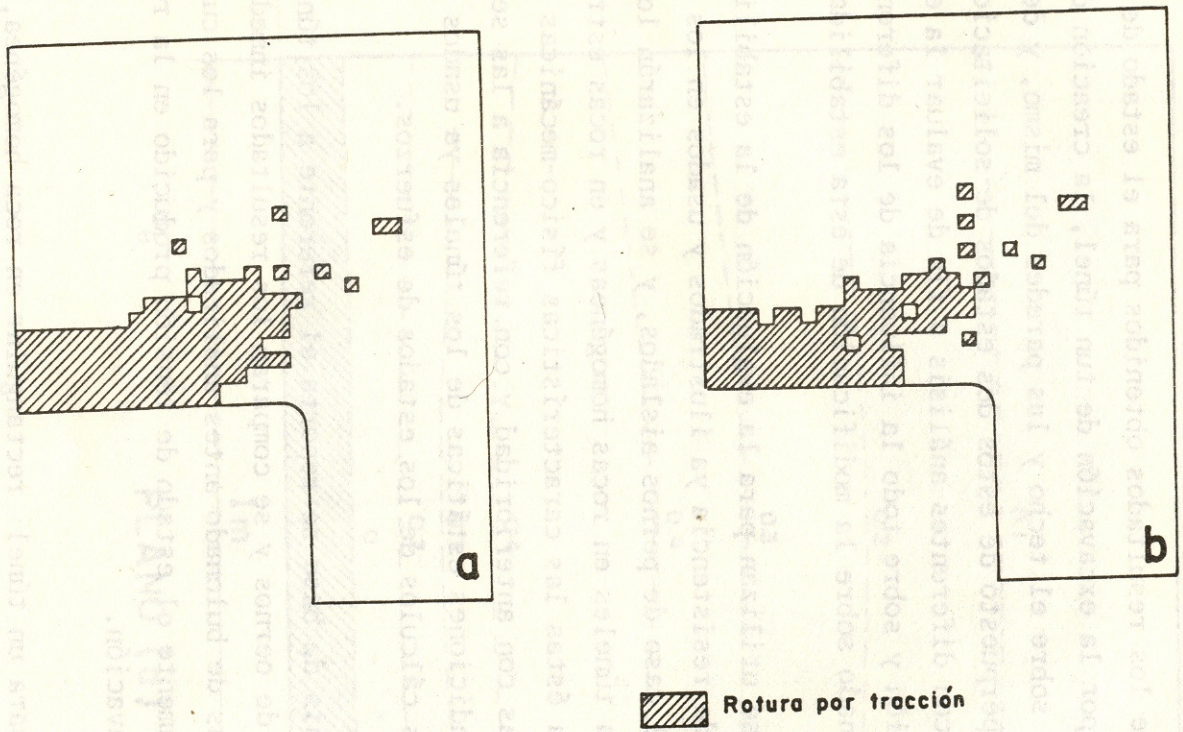


FIG.-32- ZONAS DE ROTURA EN ROCA HOMOGENEA: a) ANTES; b) DESPUES; DEL BULONADO

Para un macizo rocoso conteniendo juntas de estratificación (figuras 33 y 34), la orientación de estas juntas tiene en cambio una notable incidencia sobre el desarrollo de las zonas de rotura: para $\beta = 0°$ (figura 33) la estratificación es vertical y prevalecen las roturas por deslizamiento. La rotura por tracción perpendicular a las juntas se concentra en cercanía del techo; para $\beta = 90°$ (figura 34) la estratificación es horizontal, la extensión y ubicación de las zonas de rotura es claramente más favorable a la estabilidad.

La acción de los pernos colocados verticalmente, no lleva a ventajas prácticas en el caso de la roca homogénea, como para estratificación vertical; en cambio es determinante en la estabilidad de rocas con estratificación horizontal.

* Pasando al caso de túneles con sección a techo bicéntrico, el análisis ha sido conducido para un macizo rocoso homogéneo (figura 35) así como para rocas estratificadas (fig. 36 y 37), una confrontación entre las zonas de fracturas sin y con pernos perpendiculares al techo permite hacer las siguientes observaciones: para roca homogénea la rotura sigue el criterio de la tracción simple y la acción de los pernos logra limitar la extensión de esta. Para estratificaciones verticales, $\beta = 0$, se genera una rotura muy extendida sea por tracción normal sea por deslizamiento en juntas, pero la acción de los pernos limita esta extensión reduciendo la rotura en la zona de techo. La disposición horizontal de la estratificación ($\beta = 90°$), va claramente a favor de la estabilidad que mejora aún más con la presencia de los pernos los cuales eliminan completamente las roturas por deslizamiento.

* Para evaluar en forma cuantitativa el efecto que el bulonado produce sobre la estabilidad de una excavación, es oportuno introducir la relación " Ar/Ao " entre el área del material roto "Ar" y el área de la sección del túnel "Ao". Esta relación depende de la geometría de la sec

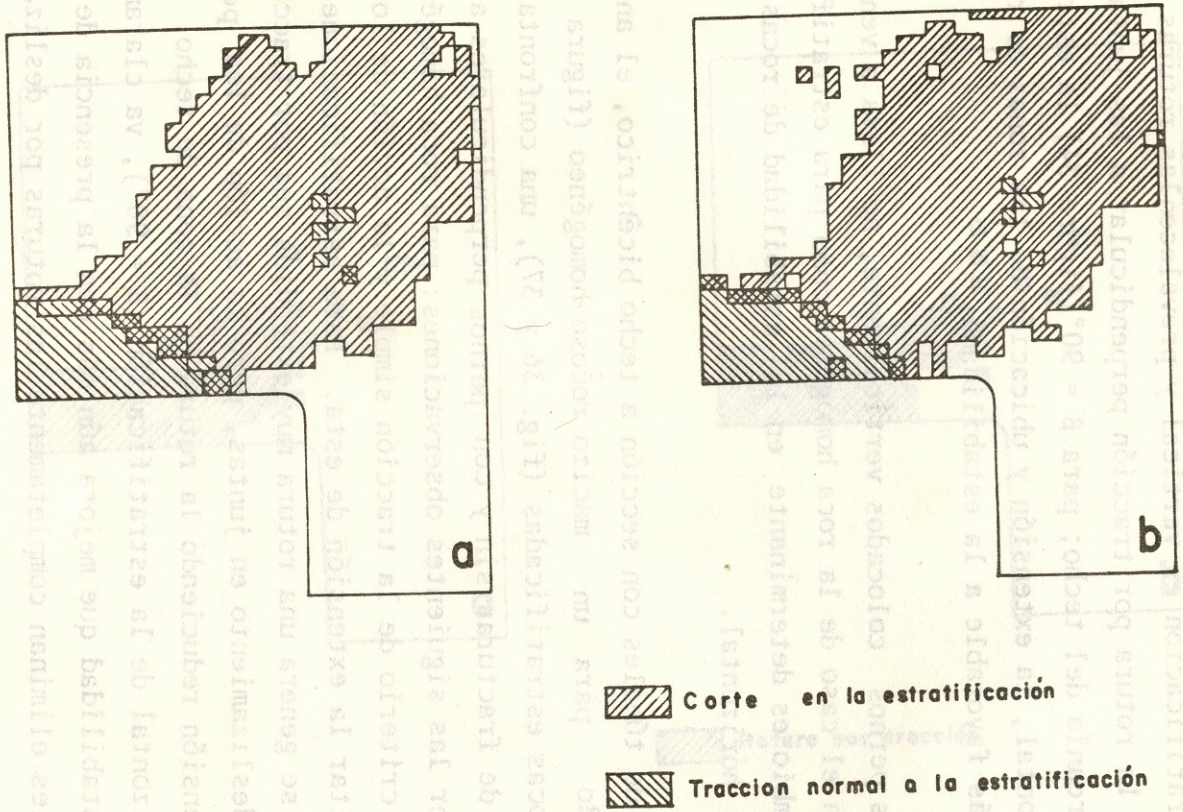


FIG.-33- ZONAS DE ROTURA EN ROCA CON ESTRATIFICACION VERTICAL: a)ANTES; b)DESPUES DEL BULONADO

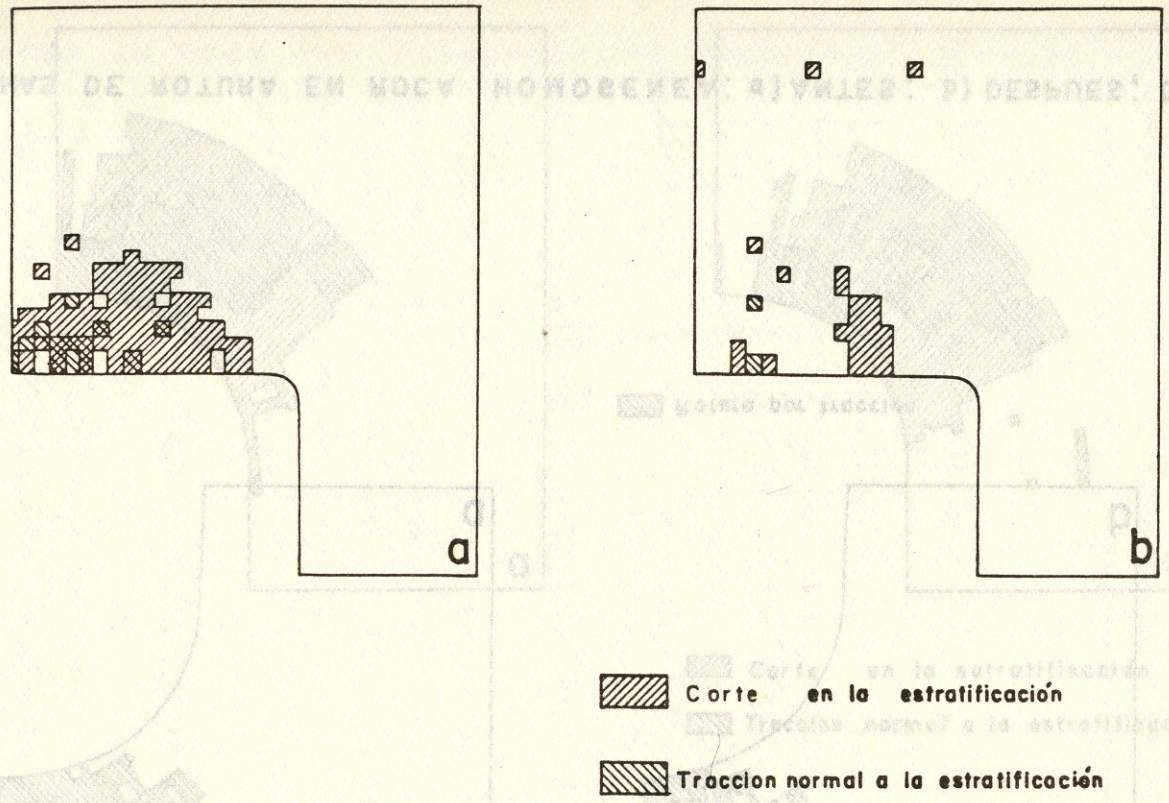


FIG.-34- ZONAS DE ROTURA EN ROCA CON ESTRATIFICACION HORIZONTAL: a) ANTES; b) DESPUES DEL BULONADO

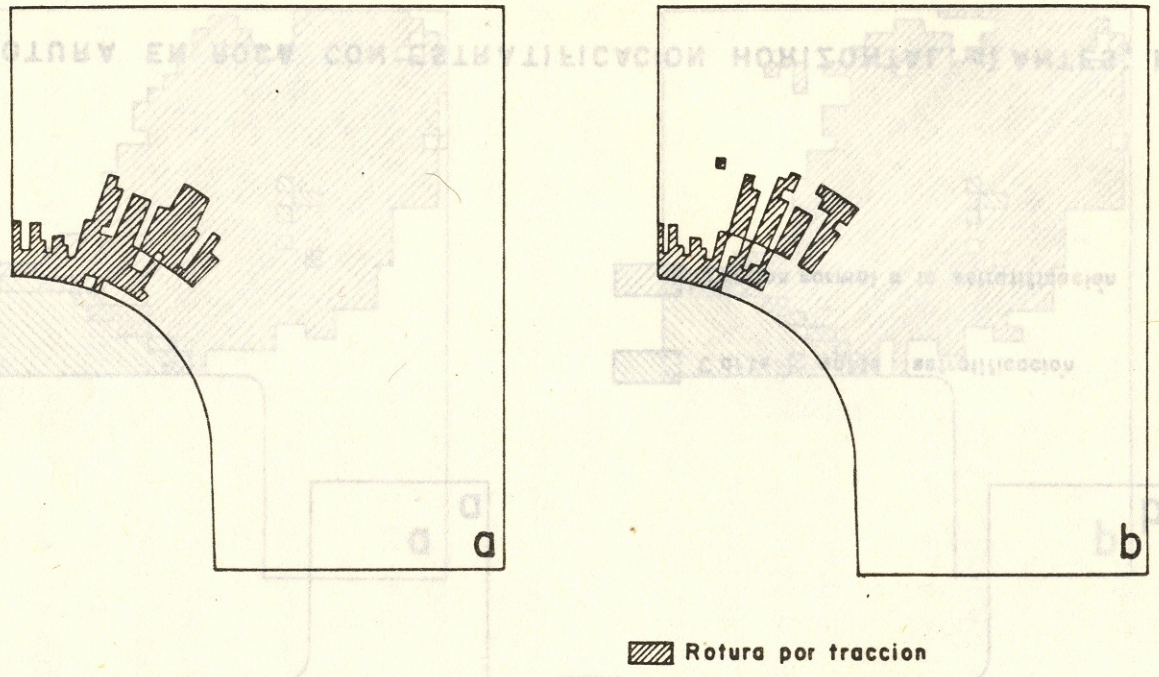


FIG.- 35 - ZONAS DE ROTURA EN ROCA HOMOGENEA: a) ANTES; b) DESPUES; DEL BULONADO

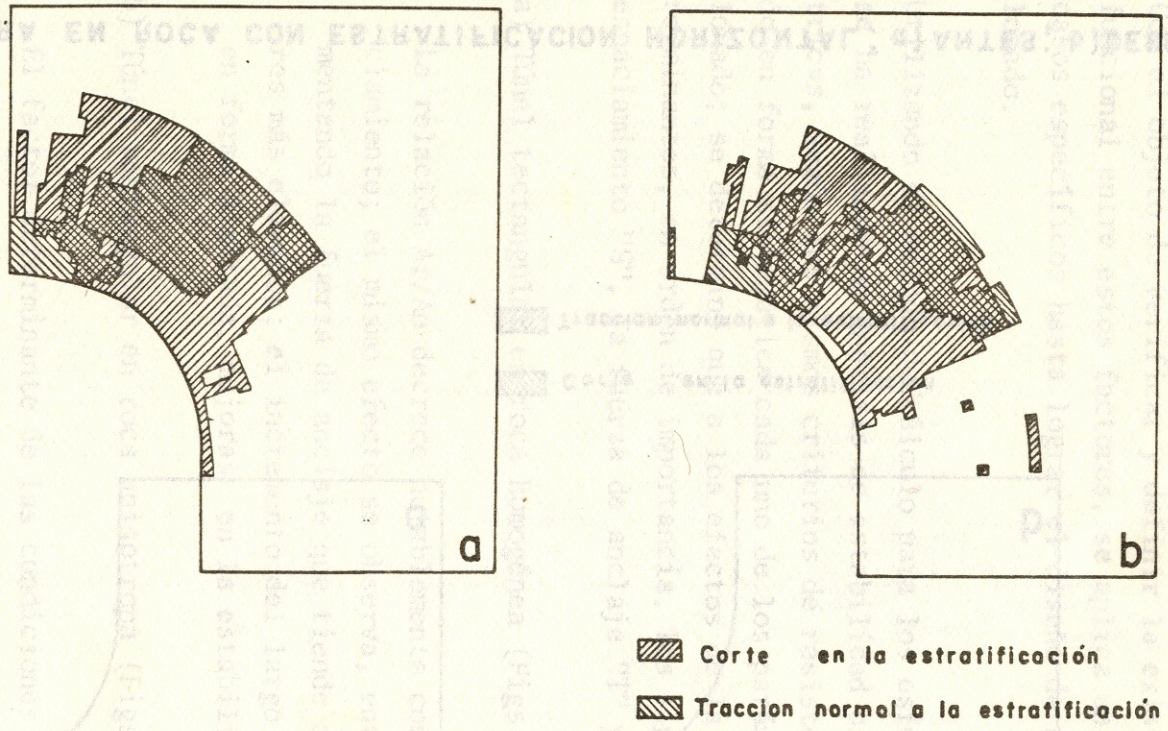


FIG.-36- ZONAS DE ROTURA EN ROCA CON ESTRATIFICACION VERTICAL: a) ANTES; b) DESPUES DEL BULONADO

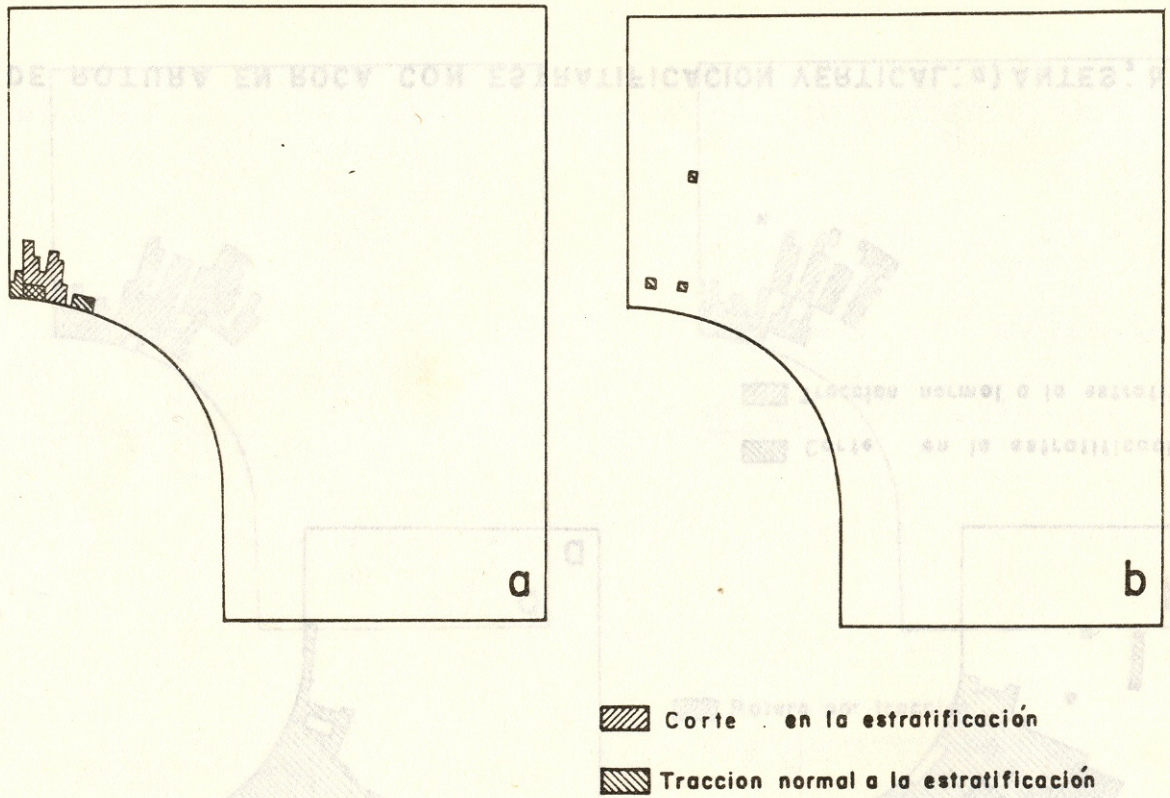


FIG.-37- ZONA DE ROTURA EN ROCA CON ESTRATIFICACION HORIZONTAL: a) ANTES; b) DESPUES DEL BULONADO

ción y de las características del macizo rocoso, además que obviamente del esquema de bulonado.

Con el objeto de verificar y definir la existencia de un ligámento funcional entre estos factores, se aplica un análisis paramétrico a casos específicos hasta lograr el diseño de un esquema óptimo de bulonado.

Utilizando el método de cálculo para los esfuerzos, antes comentado, se ha realizado un análisis de estabilidad para dos secciones geométricas, según los mismos criterios de resistencia ya usados, y variando en forma sistemática cada uno de los parámetros del esquema de bulonado; se determinó que a los efectos de la estabilidad parecen determinantes, en orden de importancia, los siguientes parámetros: el espaciamiento "S", la fuerza de anclaje "T" y el largo del perno "L".

a) Túnel tectangular en roca homogénea (Figs. 38 y 39).

La relación Ar/Ao decrece notablemente con el disminuir del espaciamiento; el mismo efecto se observa, entre ciertos límites, aumentando la fuerza de anclaje que tiende a estabilizarse con valores más elevados; el incremento del largo de los pernos produce, en forma limitada, mejoras en la estabilidad.

b) Túnel rectangular en roca anisotropa (Figs. 40 y 41).

El factor determinante de las condiciones de estabilidad es la orientación de las discontinuidades; en efectos la estabilidad se vuelve más o menos crítica al aumentar la inclinación de los estratos con respecto a la horizontal. La acción de los pernos para valores de β entre 0° y 60°, se hace siempre más débil y hasta negativa; para valores de β entre 60° y 90°; el aumento de la fuerza de anclaje

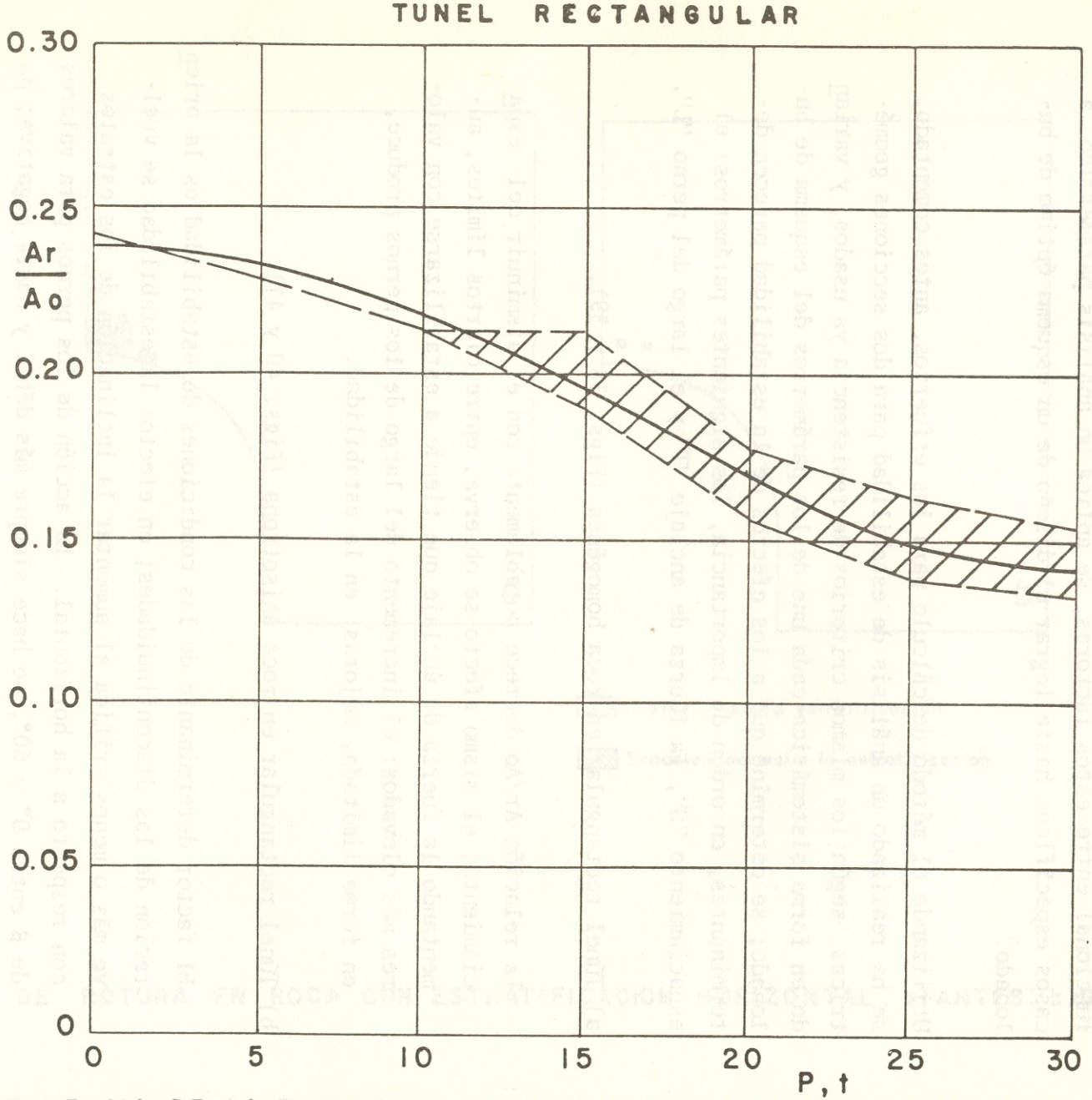


FIG.– 38– INFLUENCIA DE LA FUERZA DE ANCLAJE Y DE LARGO DE LOS BULONES EN ROCA

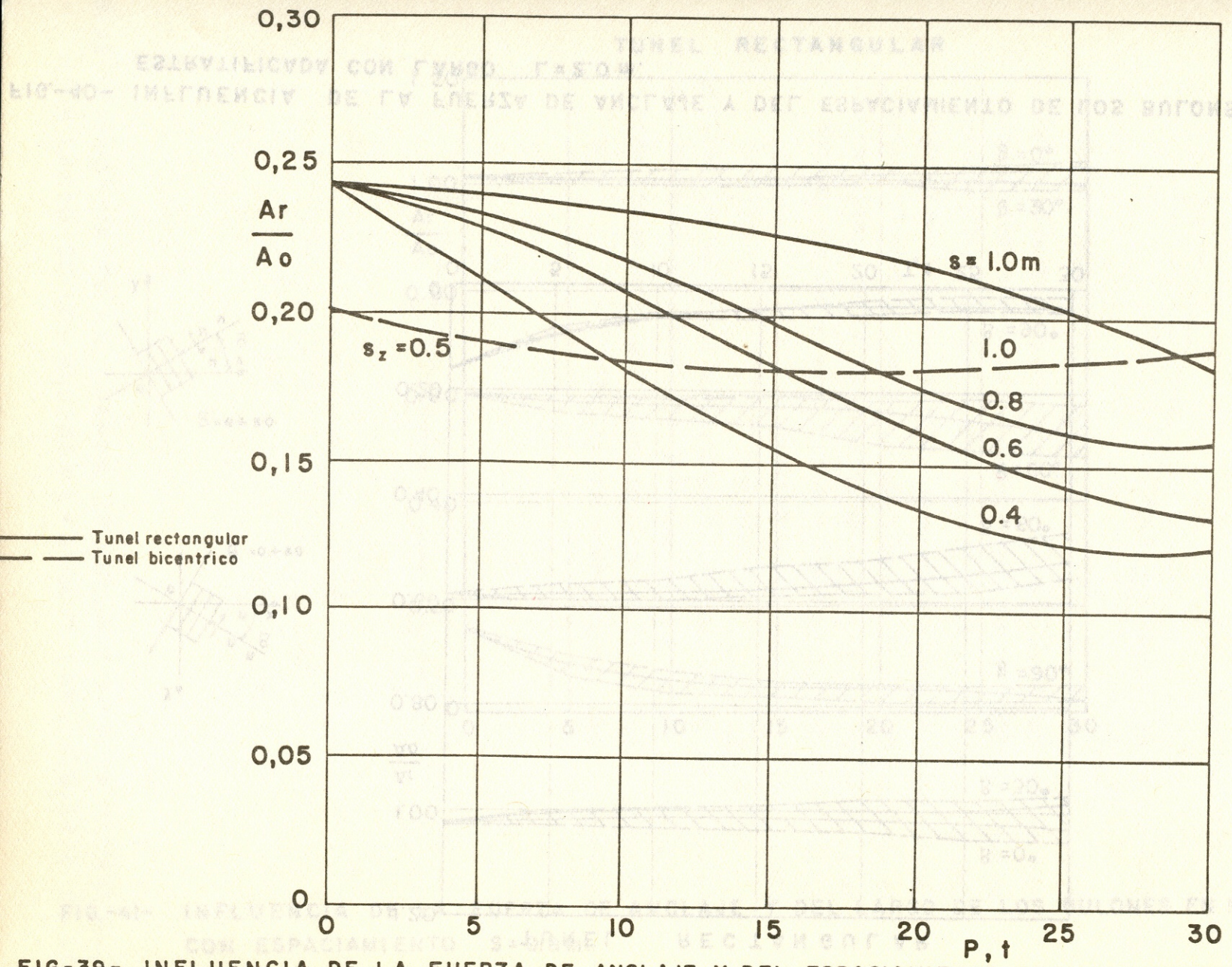
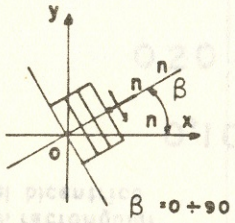


FIG.-39- INFLUENCIA DE LA FUERZA DE ANCLAJE Y DEL ESPACIAMIENTO DE LOS BULONES CON LARGO L=2.0 m. EN ROCA HOMOGENEA.



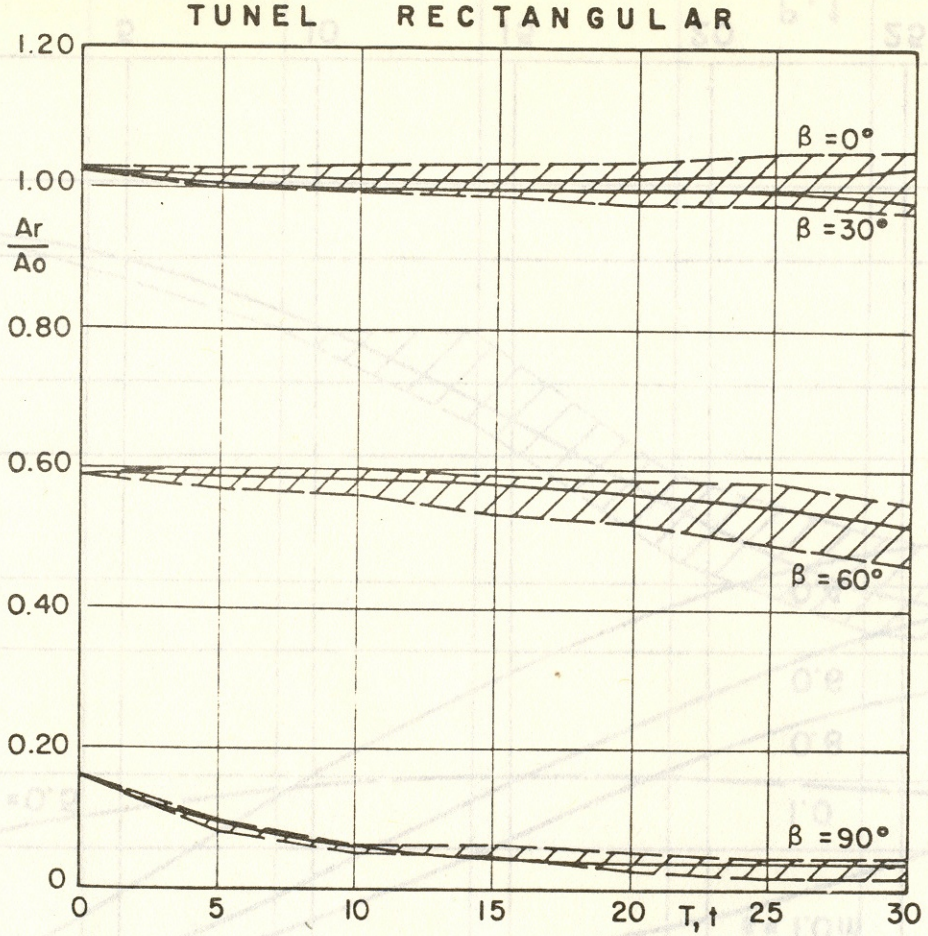
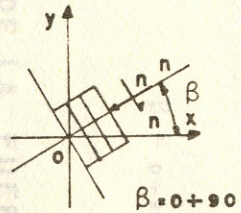


FIG.-40- INFLUENCIA DE LA FUERZA DE ANCLAJE Y DEL ESPACIAMIENTO DE LOS BULONES EN ROCA ESTRATIFICADA CON LARGO L = 2.0 m.



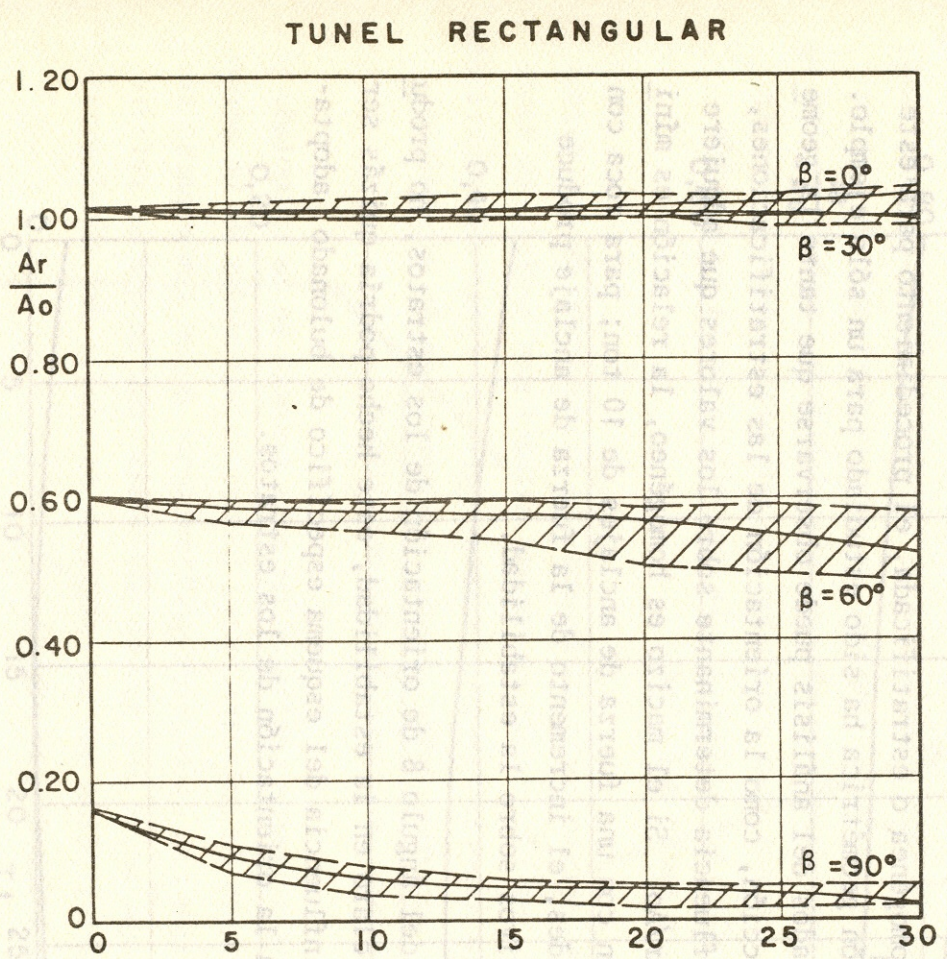


FIG.-41- INFLUENCIA DE LA FUERZA DE ANCLAJE Y DEL LARGO DE LOS BULONES EN ROCA ESTRATIFICADA CON ESPACIAMIENTO S=0.8m.

aplicada va a favor de la estabilidad, en cada caso la disminución de la distancia entre ejes y el aumento del largo influyen positivamente, aunque en medida baja.

c) Túnel con techo bicéntrico (Figs. 39 y 42).

En una roca homogénea o estratificada, el procedimiento para este tipo de sección geométrica ha sido estudiado para un sólo ejemplo. De los resultados del análisis puede observarse que tanto la geometría de la sección, como la orientación de las estratificaciones, tienen una influencia determinante sobre los valores que adquiere la relación Ar/Ao. Si el macizo es homogéneo, la relación es mínima en relación con una fuerza de anclajes de 10 ton; para roca con discontinuidades, el incremento de la fuerza de anclaje produce efectos positivos sobre la estabilidad.

La variación del ángulo β de orientación de los estratos, no produce un efecto claro en la estabilidad, este hecho podría quizás ser debido a la influencia del esquema específico de bulonado adoptado respecto a la orientación de los estratos.

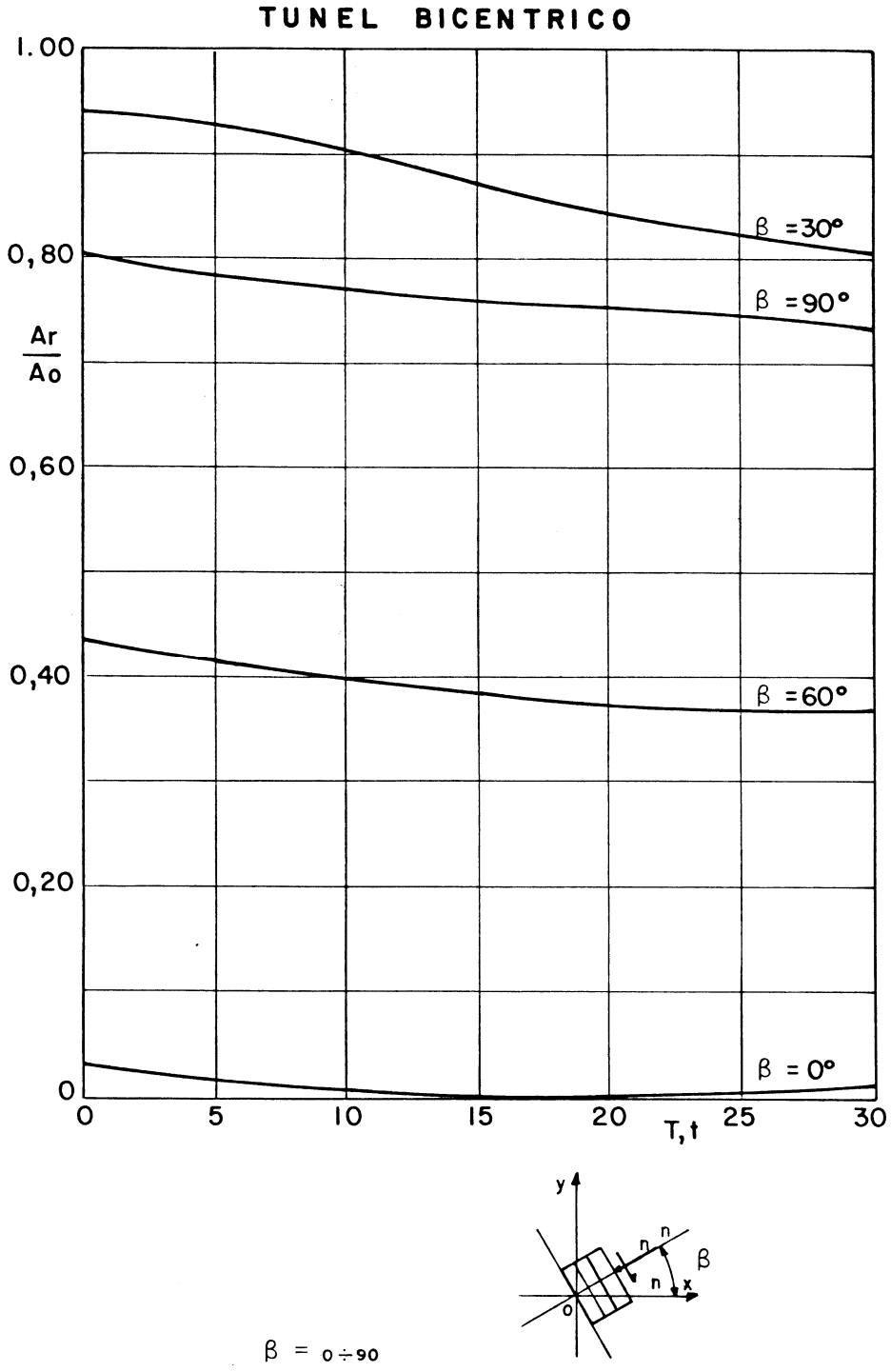


FIG.-42-INFLUENCIA DE LA FUERZA DE ANCLAJE EN ROCA ESTRATIFICADA CON LARGO DE LOS BULONES L= 3.0 m. Y ESPACIAMIENTO S = 1.0 m.

INFLUENCIA DE LA INCLINACION DE LOS PERNOS

Los análisis realizados en los capítulos precedentes, aunque basados sobre hipótesis de cálculo bastantes restrictivas, han producido una metodología que puede ser empleada en algunos casos de interés práctico a objeto de diseñar y optimizar un esquema de bulonado para túneles. En este punto se desea ampliar un poco el horizonte de las bases de cálculo extendiendo la metodología elaborada, también en los casos en que los pernos sean colocados con una orientación diferente de la perpendicular, con respecto a la superficie de la excavación, o las paredes y techo del túnel.

La introducción de este nuevo parámetro (la orientación de los pernos), es sin duda útil en el estudio de muchas situaciones reales, en donde es grandísima la importancia que reviste, para los fines de estabilidad, la orientación recíproca entre pernos y superficies de excavación, aún más entre pernos y planos de discontinuidad.

En uno de los primeros capítulos de este trabajo se ha calculado y analizado el estado de solicitaciones inducidas alrededor de un perno aislado y estudiado con diferentes inclinaciones en un semiespacio rocoso, mientras que no se introducen novedades en lo que se refiere al estado de solicitación que se establece alrededor del túnel, previamente a la colocación de los pernos .

Por lo tanto, sin variar las hipótesis de base y la misma metodología de cálculo ya introducida se tratará de extender el análisis mediante una correcta evaluación del nuevo y más complejo estado de solicitaciones inducido por los pernos inclinados.

En la figura 43 se presenta la nueva esquematización geométrica del problema, indicando los sistemas de referencia utilizados en el caso tomado como ejemplo, de un túnel a sección rectangular.

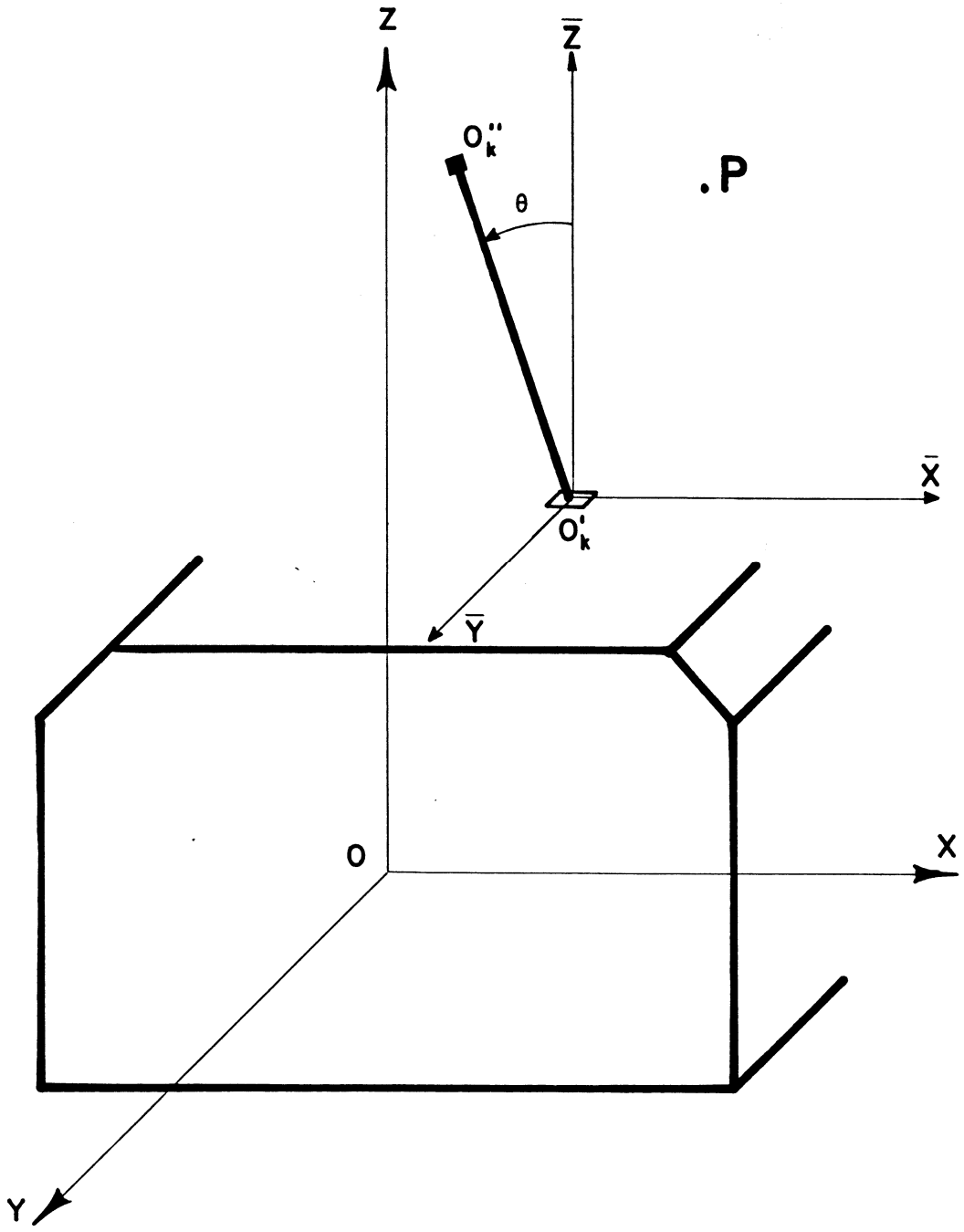


FIG.-43- SISTEMAS DE REFERENCIAS PARA BULONES INCLINADOS.

También este análisis es realizado para macizos rocosos homogéneos y estratificados.

En el primer caso, cualquiera sea la geometría del esquema de bulonado adoptada, esta debe respetar la condición de simetría respecto al eje vertical que pasa por el centro del túnel.

En consecuencia, los pernos alejados de la posición de perpendicularidad a la superficie de excavación, podrán colocarse en una de las dos formas indicadas en la figura 44; la geometría (b) debe sin dudas evitarse debido a que tiende a exhaltar, con efectos negativos la estabilidad, el estado de solicitación existente alrededor del túnel, que justamente se caracteriza por posibles solicitaciones de tracción en el centro del techo del túnel. El análisis será llevado a cabo con referencia a la geometría del esquema (a).

En el caso de túneles en rocas estratificadas, el problema ya no considera las condiciones de simetría respecto a la vertical para el centro del túnel (aparte de los dos casos límites en que las discontinuidades sean perfectamente verticales u horizontales), en consecuencia de esta falta de simetría, el esquema de bulonado será asimétrico y para los fines de los cálculos, todo deberá ser referido a la sección completa del problema.

Para las aplicaciones a un ejemplo específico del análisis de estabilidad, se ha usado el programa de cálculo "ALBA", anexo a este trabajo y para el cual se indica el diagrama en bloques en la figura 45; este programa obviamente permite realizar los análisis anteriormente presentados referentes a pernos colocados siempre en forma perpendicular a la excavación, tratándose de una simple restricción de un caso más general.

Los datos de entrada del programa están representados por un lado por

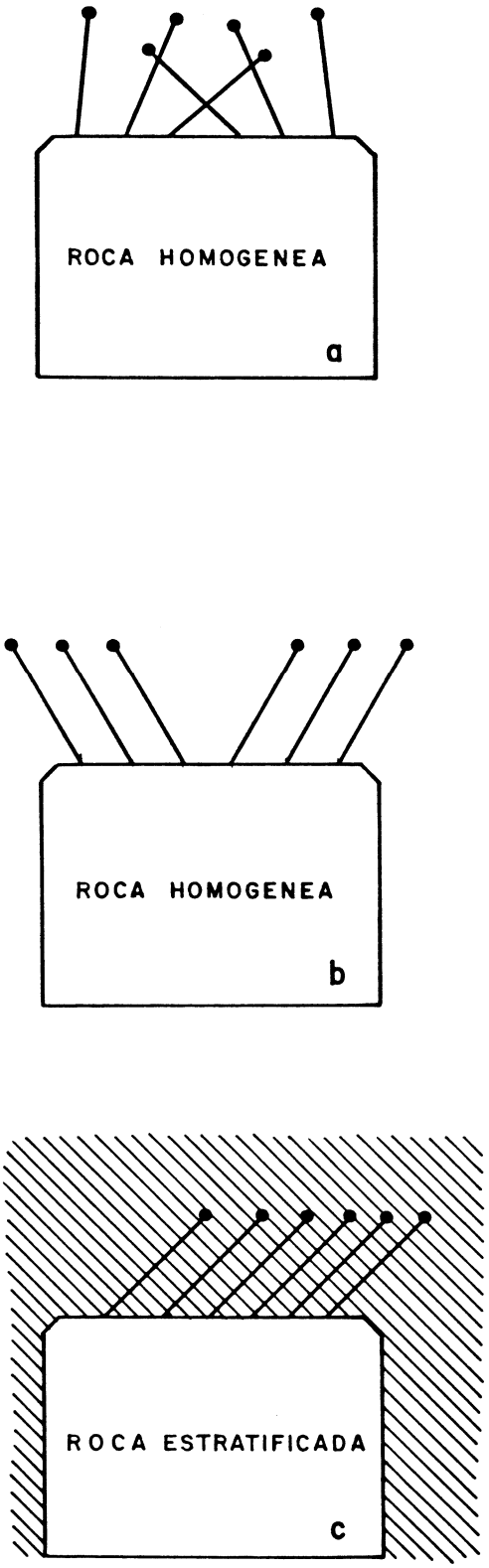


FIG-44- MODELOS ESTRUCTURALES DE LAS ROCAS Y ESQUEMAS DE BULONADOS.

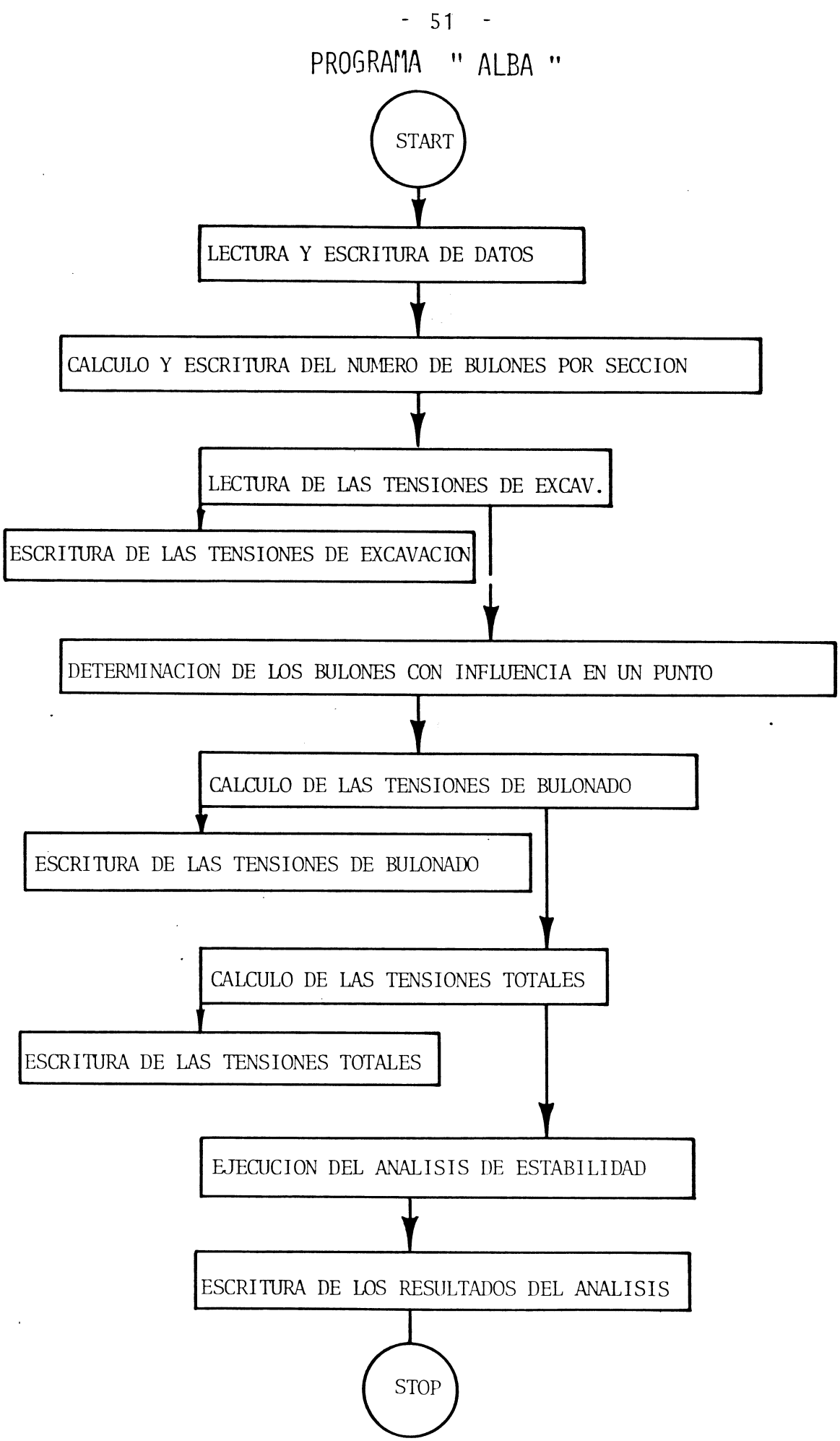


FIG.-45- DIAGRAMA DE BLOQUES DEL PROGRAMA "ALBA"

el estado de esfuerzo debido a la excavación del túnel (a su vez determinado mediante el programa de elementos finitos "FEAST I"), y por el otro por los parámetros del bulonado, en particular: largo de los pernos (2.0 m. en el ejemplo), fuerza de anclaje (15.0 ton.), espaciamiento (70.0 cm.) y separación desde la pared al primer perno (25.0 cm.).

El programa realiza también los análisis de estabilidad con los diferentes criterios adoptados para el macizo rocoso y por lo tanto a los datos de entrada deben añadirse las características de resistencia mecánica de la roca (en el ejemplo son las mismas que se han venido empleando hasta ahora).

* Para el caso de roca homogénea se han obtenido los siguientes resultados (figs. 46 y 47):

La acción de los pernos no lleva a notables ventajas cuando estos están colocados perpendicularmente al techo del túnel (así como se había observado anteriormente); la extensión de la zona de rotura en cambio se reduce en forma considerable pasando a inclinaciones de los pernos más grandes.

Para pernos inclinados de un ángulo $\theta = 60°$ sobre la vertical, el área total de roca fracturada aumenta respecto a la configuración inmediatamente precedente ($\theta = 30°$), pero es importante observar que este aumento se debe a la presencia de una extensa zona de rotura, en cercanía de la unión techo-pared, probablemente inducida por la presencia del perno más periférico.

En cambio en la porción central del techo, con inclinación ($\theta = 60°$) reduce aún más el tamaño de la rotura; por lo cual puede afirmarse que se puede lograr un resultado óptimo, guardando una alta inclinación para los pernos centrales y disminuyéndola para los periféricos.

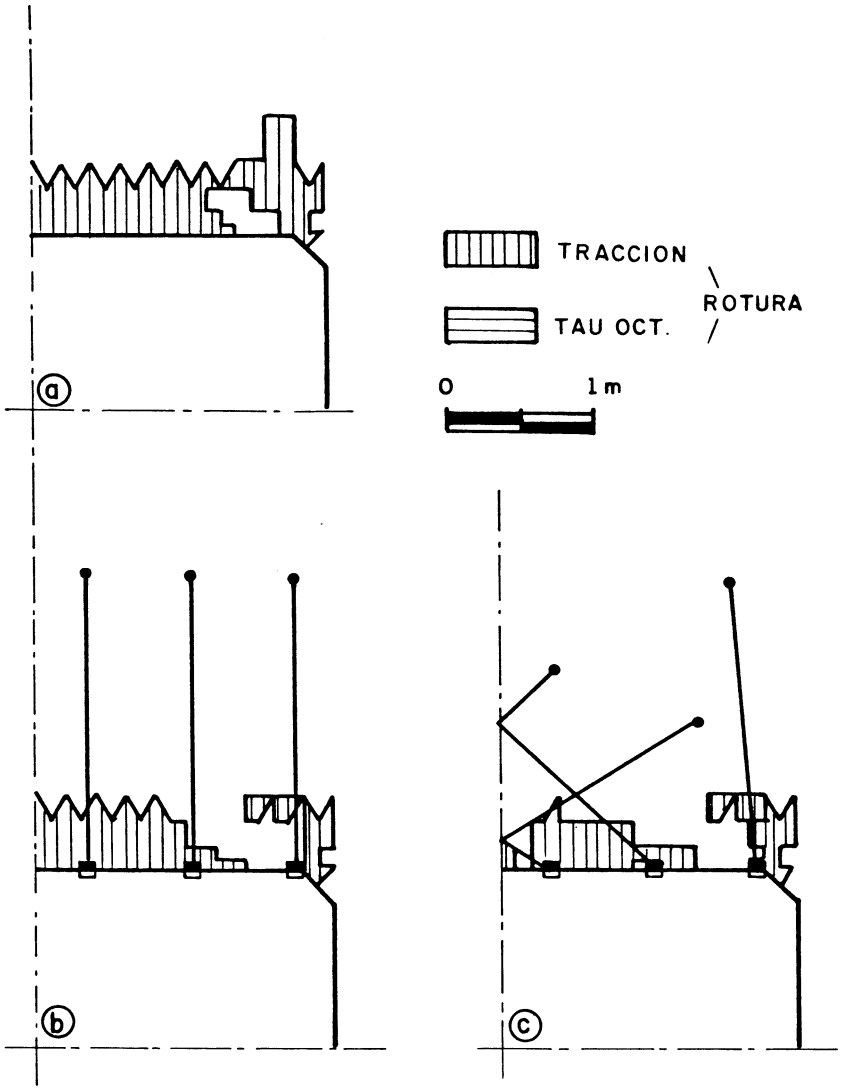


FIG.-46- ZONAS DE ROTURA EN EL TUNEL RECTANGULAR EN ROCA HOMOGENEA.

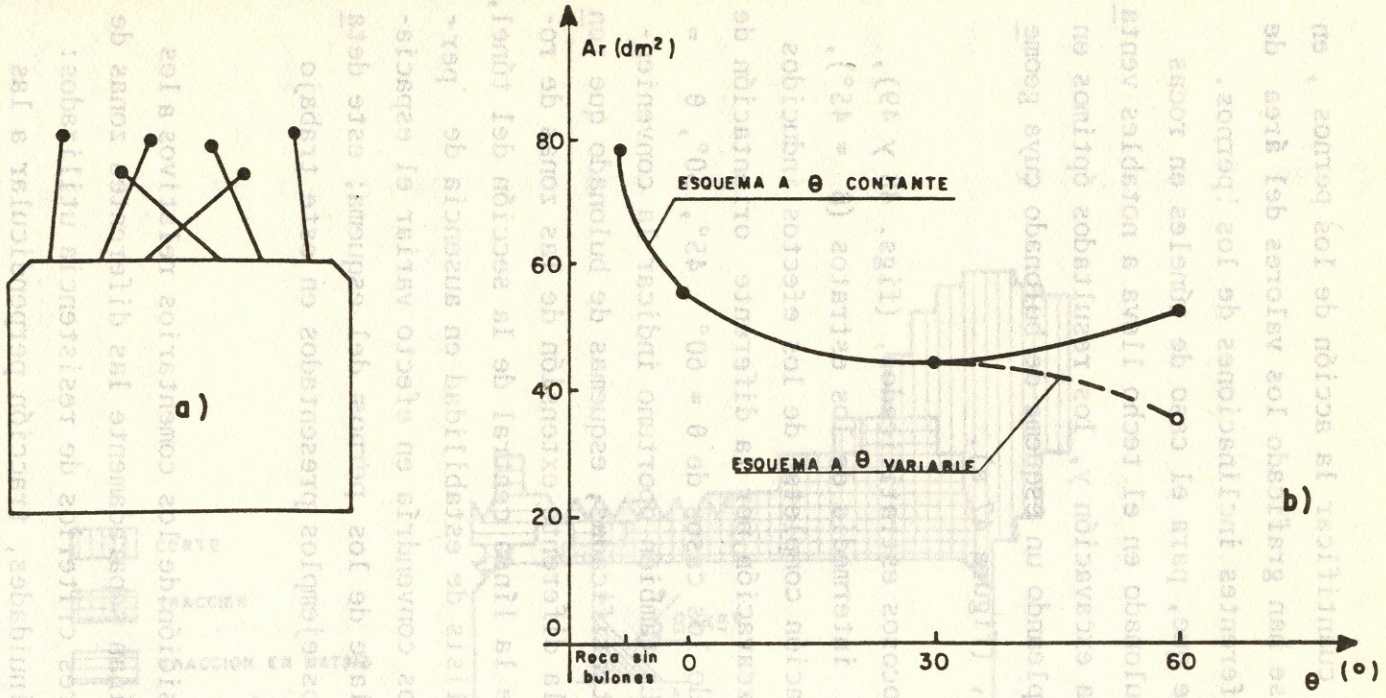


FIG.-47- INFLUENCIA DE LA INCLINACION DE LOS BULONES APLICADOS EN UN TUNEL RECTANGULAR EN ROCA HOMOGENEA Y : a) ESQUEMA OPTIMO DE BULONADO

Con el objeto de enfatizar y cuantificar la acción de los pernos , en el diagrama de la figura 47, se han graficado los valores del área de rotura, en función de las diferentes inclinaciones de los pernos. En conclusión puede afirmarse que, para el caso de túneles en rocas homogéneas, la técnica del bulonado en el techo lleva a notables ventajas para la estabilidad de la excavación y, los resultados óptimos en este sentido, se obtienen empleando un esquema de bulonado cuya geometría simula la de un abanico, (figura 47 a).

* Pasando al caso de macizos rocosos estratificados, (figs. 48 y 49), con una orientación intermedia de los estratos ($\beta = 45°$), se ha realizado una investigación completa de los efectos inducidos sobre la estabilidad de la excavación, por la diferente orientación de los pernos. Se han examinado los casos de $\theta = 60°$, $45°$, $30°$, $\theta = -30°$, $-45°$, y $\theta = -60°$. Es también oportuno indicar la conveniencia de emplear en rocas estratificadas, esquemas de bulonado que tengan efectivamente en cuenta la diferente extensión de las zonas de rotura de un lado y del otro de la línea central de la sección del túnel, así como lo demuestra el análisis de estabilidad en ausencia de pernos (fig. 48). En estos casos convendría en efecto variar el espaciamiento y/o la fuerza de anclaje de los pernos del esquema; este detalle no ha sido estudiadoen los ejemplos presentados en este trabajo por simplificar los cálculos.

Para hacer más clara la exposición de los comentarios relativos a los ejemplos analizados, se examinan separadamente las diferentes zonas de rotura obtenidas, según los tres criterios de resistencia utilizados: deslizamiento en las discontinuidades, tracción perpendicular a las discontinuidades y tracción en la matríz rocosa.

a) También en el caso de roca reforzada con pernos, la rotura por deslizamiento a lo largo de las discontinuidades o estratificaciones, representa algo cuantitativamente predominantemente respecto a los

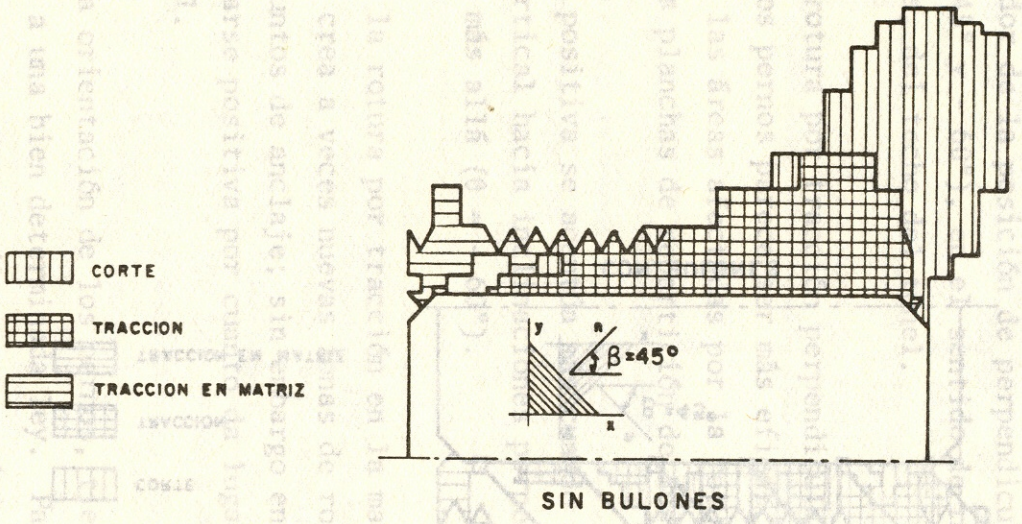


FIG.-48- ZONAS DE ROTURA EN TUNEL RECTANGULAR Y ROCA ESTRATIFICADA ANTES DEL BULONADO

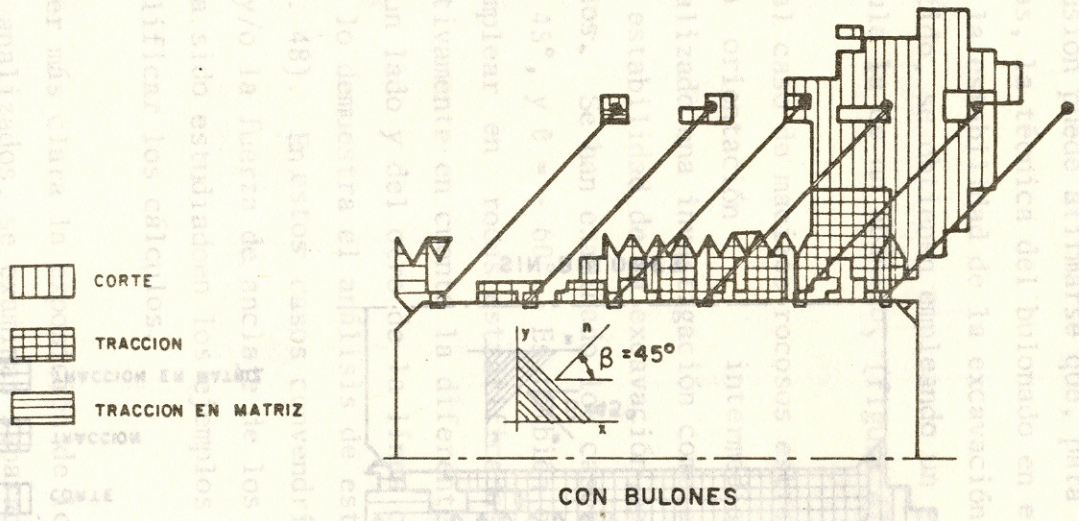


FIG.-49- ZONAS DE ROTURA EN TUNEL RECTANGULAR Y ROCA ESTRATIFICADA DESPUES DEL BULONADO.

otros tipos de rotura y la acción de los pernos parece ser bastante limitada.

Esta acción en todo caso se manifiesta en el sentido de hacer desaparecer la rotura en las inmediadas cercanías de las planchas de repartición de los pernos y, solamente para los casos en que los pernos se ubiquen alrededor de la posición de perpendicularidad a los estratos (θ = - 30°, - 45° y - 60°), en el sentido de reducir la rotura en zonas más lejanas, del techo del túnel.

b) En el caso de rotura por tracción perpendicular a las discontinuidades, la acción de los pernos parece ser más eficaz, se observa una sensible disminución de las áreas afectadas por la rotura particularmente en cercanía de las planchas de repartición de los pernos.

Tal influencia positiva se acentúa más cuando los pernos varían desde la posición vertical hacia inclinaciones perpendiculares a los estratos, y también más allá (θ = - 60°).

c) Con respecto a la rotura por tracción en la matríz rocosa, la acción de los pernos, crea a veces nuevas zonas de rotura localizadas en cercanía de los puntos de anclaje; sin embargo en el conjunto la acción puede considerarse positiva por cuanto da lugar a una mejora de la situación general.

En este caso la orientación de los pernos, tiene una incidencia que parece escapar a una bien determinada ley. Pasando en efecto a inclinaciones diferentes, aún inmediatamente próximas, los resultados son a veces muy diferentes y la evolución de las extensiones de la zona de rotura no es contínua, probablemente, así como se comentó en ocasión anterior estos resultados se deben al esquema específico de anclaje y ejemplo tratado.

* En análisis sucesivos, se han considerado también la acción de los pernos para otras posibles orientaciones de los estratos.

  Para $\beta = 30°$ y $\beta = 60°$, se ha realizado el análisis con pernos perpendiculares a la superficie de excavación y con pernos perpendiculares a los estratos, en estos casos, la acción de los pernos se manifiesta en forma más marcada con respecto de la rotura por tracción normal a las discontinuidades; en efecto las extensiones de estas zonas de rotura se reducen bastante con los pernos verticales y en mayor grado con los pernos perpendiculares a la estratificación.

  También las roturas por deslizamiento en la estratificación disminuyen, preferencialmente cerca de las zonas en que resultan aplicadas las fuerzas de los pernos (planchas de repartición y puntos de anclaje), cuando los pernos se colocan perpendicularmente a los estratos.

* En los casos límites de estratificaciones verticales y horizontales, se observa en particular que, cuando los estratos son verticales, los pernos, colocados perpendicularmente al techo del túnel, y en la misma dirección de los estratos, no dan lugar a beneficios sobre la estabilidad; esta mejora en cambio con pernos inclinados y colocados según el mismo esquema geométrico, de abanico, considerado óptimo en el caso de roca homogénea.

  Cuando los estratos son horizontales, los pernos, aplicados perpendicularmente a la superficie de excavación, y a los mismos estratos, revelan una influencia decididamente positiva. Del examen en cambio de las condiciones de estabilidad de la excavación en presencia de pernos de cualquier forma inclinados, se nota siempre un sensible empeoramiento de la situación global.

PROGRAMA "FEAST" I

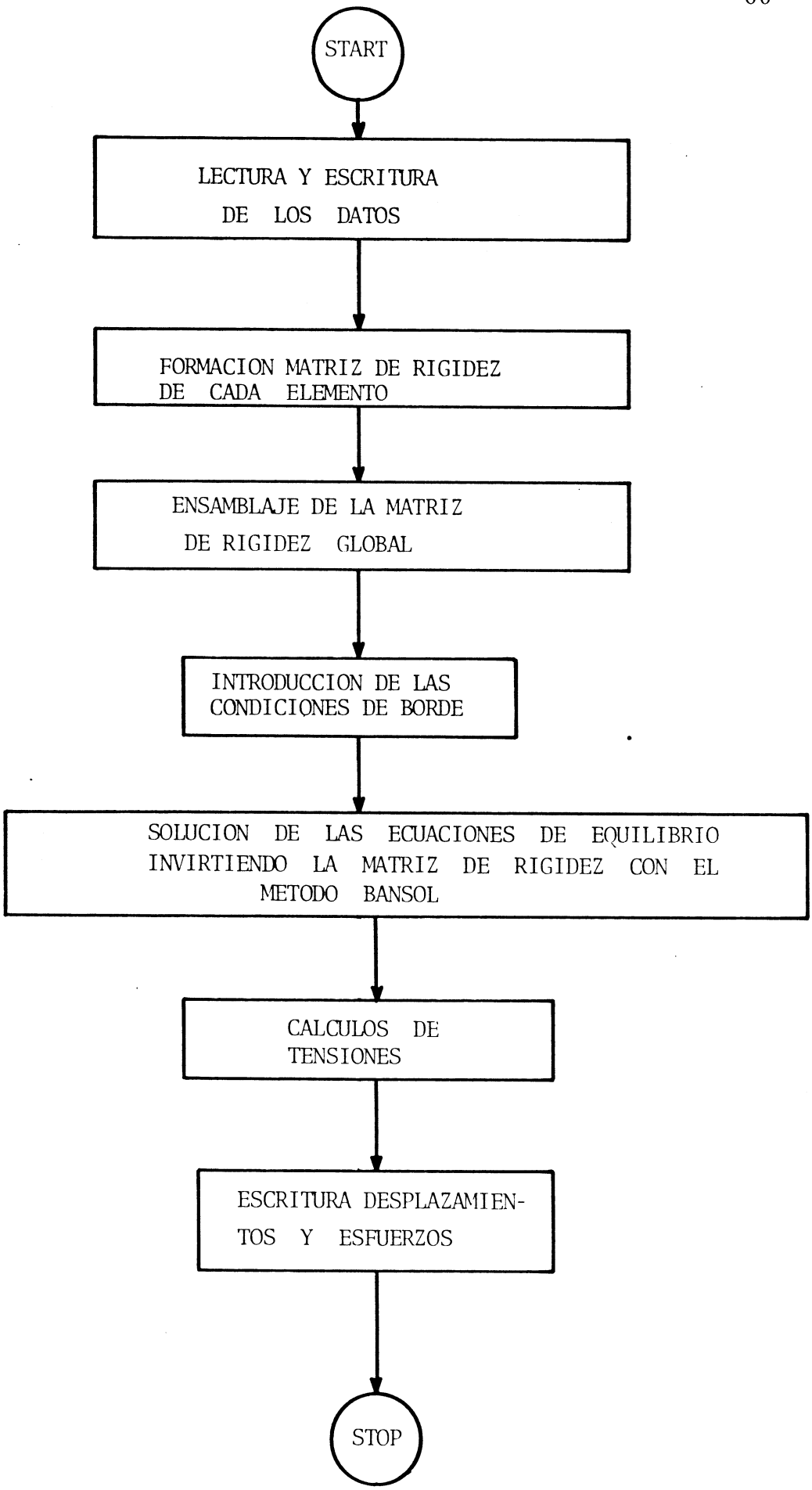


FIG.-50- DIAGRAMA DE BLOQUES DEL PROGRAMA "FEAST" I

CONCLUSIONES, CRITICAS Y PERSPECTIVAS

* El estudio hasta aquí realizado ha ilustrado un método para el análisis de las solicitaciones alrededor de túneles reforzados mediante bulones y así mismo para la ejecución del análisis de estabilidad y optimización del esquema de bulonado.

Considerando el macizo rocoso como homogéneo, isotropo y líneamente elástico, se han determinado con métodos analíticos los esfuerzos producidos por los pernos mientras las tensiones debidas a la excavación han sido evaluadas tomando como recurso el Método de los Elementos Finitos. Superponiendo luego oportunamente los dos campos de esfuerzos, se ha conducido un análisis de estabilidad mediante el uso de determinados criterios de resistencia, basados en la comparación entre las zonas de roturas antes y después del bulonado.

Con respecto a las características de resistencia, el macizo rocoso ha sido considerado como isotropo, y anisotropo conteniendo un sistema de discontinuidades paralelas con diferentes inclinaciones, para dos secciones del túnel: sección rectangular y sección con techo bicéntrico.

Luego se ha evaluado cuantitativamente la influencia, de las condiciones de estabilidad, de los diferentes parámetros característicos del esquema de bulonado: espaciamiento, largo, fuerza de anclaje y orientación de los pernos.

De esta forma se ha introducido una metodología para la optimización del esquema de bulonado, basada en la búsqueda del valor mínimo de la relación " Ar/ao ": área de rotura sobre área de la sección del túnel.

* En lo que se refiere a las críticas que pueden hacerse a la metodología presentada, son obviamente numerosas y las principales han sido mencionadas en diferentes ocasiones en el transcurso del presente trabajo.

Desde el punto de vista de las características de las rocas se han considerado las condiciones supuestas de homogeneidad, isotropía y elasticidad lineal.

Un paso adelante se ha hecho introduciendo un modelo de discontinuidades de estratificación; pero como ya se observó, tal esquematización anisotrópica ha sido respectada solamente desde el punto de vista de la aplicación de los criterios de resistencia; habiendo quedado ligado a la esquematización originaria isotrópica al estado de solicitaciones.

También del punto de vista de la efectividad del bulonado; el método empleado para su evaluación presenta algunos aspectos criticables. Entre estos, es esencial el hecho que el método se limita a la comparación de las dos situaciones antes y después del bulonado, haciendo completa abstracción de las modificaciones inducidas en la roca por la excavación del túnel; modificaciones éstas que ciertamente ocurren en el lapso de tiempo comprendido entre las dos operaciones de excavación y bulonado. Esta crítica en efecto tiene cierta validez cuando el bulonado de la roca sigue inmediatamente a la abertura de la excavación así como se ha considerado en este estudio.

Otra de las numerosas hipótesis simplificadoras introducidas es la esquematización misma del perno mediante dos fuerzas aplicadas en dos puntos precisos (plancha de repartición y punto de anclaje). De esta forma se están despreciando los fenómenos importantes, que se verifican a nivel de estado de solicitación, especialmente en la zona del punto de anclaje. En efecto es bien conocido que para rocas con baja o mediana resistencia, se verifica en correspondencia de esta zona una progresiva

plastificación determinada por la intensidad de las cargas aplicadas. Por otro lado, también las rocas con elevada resistencia ponen el problema de las condiciones que se verifican en el punto de anclaje.

* Pasando como conclusión a las perspectivas de una mayor profundización del estudio iniciado en este trabajo, los campos que se abren son muchos y amplios; en todo caso la investigación deberá dirigirse hacia la sucesiva eliminación, o por lo menos limitación, de los principales defectos e imprecisiones del método presentado.

Por ejemplo evaluar la capacidad portante del punto de anclaje en rocas de diferente naturaleza, reviste mucho interés, desde el punto de vista del cálculo de los esquemas de bulonado y a objeto de interpretar en forma correcta las pruebas de cargas que se hacen sobre pernos. Las leyes que se podrían tomar para el comportamiento de la roca en una investigación de este tipo son: la elástica líneal, elástica no líneal con resistencia a tracción nula o finita y con límite de resistencia al corte; elástica no líneal por ejemplo de tipo hiperbólico; viscoelastoplástica; etc. El estudio deberá ser conducido mediante el uso del método de los elementos finitos y una esquematización del problema en simetría axial.

Para lo que se refiere al problema global, también se puede pensar a una esquematización no lineal y a la posibilidad de tomar en cuenta propiedades viscosas y plásticas también en la fase de evaluación del estado solicitacional alrededor del túnel previamente al bulonado.

En principio también puede hacerse abstracción de las fórmulas analíticas introduciendo una esquematización a elementos finitos tridimensionales que comprenda de una sola vez los esfuerzos de excavación y de bulonado.

También no resulta difícil tomar en cuenta en primera aproximación las

mencionadas y modificaciones que se producen en la roca alrededor del túnel antes de que se coloquen los pernos; se tratará de hacer actuar éstos sobre un medio rocoso con características mecánicas completamente diferentes.

Por otro lado la investigación puede ser llevada a cabo sobre procedimientos conceptuales completamente diferentes, por ejemplo evaluando la acción de los pernos en función de simple sostenimiento de la parte de roca que se rompe a consecuencia de la excavación del túnel. El cálculo requiere en este caso la evaluación del área a ser sostenida mediante la determinación de líneas de deslizamiento ligadas al estado de solicitación y prefijados coeficientes de seguridad; este procedimiento es similar al que comúnmente se emplea en la solución de problemas mediante los métodos del equilibrio límite global.

Cuando las solicitaciones naturales inducen alrededor del túnel niveles de esfuerzos tan grandes que puedan causar la formación de una zona plasticizada, el más adecuada criterio de diseño del esquema de bulonado se basa, sobre la ejecución de análisis elasto plásticos. El esquema teórico de solución más frecuentemente aplicado es el de las "curvas características"; este método implica por un lado la determinación de la curva característica (presión interna al túnel - deformación de las paredes) del túnel y, por el otro lado, la definición de la curva característica del sistema de bulonado. Este procedimiento puede a su vez ser implementado tomando apoyo de soluciones analíticas, o soluciones numéricas.

BIBLIOGRAFIA

BARLA G. - On the distribution of stress around openings located in a rock mass. Doctoral Dissertation, Columbia University, New York. (1970).

BARLA G. y CRAVERO M. - Analysis of stress around underground openings reinforced with rock bolts. International Symposium on Underground Openings, Lucerna. (1972).

BOUSSINESQ J. - Applications des potentiels a l'etude de l'equilibre et du mouvement des solides elastiques. Gauthier - Villars, París . (1855).

CERUTTI V. - Sulla deformazione di un corpo elastico isotropo per alcune speciali condizioni ai limiti. Accademia dei Lincei, Roma. (1888).

COATES D.F., COCHRANE T.S. - Development of design specifications for rock bolting from research in Canadian mines. 6th International Mining Congress, Madrid. (1970).

EWOLDSEN H.M., MCNIVEN H.D. - Rock bolting for structural support. Part I and II. Int. J. Rock Mech. Min. Sci., Vol. 6. (1969).

GOODMAN R.E., EWOLDSEN H.M. - A design approach for rock bolt reinforcement in underground galleries. International Symposium on Large Permanent Underground Openings, Oslo. (1969).

LANG T.A. - Rock behavior and rock bolt support in large excavations. Underground Pozer Stations Symposium, A.S.C.E., Power Div. (1967).

MINDLIN R.D. - Force at a point in the interior of a semiinfinite solid. Physics 7. (1936).

PANEK L.A. - The effect of suspension in bolting bedded mine roof. U.S. Bureau of Mines Report of Investigations 6138. (1962 a).

PANEK L.A. - The combined effects of friction and suspension in bolting bedded mine roof. U.S. Bureau of Mines Report of Investigations 6139. (1962 b).

PANEK L.A. - Design for bolting stratified roof. A.I.M.E. Annual Meeting, New York. (1964).

PERRI G. - Indagine teorica su sistemi di bullonatura per gallerie. Impiego di metodi numerici per la valutazione degli effeti strutturali indotti nella roccia. Tesis de grado. Politécnico de Torino. (1974).

PERRI G., BARLA G., CRAVERO M., - Indagine sulla bullonatura di gallerie. Metodo di calcolo per bulloni comunque inclinati. XII Convegno Nazionale di Geotecnica. Cosenza. (1975).

PERRI G. - Apuntes para el curso de Mecánica de Rocas, primera parte. Universidad Central de Venezuela, Caracas, (1979 - 80).

SINGH M.M., CHUGH Y.P. - Designs of roof installation in stratified deposits. A.I.M.E. Annual Meeting, Los Angeles, (1967).

STEFANKO R. - Static anchorage efficiency of roof bolts. A.I.M.E. Annual Meeting, New York. (1962).

Laboratorio de Mecánica de Rocas. Universidad Central de Venezuela.

GEOMEC

BOLETIN DE DIVULGACION GEOTECNICA

TALUDES EN MACIZOS ROCOSOS "APLICACION DE LOS METODOS DE LAS PROYECCIONES HEMISFERICAS A LAS ROCAS QUE CONSTITUYEN LAS COLINAS ALREDEDOR DE CARACAS".

DANIEL SALCEDO Y GIANFRANCO PERRI

Nº 8

FEBRERO, 1982 caracas

Con este número completamos, aunque no de manera definitiva, la serie de tres boletines dedicados al tema del análisis geotécnico de Taludes en macizos rocosos.

Lo hacemos una vez más haciendo referencia al trabajo del Profesor Daniel Salcedo, del cual hemos extraído fielmente el contenido de las partes anteriores, aunque en esta ocasión lo complementamos con un ejemplo de aplicación de la metodología de las proyecciones hemisféricas elaborado por el Profesor Gianfranco Perri.

En efecto, así como habíamos anunciado, este tercer capítulo que aquí se presenta, tiene un aspecto esencialmente práctico y trata sobre: "La Predicción de problemas de estabilidad y la aplicación de los métodos a las rocas metamorficas que constituyen las colinas alrededor de Caracas".

Una vez más estamos incluyendo la bibliografía integral que acompañaba el trabajo original del Prof. Salcedo.

Caracas, 31 de enero de 1982.

TALUDES EN MACIZOS ROCOSOS "APLICACION DE LOS METODOS DE LAS PROYECCIONES HEMISFERICAS A LAS ROCAS QUE CONSTITUYEN LAS COLINAS ALREDEDOR DE CARACAS".

DANIEL SALCEDO (*) y GIANFRANCO PERRI (**)

(*) Profesor de Geotecnia en la U.C.V.

(**) Profesor de Mecánica de Roca en la U.C.V.

PREDICCION DE PROBLEMAS DE ESTABILIDAD

1. Fase de anteproyecto

Uno de los aspectos más importantes y fundamentales que debe informar el geólogo encargado del estudio geológico de superficie, es la identificación y ubicación de problemas de estabilidad de taludes. Para ello el geólogo debe basarse en estudios detallados de fotografías aéreas y recorridos de campo, utilizando conceptos geomorfológicos, conociendo los alcances de los procesos geodinámicos y constatando sus efectos en el campo. En estos casos los problemas de estabilidad pueden ser identificados porque existen indicios valiosos de campo.

Existen otros problemas de estabilidad que no pueden ser anticipados mediante la práctica anterior debido a que ocurrirán, en áreas, actualmente estables, que se activarán por los efectos del movimiento de tierras requerido para el desarrollo de la zona de estudio. El autor de este trabajo ha tenido la oportunidad, en la práctica profesional, de utilizar las proyecciones hemisféricas como técnica de predicción para esta última clase de problemas de estabilidad. Esta predicción se basa en relacionar la orientación de las diferentes discontinuidades geológicas presentes en la roca con la orientación de los cortes contemplados a nivel de anteproyecto.

Para explicar claramente esta metodología se presenta a continuación el caso de un estudio realizado:

La zona está ubicada en el sector denominado Brisas de Casalta, y el anteproyecto contemplaba un desarrollo urbanístico donde el movimiento de tierra requería de cortes con diferentes orientaciones.

La geología de campo permitió dividir la zona en dos unidades litológicas denominadas Unidad de Esquistos y Unidad de Gneises.- En ambas la competencia de la roca permitía suponer que el comportamiento ante la estabilidad estaría controlado por la orientación de las discontinuidades.

De acuerdo a las observaciones de campo toda la zona se definió como "estructuralmente" similar, estando constituída, salvo plegamientos locales, por un homo

clinal en foliación, con las siguientes características:

Discontinuidad	Rumbo	Buzamiento
Foliación	N55E a E-W	30 - 50 N
Diaclasa	N10 - 20 W	70-Vertical

En este caso existía otro sistema de diaclasas subparalelo a los planos de foliación y buzamientos cercano a la vertical, el cual se estimó que no sería de importancia para la evaluación, a excepción de que pudiera controlar la grieta de tensión para una falla de bloque según los planos de foliación.

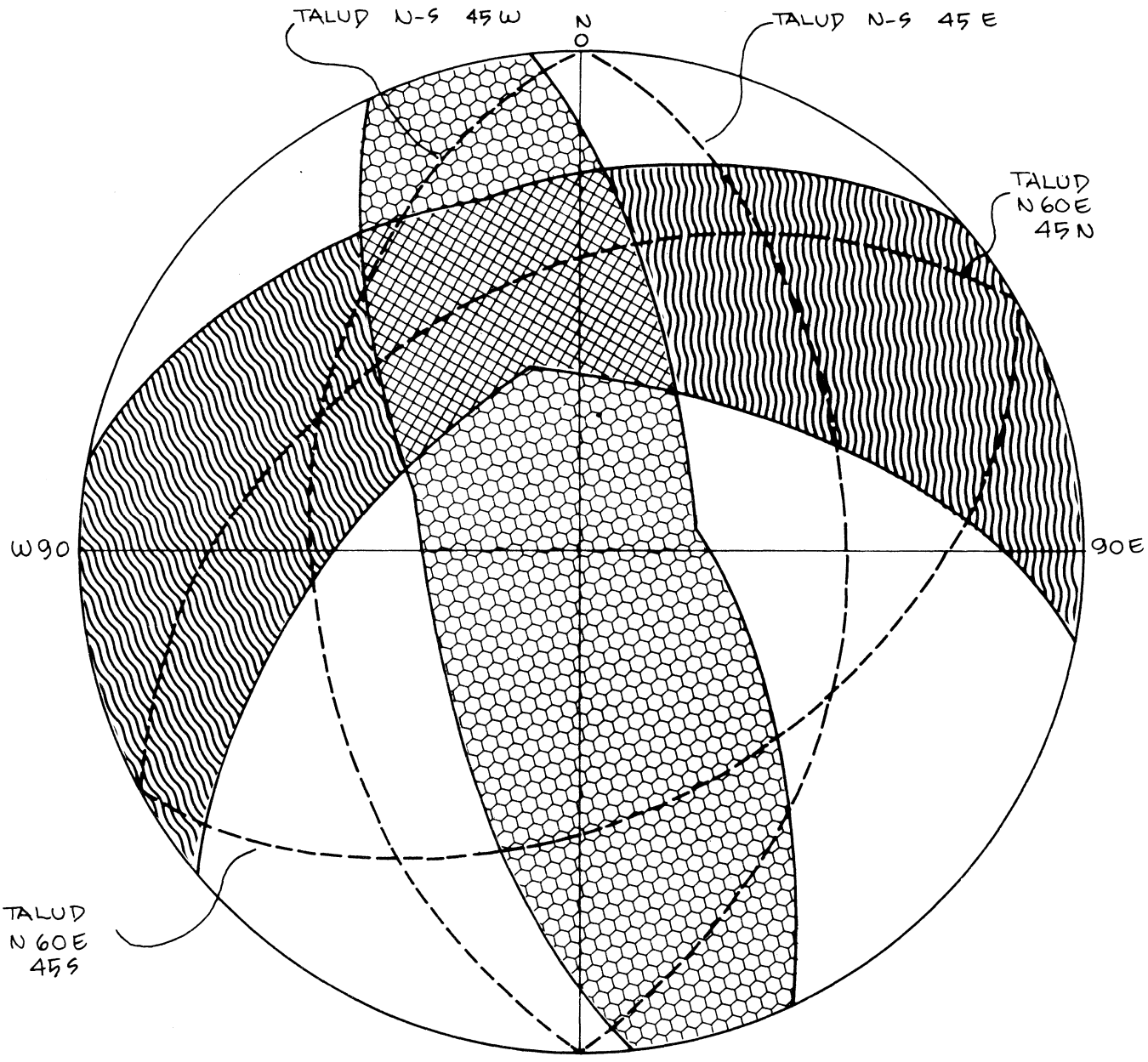
En la Figura A se indican, mediante áreas sombreadas, las envolventes de los planos de foliación más frecuentes así como los correspondientes al sistema de diaclasas mejor desarrollado. La zona de intersección de las discontinuidades mencionadas también se indica en la Figura .

De acuerdo a los planos suministrados por el arquitecto responsable del antepro yecto, los cortes más importantes requeridos presentaban rumbo de N60E y Norte-Sur pero con frentes en ambos sentidos. Por esta razón se ha representado en la Figura A la orientación de los taludes mencionados, asumiendo una pendiente de 1:1 para fines de evaluación general.

La evaluación de la Figura A permitió llegar a las siguientes conclusiones:

a) Los taludes en roca con rumbo N60E y frentes hacia el Sur no presentan problemas de estabilidad.

b) Los taludes con rumbo Norte-Sur y frentes hacia el Este son aproximadamente perpendiculares a los planos de foliación, por lo tanto, se descartan deslizamientos controlados por dichos planos. Se necesitarían taludes de corte con pendientes mayores de 70° para que pudiese existir la posibilidad cinemática de deslizamientos controlados por los planos de diaclasas.



ZONA DE INTERSECCION, FOLIACION Y DIACLASA

ENVOLVENTE DE PLANOS DE FOLIACION MAS FRECUENTES

ENVOLVENTE DE SISTEMA DE DIACLASAS MEJOR DESARROLLADO

FIG. A.

c) Los taludes con rumbo N60E y frentes hacia el Norte y los de rumbo Norte-Sur y frentes hacia el Oeste, se consideran los más críticos en cuanto a la estabilidad; esto se debe a los planos de foliación consecuentes (fallas de bloque) y a la intersección de los planos de diaclasa y foliación en el mismo sentido de la pendiente y con ángulo menor que los 45° asumidos (fallas de cuña).

En base a esta sencilla evaluación es posible hacer una serie de recomendaciones de gran importancia, a fin de introducir modificaciones en el anteproyecto tendientes a minimizar o evitar los problemas de estabilidad. En el ejemplo presentado se podrían considerar, en base a reuniones de trabajos con los arquitectos e ingenieros proyectistas, los siguientes aspectos:

a) Reubicar algunas edificaciones de forma de evitar taludes de corte con las orientaciones señaladas como críticas.

b) De no ser posible la reubicación total de estructuras en aquellos casos de taludes críticos, es conveniente hacer modificaciones menores tales como cambios ligeros en la orientación del edificio o en la vialidad de forma de evitar en dichas zonas cortes altos.

c) Si existieran numerosas limitaciones que impidieran llevar a cabo las recomendaciones anteriores, es conveniente concentrar estudios detallados en las zonas críticas, concientes, a nivel de anteproyecto, que es muy probable un incremento de costos de construcción debido a la necesidad de obras de contención y estabilización.

El caso expuesto revela la potencia y el alcance de los métodos que utilizan proyecciones hemisféricas para la evaluación de taludes en roca. En general, todas las pruebas cinemáticas previamente descritas en este trabajo, son herramientas valiosas que debe utilizar el geólogo en su estudio a nivel de anteproyecto.

De acuerdo a la misma metodología indicada para el caso de un desarrollo urbanístico, las pruebas cinemáticas pueden ser realizadas para la selección y estudio del sitio requerido para cualquier obra civil, tales como carreteras, pre-

sas, túneles y vías de aducción.

En la etapa de anteproyecto se pueden cuantificar las evaluaciones de estabilidad asumiendo, en un análisis de no-cohesión, un valor o un rango de ángulos de fricción razonablemente lógico para la litología observada.

Durante el estudio geológico realizado a nivel de anteproyecto es de gran importancia la observación y registro de taludes fallados. En base a las características geométricas y litológicas de los taludes fallados, es posible realizar análisis regresivos de estabilidad partiendo de que en el momento de la falla el factor de seguridad es igual a uno. En este sentido se obtendrán diferentes -- combinaciones de ángulo de fricción y cohesión en el momento de la falla que definirán una curva en un gráfico ϕ vs c. El mismo análisis regresivo realizado en diferentes taludes fallados de igual litología y condiciones físicas, originará otras curvas que teóricamente deberían cortarse en un solo punto pero que en la práctica generalmente definen una zona que permite establecer un rango para los valores de cohesión y fricción en el momento de la falla.

Este tipo de análisis puede también realizarse con la ayuda de las proyecciones hemisféricas y se considera como una extraodinaria información a nivel de anteproyecto.

2. Fase de proyecto

Una vez identificadas y ubicadas las áreas críticas en la fase de anteproyecto, se procederá al estudio detallado de dichas áreas para lo cual será, en general, necesario ejecutar perforaciones, tomar muestras en forma de monolitos y realizar, además, ensayos convencionales, y ensayos de corte según los planos que correspondan a las diferentes discontinuidades geológicas. De esta forma se obtendrán los parámetros necesarios para los análisis de estabilidad de taludes, ampliamente expuestos en este trabajo. Los resultados de los análisis conducirán a la toma de decisiones con el fin de definir pendientes seguras de corte y necesidad de estructuras de contención con o sin anclajes.

3. Ejemplo.

A continuación se presenta un ejemplo práctico en el que se muestran en detalle alguna de las fases fundamentales a través de las cuales pasa la metodología hasta ahora ilustrada.

Se trata del análisis de estabilidad de los taludes pertenecientes a un lote de aproximadamente 3 hectáreas, del área metropolitana de Caracas, destinado para el emplazamiento de un conjunto residencial.

La topografía es en parte modificada y en parte natural y el aspecto de la estabilidad de los taludes existentes y a ser creados es de importancia fundamental para la optimización, desde el punto de vista geotécnico, de todo el proyecto.

RECONOCIMIENTO LITOLOGICO - ESTRUCTURAL DE SUPERFICIE (Plano N° 1)

* Con el objeto de llevar a cabo un detallado análisis de las condiciones estáticas de equilibrio, relativas a las pendientes naturales y de corte artificial existentes en la parcela en estudio, se realizó un reconocimiento geológico de superficie en toda el área de la parcela y, debido a la naturaleza geolitológica de las rocas existentes, se efectuó un sistemático levantamiento geoestructural, concentrado en las zonas más directamente interesadas por la eventual existencia de potenciales condiciones de inestabilidad (principalmente el talud suroeste).

* Las rocas que constituyen el subsuelo del área en estudio son rocas metamórficas, esencialmente filitas sericíticas y secundariamente esquistos micáceos, pertenecientes a la denominada formación Las Brisas del Grupo Caracas.

  Las características generales y fundamentales de estas rocas han sido ampliamente descritas por muchos investigadores y localmente puede destacarse la existencia de un elevado grado de meteorización, que en algunos sectores se manifiesta con la presencia de espesores de suelos residuales de hasta 2.00 metros por debajo de una capa vegetal generalmente pobre y nunca superior a los 0.50 metros de profundidad.

  La predominancia de una litología filítica sobre la esquistosa, determina características mecánicas pobres y fuerte incidencia de los agentes de erosión superficial. La socavación es generalizada sobre toda el área v profunda en algunos casos, habiendo contribuído en este sentido la falta de un control y canalización adecuada de las aguas superficiales.

* Desde el punto de vista estructural el área se caracteriza por una marcada anisotropía ligada esencialmente a las discontinuidades de foliación, las mismas que en sitios aislados se encuentran en evidente situación de plegamiento.
  Las discontinuidades por diaclasamiento, aunque presentes, revisten localmente una importancia secundaria, notándose casi siempre falta de continuidad y sistematicidad como consecuencia, probablemente, de un comportamiento general pseudo ductil y plástico de las rocas existentes.

* Los resultados del levantamiento estructural sistemático llevado a cabo, se resumen en el plano N.º 1 anexo y se detallan en las figuras de 1 a 7 en las que se reportan gráficamente los resultados de la elaboración estadística de los datos, realizada mediante procedimiento automático por computador.

A este respecto puede observarse que la foliación presenta un patrón de orientación principal con rumbo noroeste - sureste y buzamiento (20 - 60)° hacia el noreste.
Las diaclasas también se presentan en patrón de orientación definido con el rumbo norte-sur y buzamiento sub-vertical (60 - 90)° preferentemente hacia el oeste.
Cabe sin embargo señalar que en los dos casos, no se trata de patrones absolutos, sino predominantes y representativos para los fines de una evaluación general de las condiciones de estabilidad del talud suroeste.

MAPA GEOESTRUCTURAL

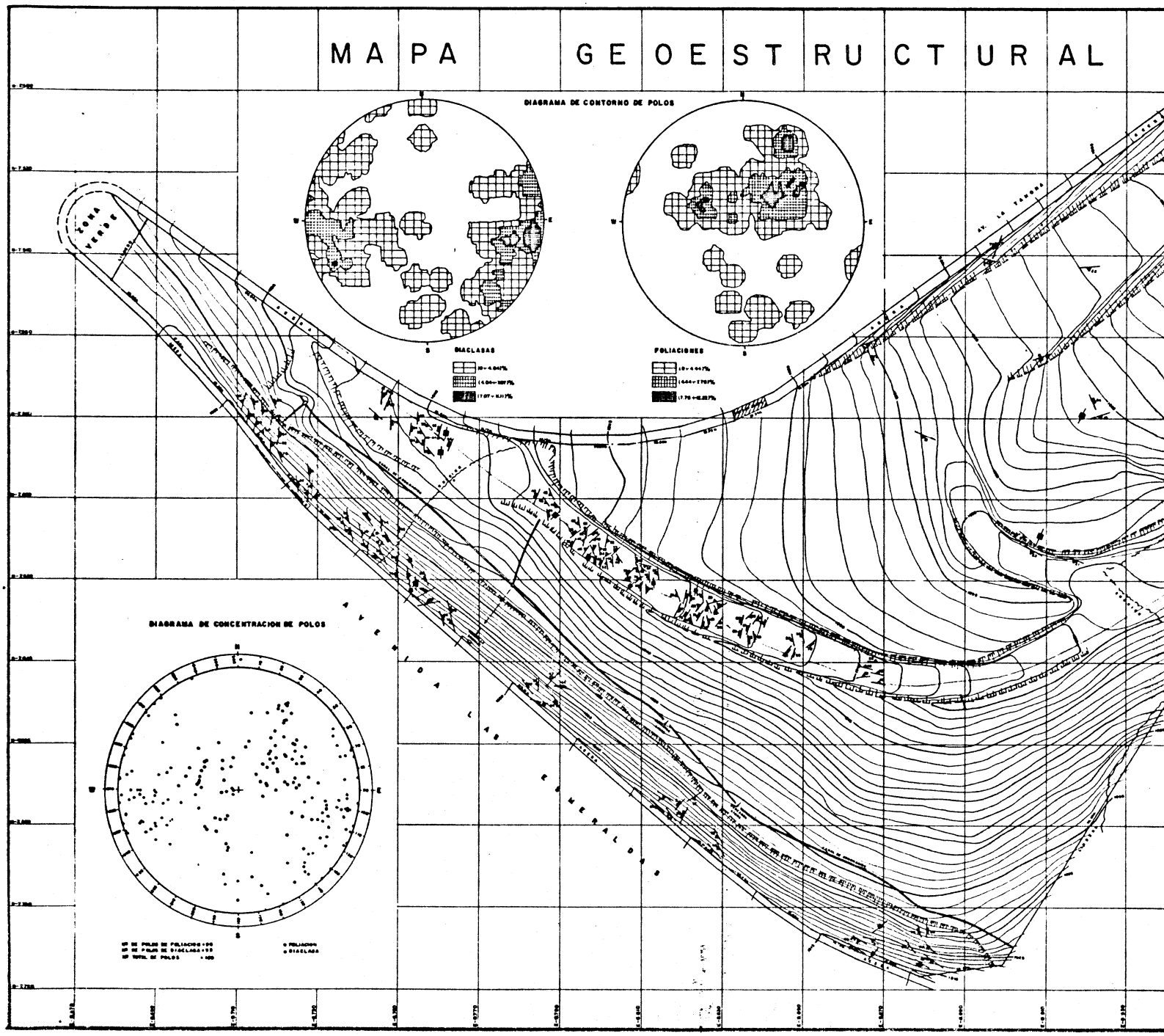
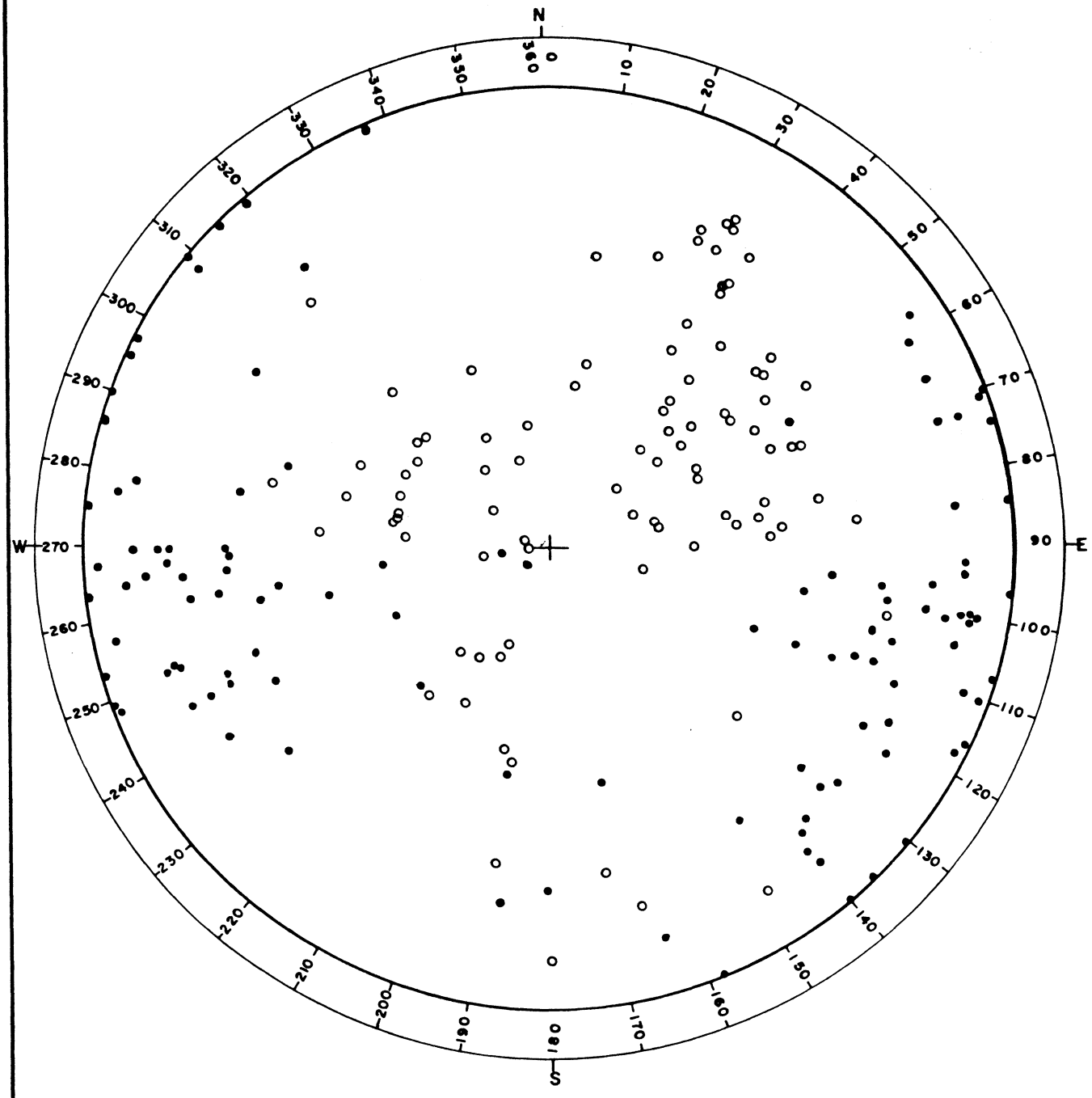


DIAGRAMA DE CONCENTRACION DE POLOS

(PARCELA 48)



Nº DE POLOS DE FOLIACION = 90
Nº DE POLOS DE DIACLASA = 99
Nº TOTAL DE POLOS = 189

o FOLIACION
● DIACLASA

FIG.-1-

DIAGRAMA DE CONTORNO DE POLOS DE FOLIACIONES

(PARCELA 48)

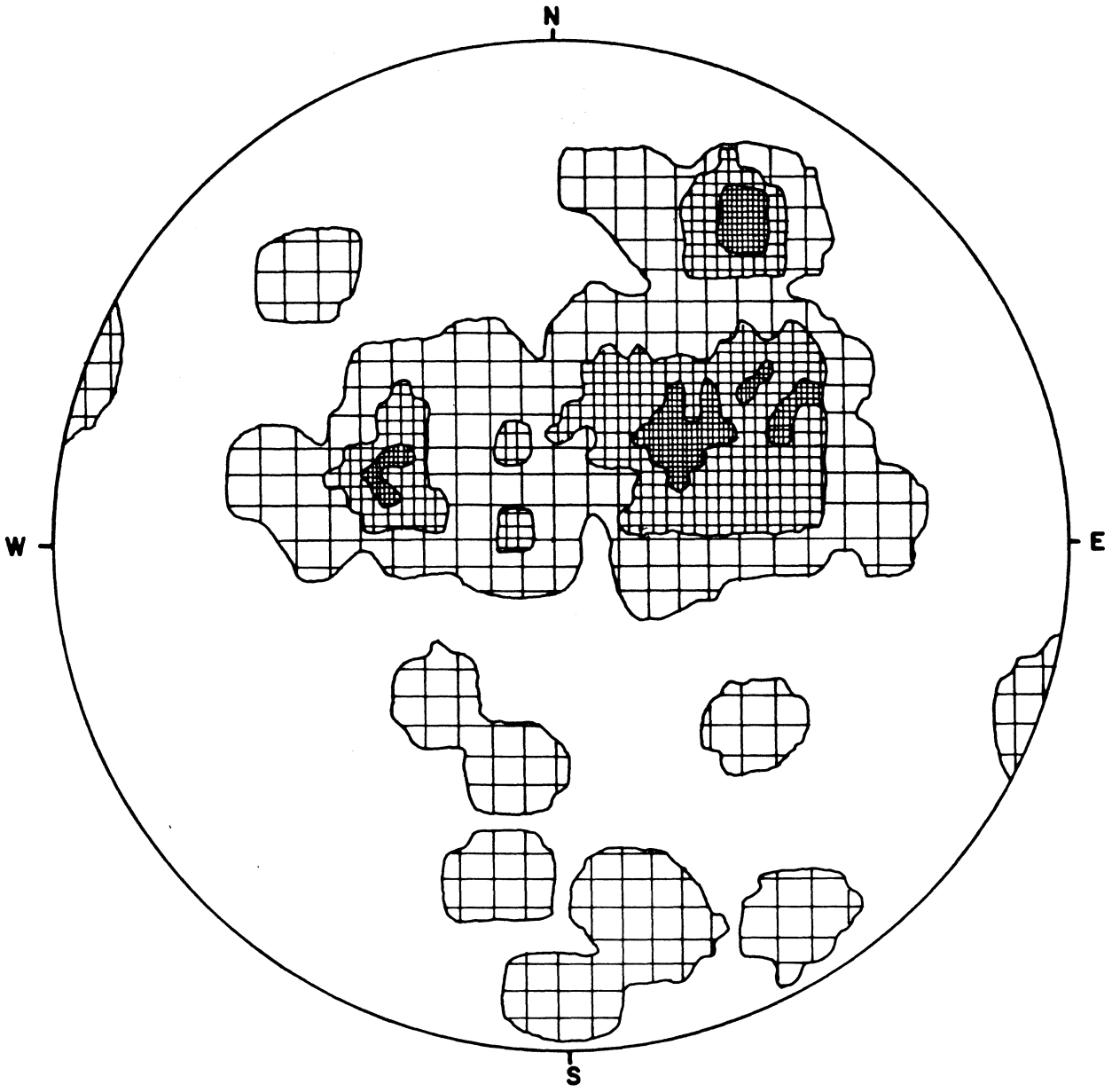


FIG.-2-

DIAGRAMA DE CONTORNO DE POLOS DE DIACLASAS (PARCELA 48)

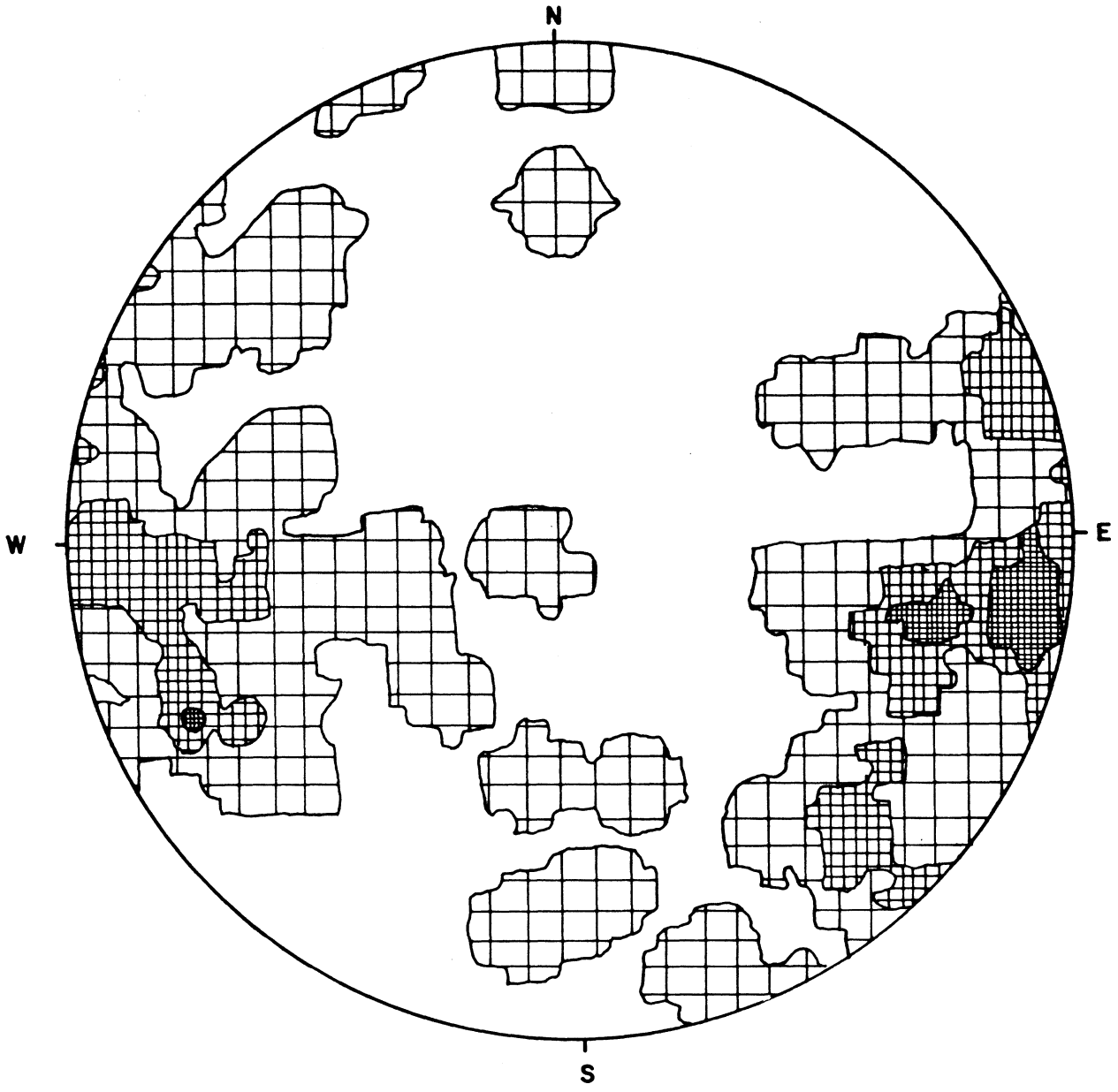


FIG.-3-

DISTRIBUCION ACIMUTAL
ESTRUCTURAS DE FOLIACION
(TALUD SUR - OESTE)

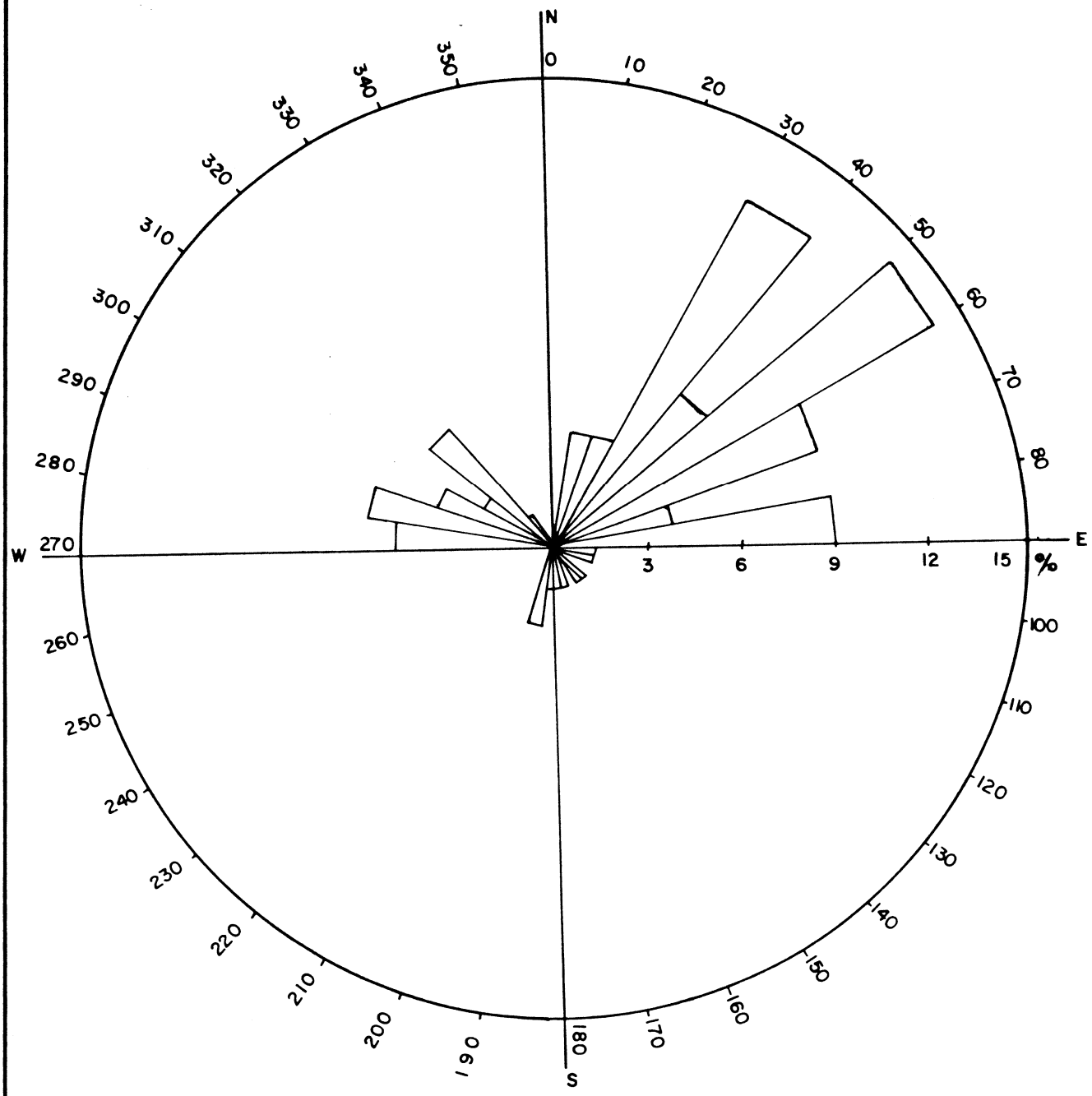


FIG.-4-

HISTOGRAMA DE BUZAMIENTOS
ESTRUCTURA DE FOLIACION
(TALUD SUR—OESTE)

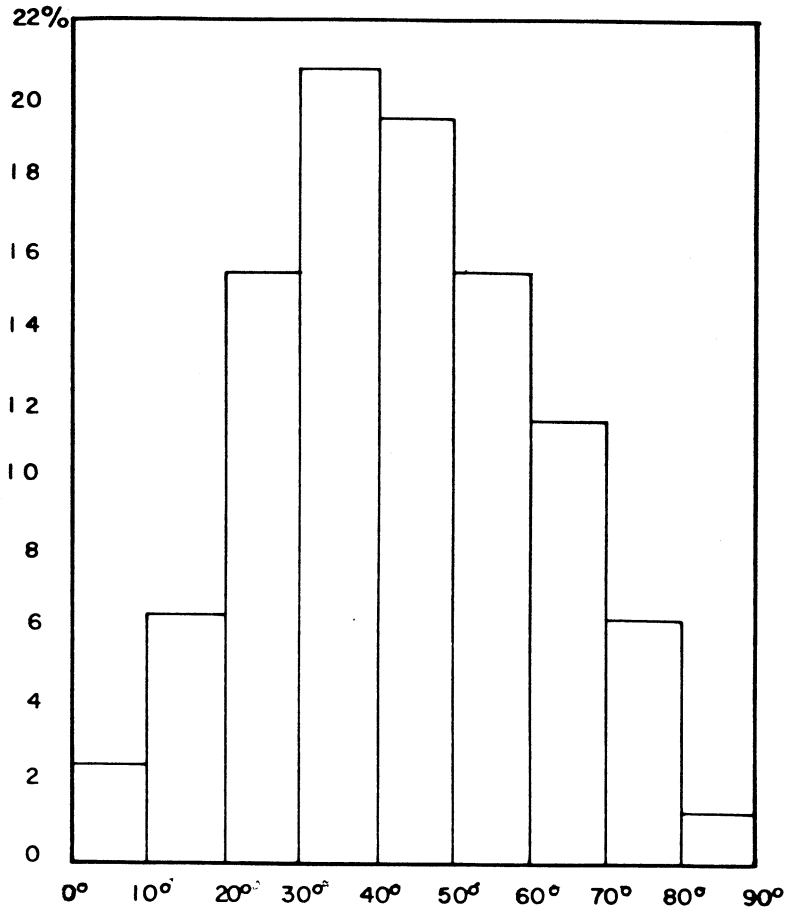


FIG.-5-

DISTRIBUCION ACIMUTAL
ESTRUCTURAS DE DIACLASAS
(TALUD SUR-OESTE)

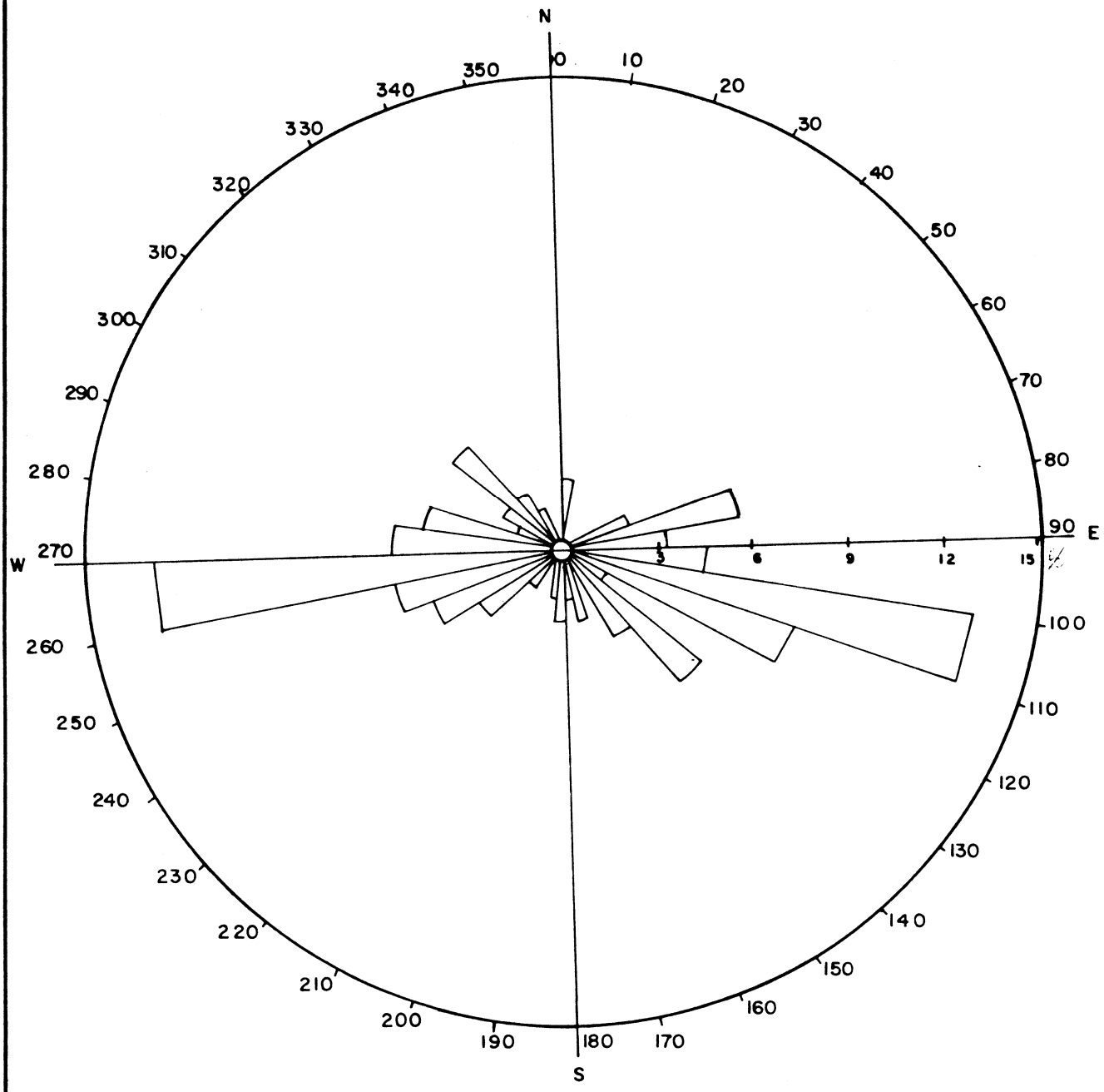


FIG.-6-

HISTOGRAMA DE BUZAMIENTOS
ESTRUCTURAS DE DIACLASAS
(TALUD SUR-OESTE)

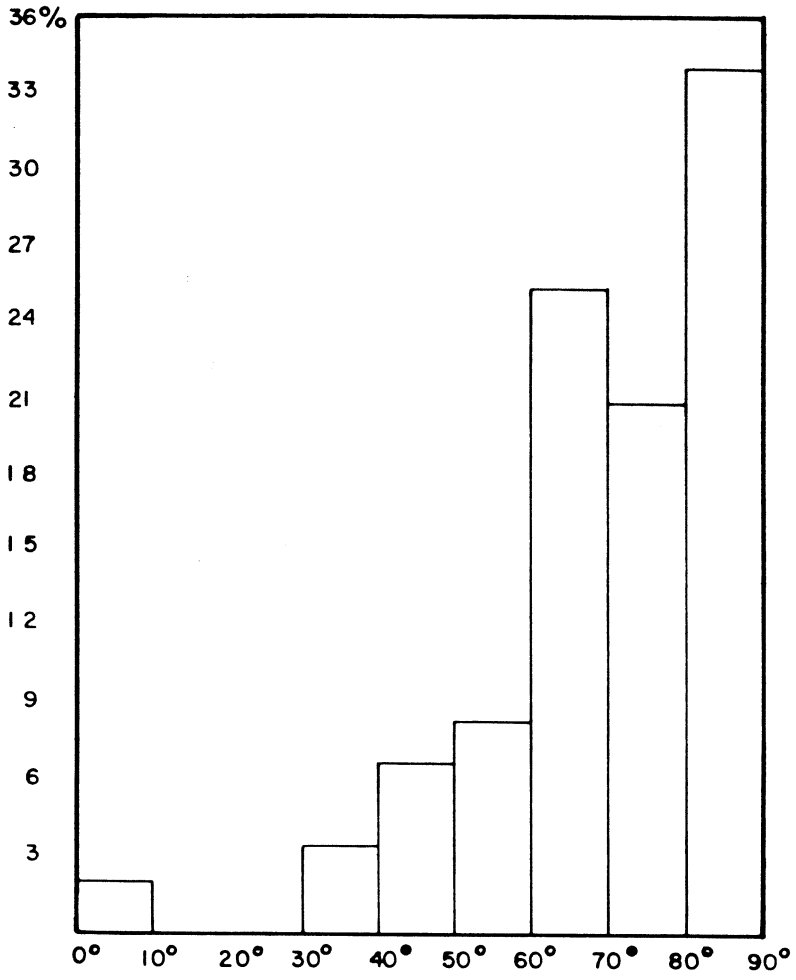


FIG.-7-

ANALISIS DE ESTABILIDAD DEL TALUD SUR - OESTE (Plano N° 2)

* El análisis del talud sur-oeste pasa a traves de las siguientes dos (2) fases principales:

  - evaluación global en términos estadísticos.
  - evaluación específica de la estabilidad.

  En la primera fase se pretende establecer la situación general de la estabilidad geoestructural del talud, mientras que en la segunda fase se llevan a cabo cálculos específicos del factor de seguridad disponible para diferentes secciones representativas del talud.

Análisis general

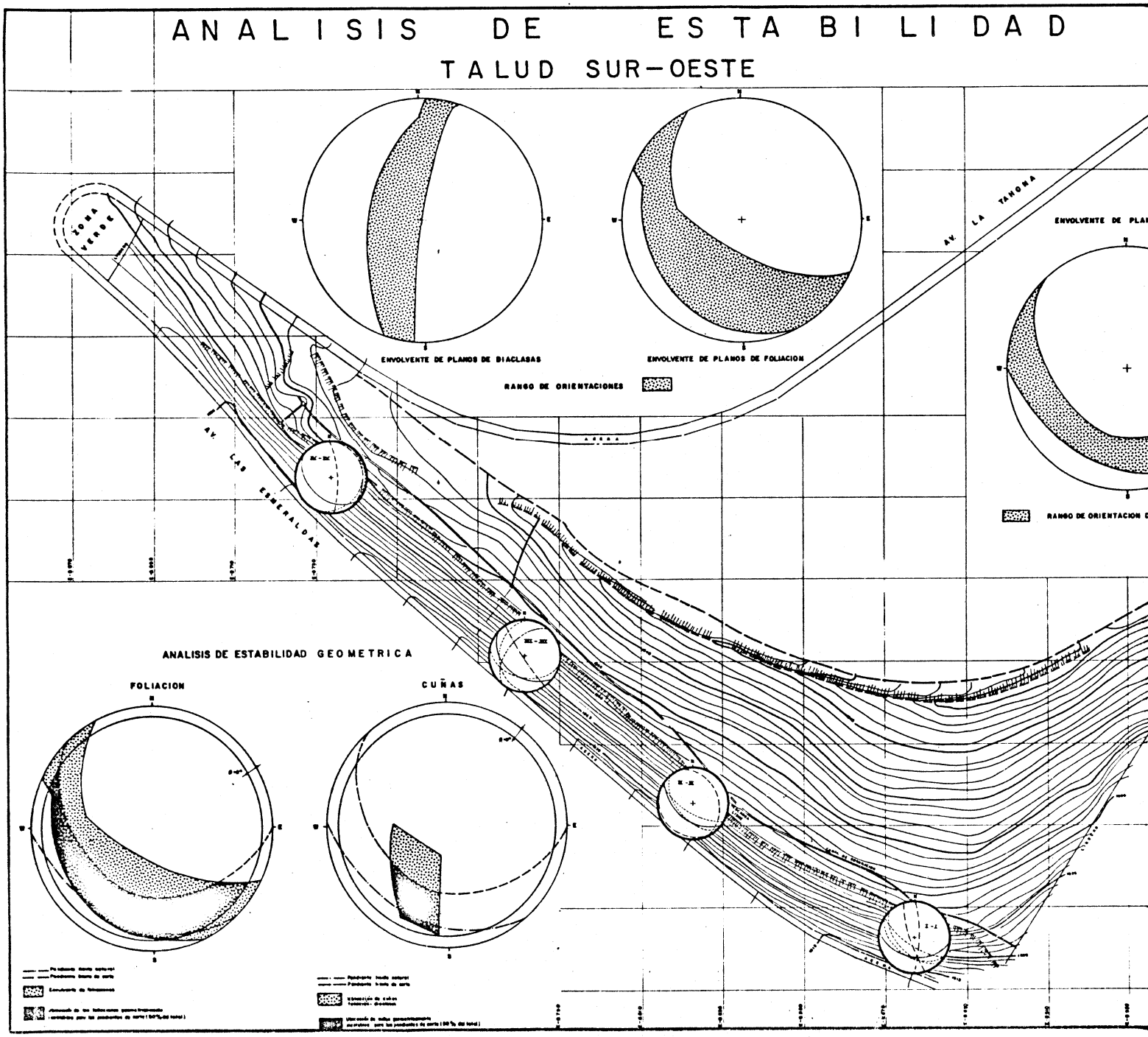
* En la fig. 8, se reporta en proyección hemisférica equiareal, la envolvente de los planos topográficos del talud. El rango de rumbos es bastante definido: norte (45 - 90)° oeste; y el buzamiento, hacia el suroeste, refleja prácticamente los dos valores de 25° y 45° representativos respectivamente de la pendiente natural superior y de la pendiente de corte en la parte inferior del talud.

  En las figs. 9 y 10 se reportan las envolventes respectivamente para los planos de foliaciones y de diaclasas, relativos al área del talud suroeste. Estas envolventes han sido trazadas tomando en cuenta solamente los planos de máxima frecuencia de los correspondientes diagramas de contornos de polos que también se indican en las mismas figuras.

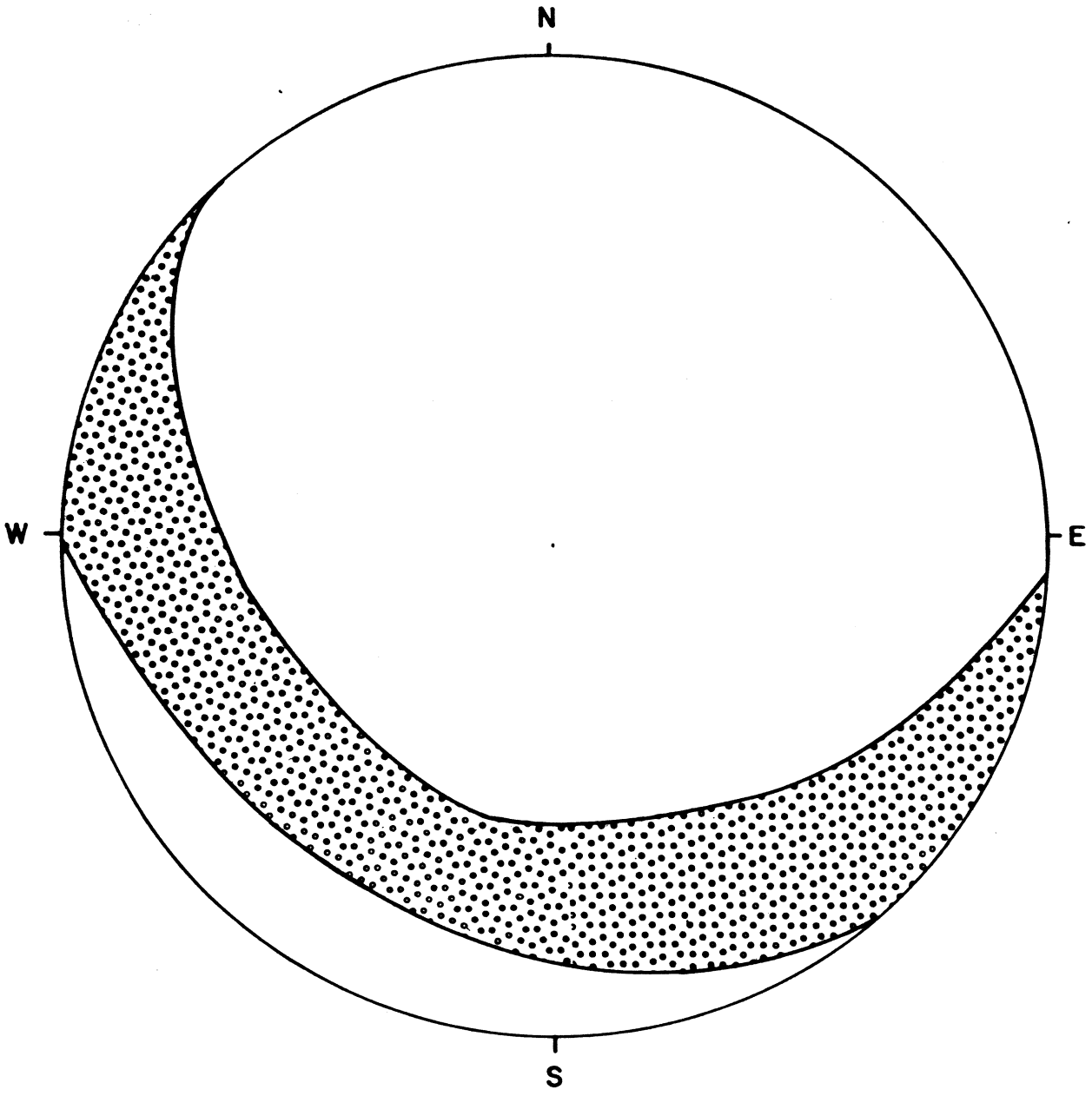
  Para las foliaciones el rango de rumbos es norte (25 - 65)° oeste, y el de buzamientos hacia el suroeste es de (20 - 70)°.
  En las diaclasas el rango de rumbos es norte (5 - 20)° este y el de buzamientos hacia el oeste es de (55 - 90)°.

ANALISIS DE ESTABILIDAD

TALUD SUR-OESTE



ENVOLVENTE DE PLANOS DE PENDIENTES
(TALUD SUR-OESTE)



RANGO DE ORIENTACION DE LAS PENDIENTES

FIG.-8-

ENVOLVENTE DE PLANOS Y DIAGRAMA DE CONTORNO DE POLOS DE FOLIACION (TALUD SUR-OESTE)

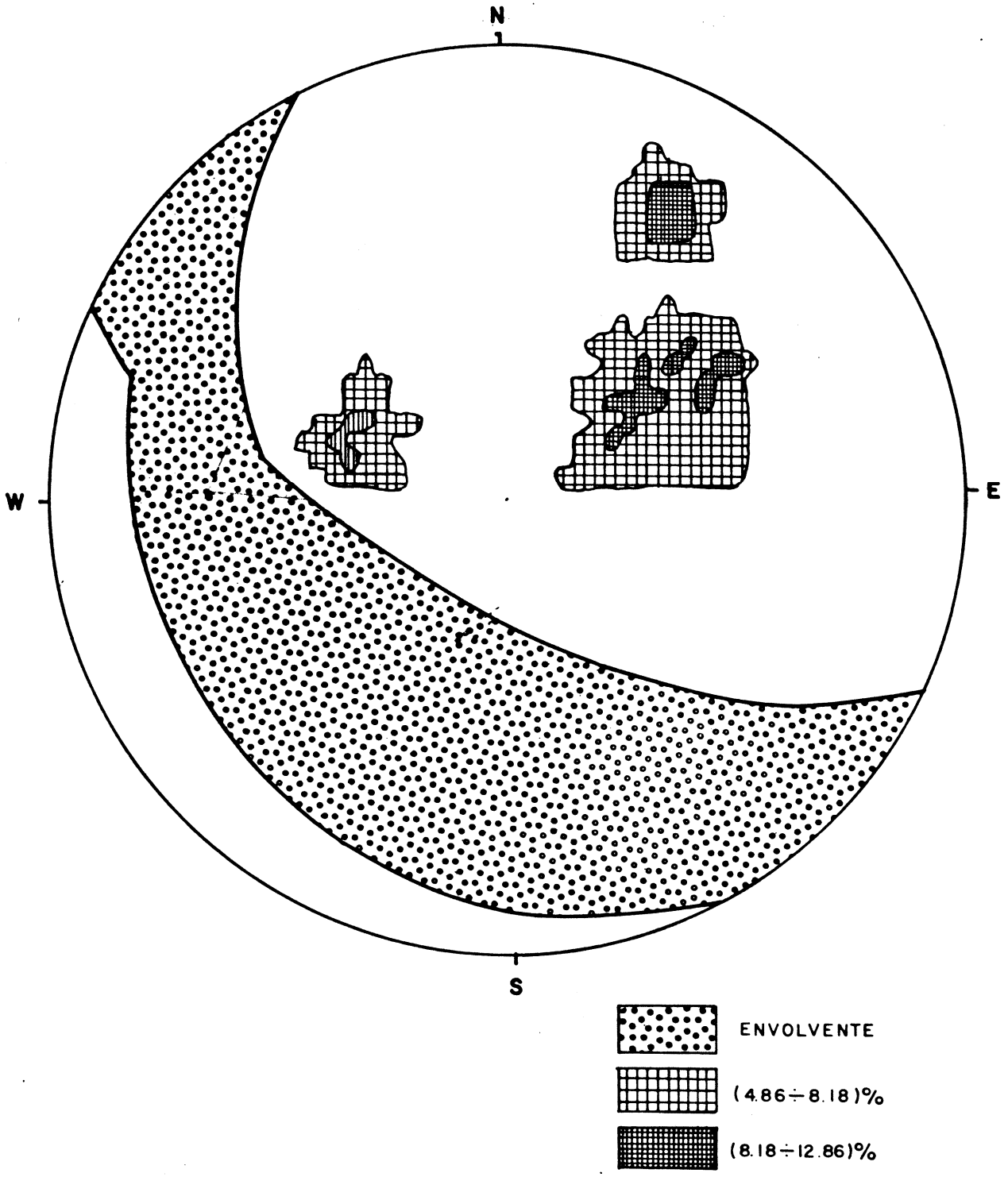


FIG:9-

ENVOLVENTE DE PLANOS Y DIAGRAMA DE CONTORNO DE POLOS DE DIACLASAS (TALUD SUR-OESTE)

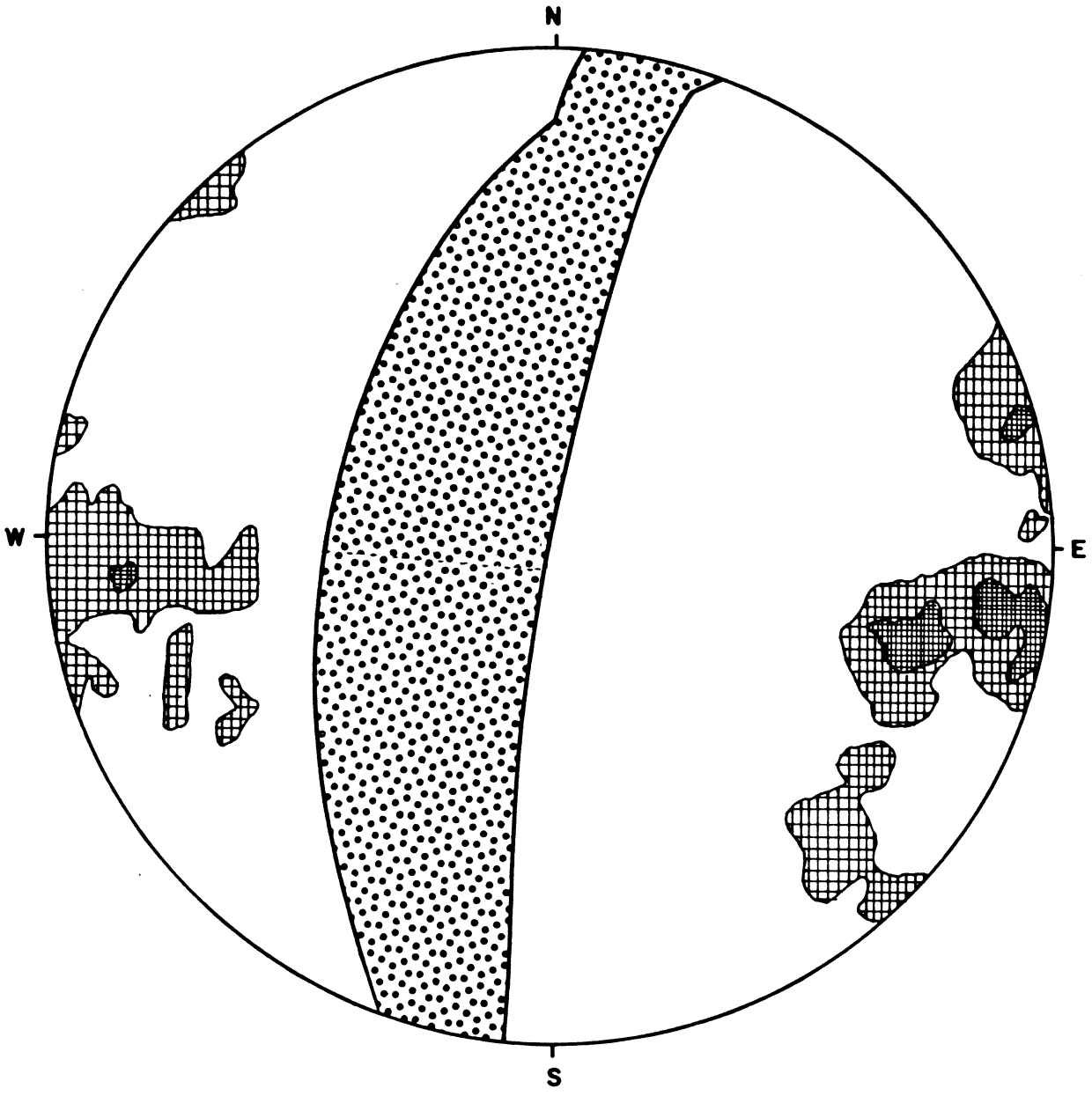


FIG.-10-

* Para lo que se refiere a la estabilidad geoestructural del talud, hay que tomar en cuenta dos órdenes principales de parámetros que la controlan: por un lado las características de resistencia al corte a lo largo de los planos de las discontinuidades geológicas, y por el otro, las ubicaciones relativas entre estos planos de discontinuidad y las orientaciones del talud mismo.

  En este orden de ideas pueden producirse las siguientes tres (3) situaciones:
  a) estabilidad cinemática o geométrica; b) inestabilidad cinemática sin estabilidad mecánica y c) inestabilidad efectiva, cinemática y mecánica.

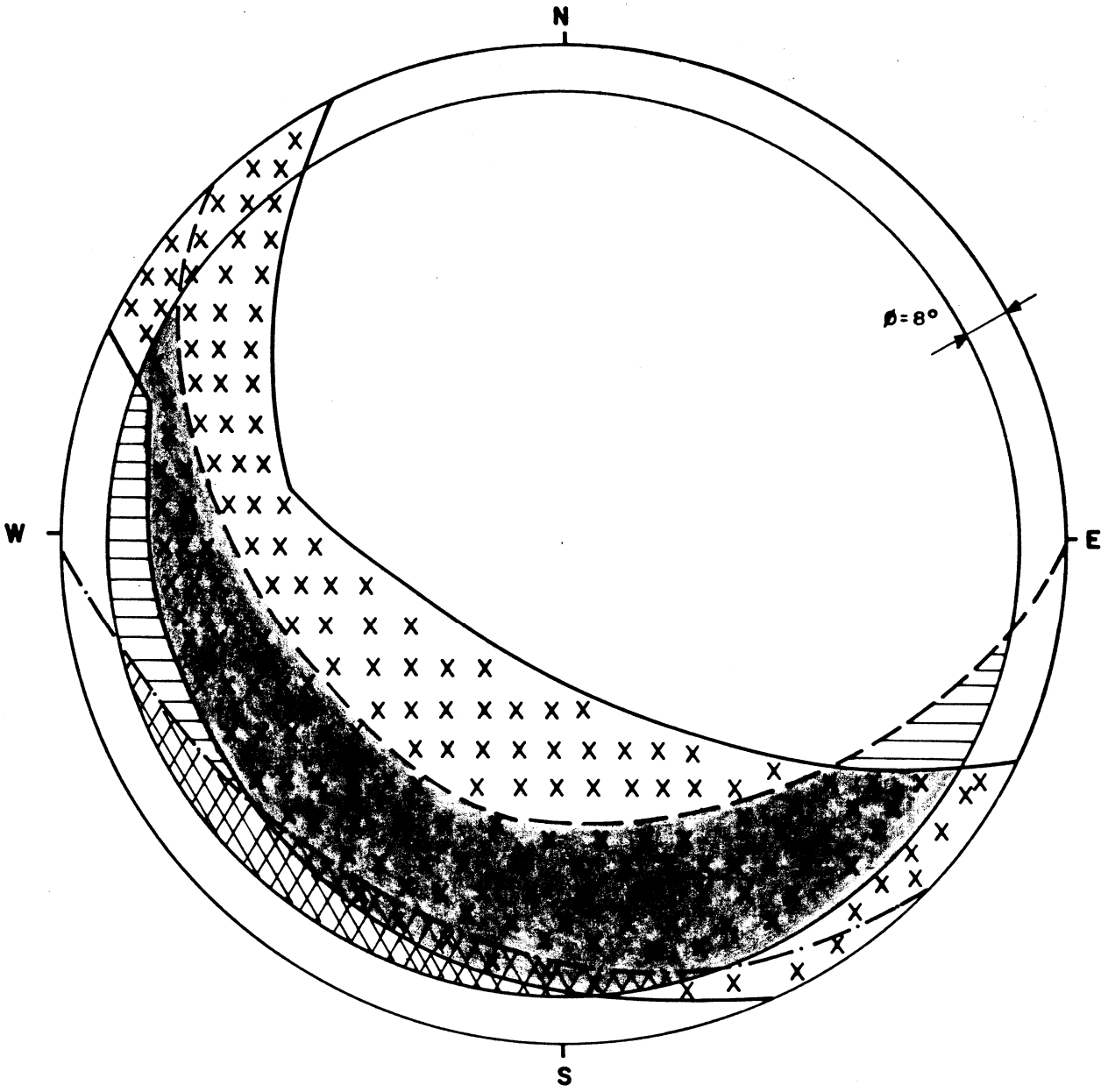
  El objeto principal de la primera fase del análisis es justamente el de evaluar en términos globales y estadísticos cual es la distribución cuantitativa de las tres (3) situaciones mencionadas, para el talud en examen y para las dos geometrías posibles de fallas: planas a lo largo de la foliación y de cuñas a lo largo de la intersección foliación - diaclasa.

* Para el análisis de fallas planas es suficiente superponer entre ellas, las figs. 8 y 9 delimitándose de esta manera la porción de foliaciones en condiciones cinemáticamente inestables (con buzamiento menor que el del talud y rumbo pseudo paralelo al de este). Resultan el 50% de las foliaciones en condiciones cinemáticamente inestables, para las pendientes de corte solamente. (Ver fig. 11).

  Para el análisis de fallas de cuñas, primero es necesario superponer entre ellas las figs. 9 y 10, obteniéndose el área de ubicación de las líneas de cuñas foliaciones - diaclasas (ver fig. 12), y sucesivamente superponer la figura con la mencionada área a la fig. 9 de las pendientes del talud; de esta manera se delimita, igualmente el caso de fallas planas, la porción de cuñas en condiciones

ANALISIS DE ESTABILIDAD GEOMETRICA DE FOLIACIONES

TALUD SUR-OESTE



Pendiente limite natural.

Pendiente limite de corte.

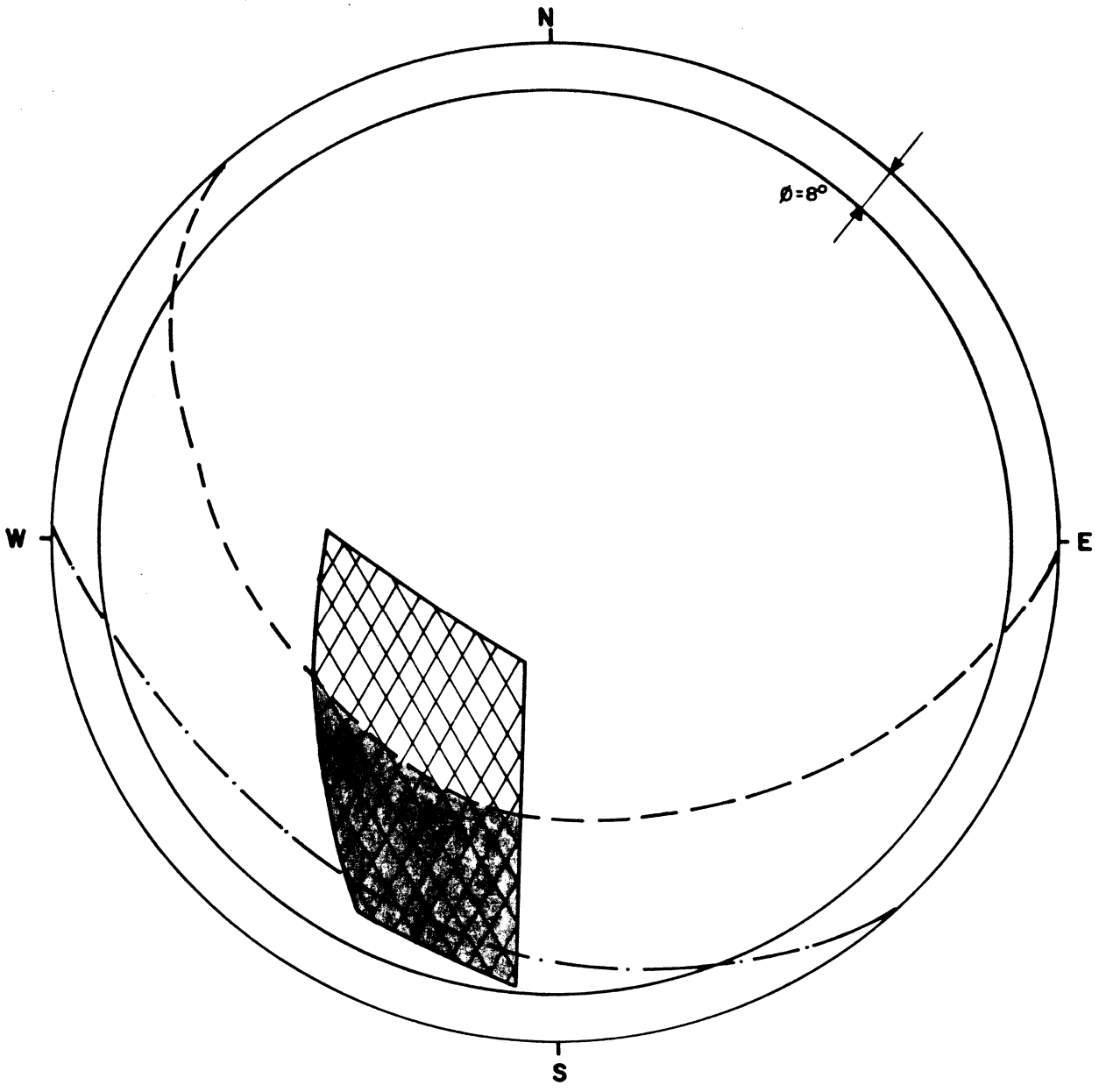
Envolvente de foliaciones

Ubicación de las foliaciones geometricamente inestables para las pendientes de corte (50% del total.)

FIG.-11-

ANALISIS DE ESTABILIDAD GEOMETRICA DE CUÑAS

(TALUD SUR-OESTE)



Pendiente limite natural.

Pendiente limite de corte.

Ubicación de cuñas foliación – diaclasas

Ubicación de cuñas geometricamente inestables para las pendientes de corte (50% del total)

FIG.-12-

cinemáticamente inestables (las con buzamiento menor que el del talud y rumbo pseudo perpendicular al de este). Resultan el 50% de las cuñas en condiciones cinemáticamente inestables para las solas pendientes de corte (ver fig. 12).

En ambos casos, puede considerarse que con respecto a las pendientes del talud correspondientes a la porción superior natural de este, prácticamente no existen condiciones de inestabilidad cinemática (los buzamientos de foliaciones y cuñas son superiores al del talud).

* A este punto se trata de definir las condiciones de estabilidad en términos mecánicos, o sea tomando en cuenta, obviamente para las solas condiciones correspondientes a inestabilidad cinemática, la contribución de la resistencia al corte de las rocas. Para esto se hace necesaria la estimación de los dos parámetros mecánicos que entran en juego: fricción y cohesión a lo largo de las discontinuidades geológicas presentes.

A este respecto, a falta de ensayos de corte específicos realizados sobre las rocas del talud en estudio, y en base a nuestra experiencia directa e indirecta sobre el comportamiento mecánico de rocas de la misma especie y en similares condiciones físico - mecánicas de las rocas en cuestión, pueden estimarse los siguientes rangos entre los cuales deben encontrarse los valores efectivos de los parámetros mencionados:

$$\text{fricción } \bar{\phi} = (8 - 10)^\circ$$

$$\text{cohesión } \bar{c} = (2 - 4)\ \text{Ton/m}^2.$$

Se trata de parámetros a largo plazo y correspondientes a los planos de foliación, que en este caso justamente controlan la dinámica de la estabilidad.

* Utilizando aún las técnicas de la proyección hemisférica pueden evaluarse los factores de seguridad para los diferentes casos de inestabilidad eventual, tomando en cuenta la resistencia ofrecida al corte.

En primera aproximación, utilizando el ábaco que se reporta en la fig. 13, puede evaluarse el ángulo " ϕ_c " de fricción equivalente al efecto de la cohesión, para el caso de fallas planas y para una dada geometría del problema y peso unitario " γ " de la roca. Considerando $\phi = 9°$ y $c = 3$ Ton/m^2 se obtiene, para $\gamma = 2$ Ton/m^3, $\beta = 35°$ (valor medio), L = 35 m y P = 120 Ton, un valor de K = 1.05, de $\phi_c = 40°$ y un ángulo equivalente $\phi_e = \phi + \phi_c = 9 + 40 = 49°$.

Aunque el ábaco de la fig. 13 no tiene validez para el caso de cuñas, el valor de ϕ_c obtenido puede ser aplicado con sentido conservador también para este tipo de falla.

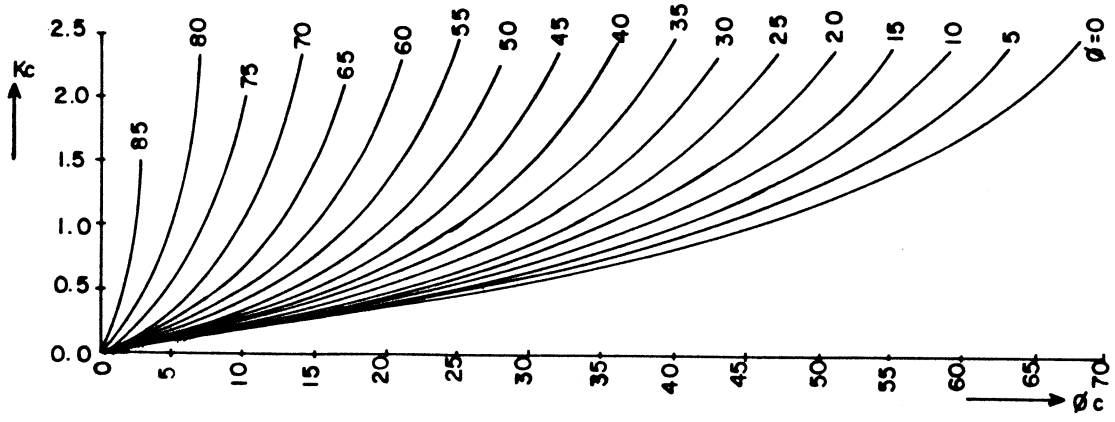
El factor de seguridad mínimo vale:

$$Fs\ min = \frac{Tang\ \phi e}{Tang\ \beta max} = \frac{Tang\ 49°}{Tang\ 45°} = 1.15$$

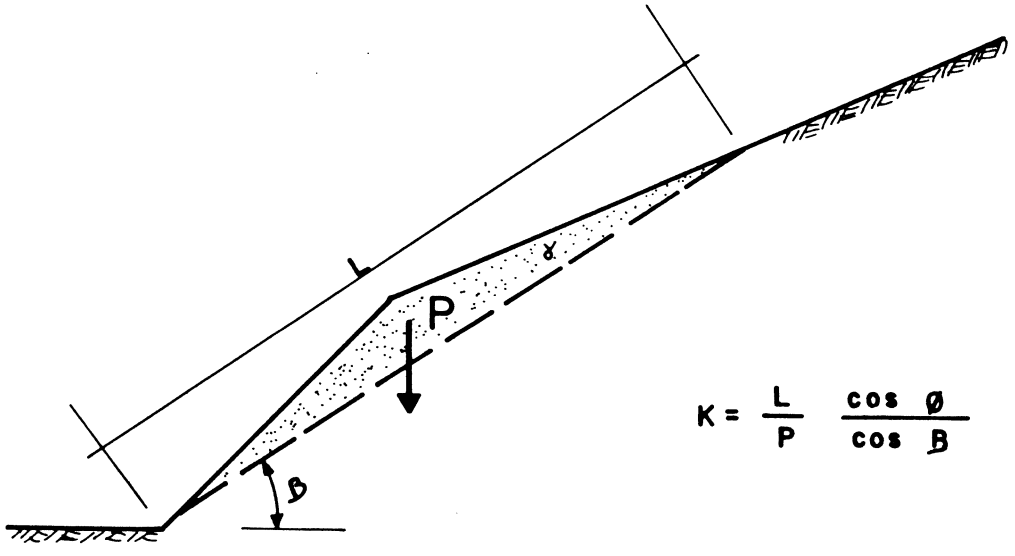
mientras que el factor de seguridad medio vale:

$$Fs\ medio = \frac{Tang\ 45°}{Tang\ \beta\ medio} = \frac{Tang\ 49°}{Tang\ 35°} = 1.64$$

* Las conclusiones de esta primera fase de análisis general indican que el talud en estudio es mecánicamente estable en términos generales, siendo su porción superior natural, cinemáticamente estable y su porción inferior de corte, cinemáticamente inestable (al 50%) pero mecánicamente estable. Sin embargo lo anterior implica también la posibilidad de que localmente puedan concurrir circunstancialmente las condiciones más desfavorables y dar lugar al esta-



Angulo de fricción (Øc) equivalente al efecto de la cohesión (c) para diferentes valores del ángulo de fricción real (Ø) y del parametro (k) caracteristico de la geometria del talud y del peso especifico del volumen deslizable. (PERRI, 1978).



$$K = \frac{L}{P} \frac{\cos \phi}{\cos \beta}$$

FIG.-13-

blecimiento de factores de seguridad cercanos al valor mínimo de 1.15, lo que a su vez indicaría la existencia de condiciones de equilibrio límite precarias y susceptibles de transformarse en fenómenos de inestabilidad localizados.

Análisis local.

* Se analizaron cuatro (4) secciones representativas del talud sur oeste llevando a cabo un análisis local con cálculo de los factores de seguridad específicos correspondientes a las secciones analizadas.

En las figs. 14 a 17 se representan en proyecciones hemisféricas las estructuras analizadas, habiéndose considerado el sólo talud de corte y las discontinuidades geológicas correspondientes a cada sección. Las mismas representaciones se resumen en el plano N° 2 anexo en el que también se indica la ubicación de las secciones analizadas.

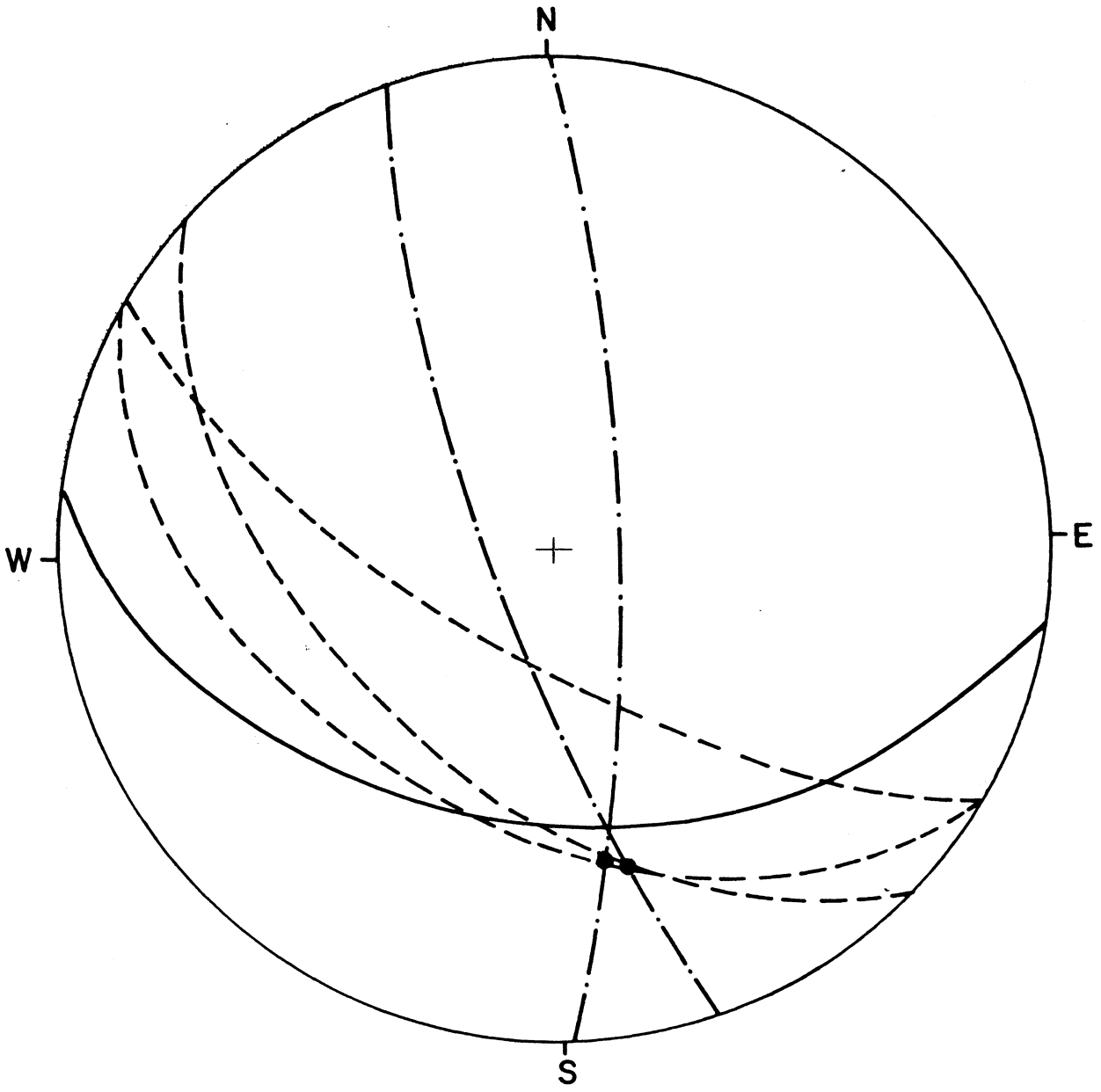
De estas representaciones se puede observar que, con respecto a inestabilidad de tipo plano, todas las secciones analizadas se encuentran en condiciones de estabilidad cinemática; y con respecto a la inestabilidad de tipo cuña, solamente las secciones I-I y II-II se encuentran en condiciones de inestabilidad cinemática.

* Por lo tanto solamente para estas últimas se calcularon los factores de seguridad correspondientes a la situación mecánica.

A tal efecto se asignaron los siguientes parámetros de resistencia al corte para las discontinuidades involucradas:

foliaciones	$\phi = 9°$	$c = 2$ Ton/m^2
diaclasas	$\phi = 18°$	$c = 0$ Ton/m^2.

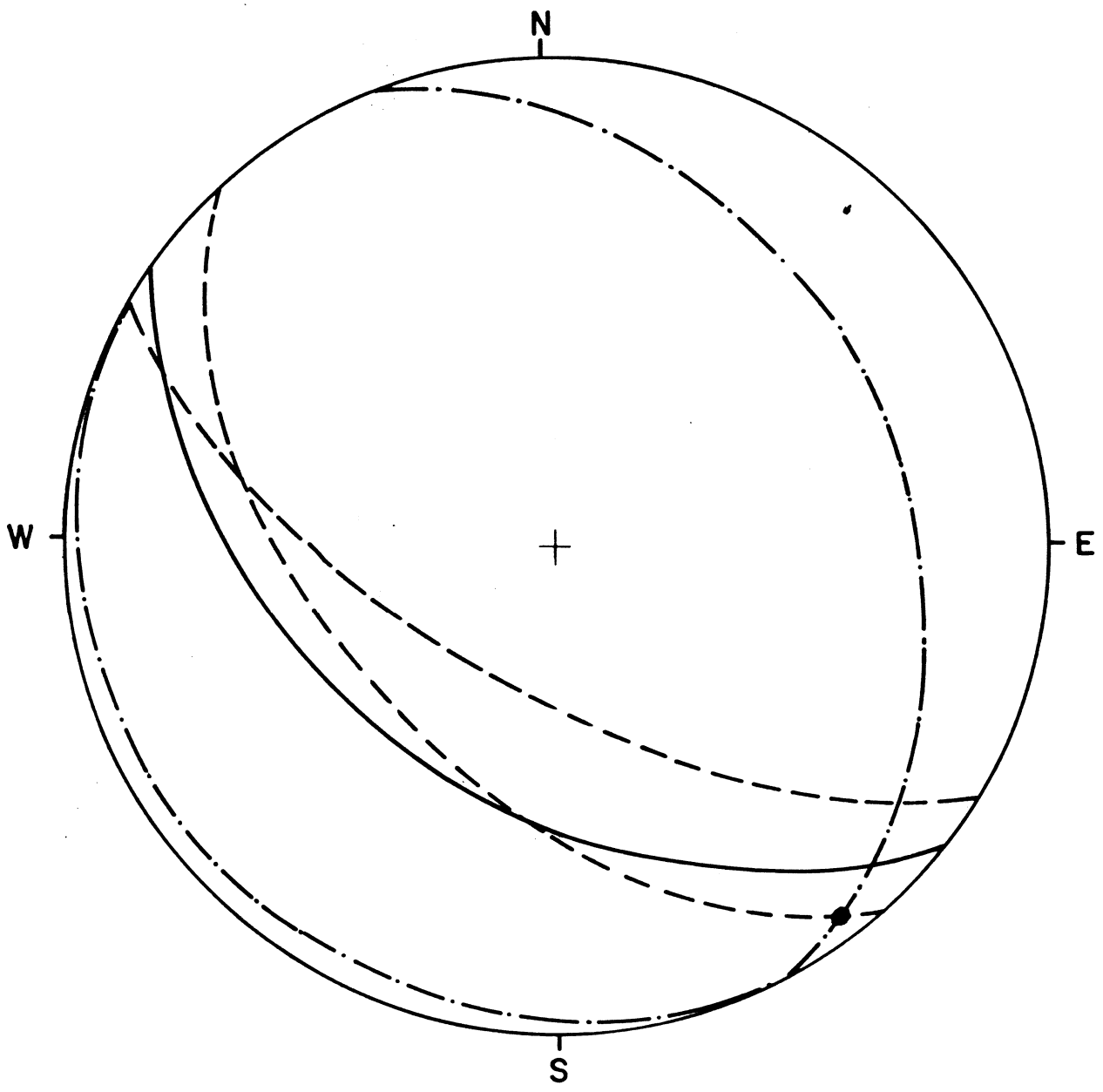
SECCION I-I



TALUD DE CORTE
FOLIACIONES
DIACLASAS

FIG.-14-

SECCION II-II



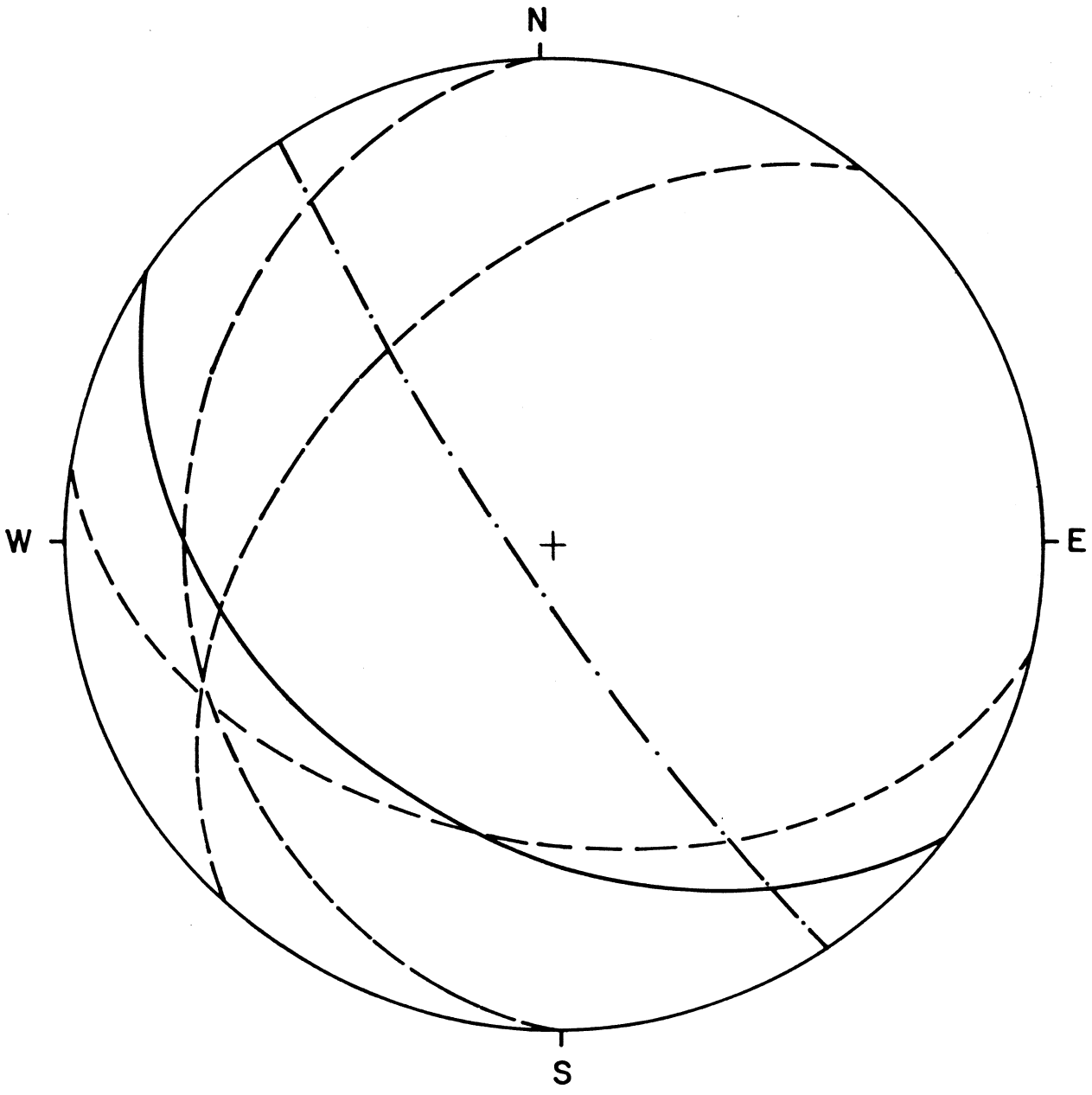
TALUD DE CORTE

FOLIACIONES

DIACLASAS

FIG.-15-

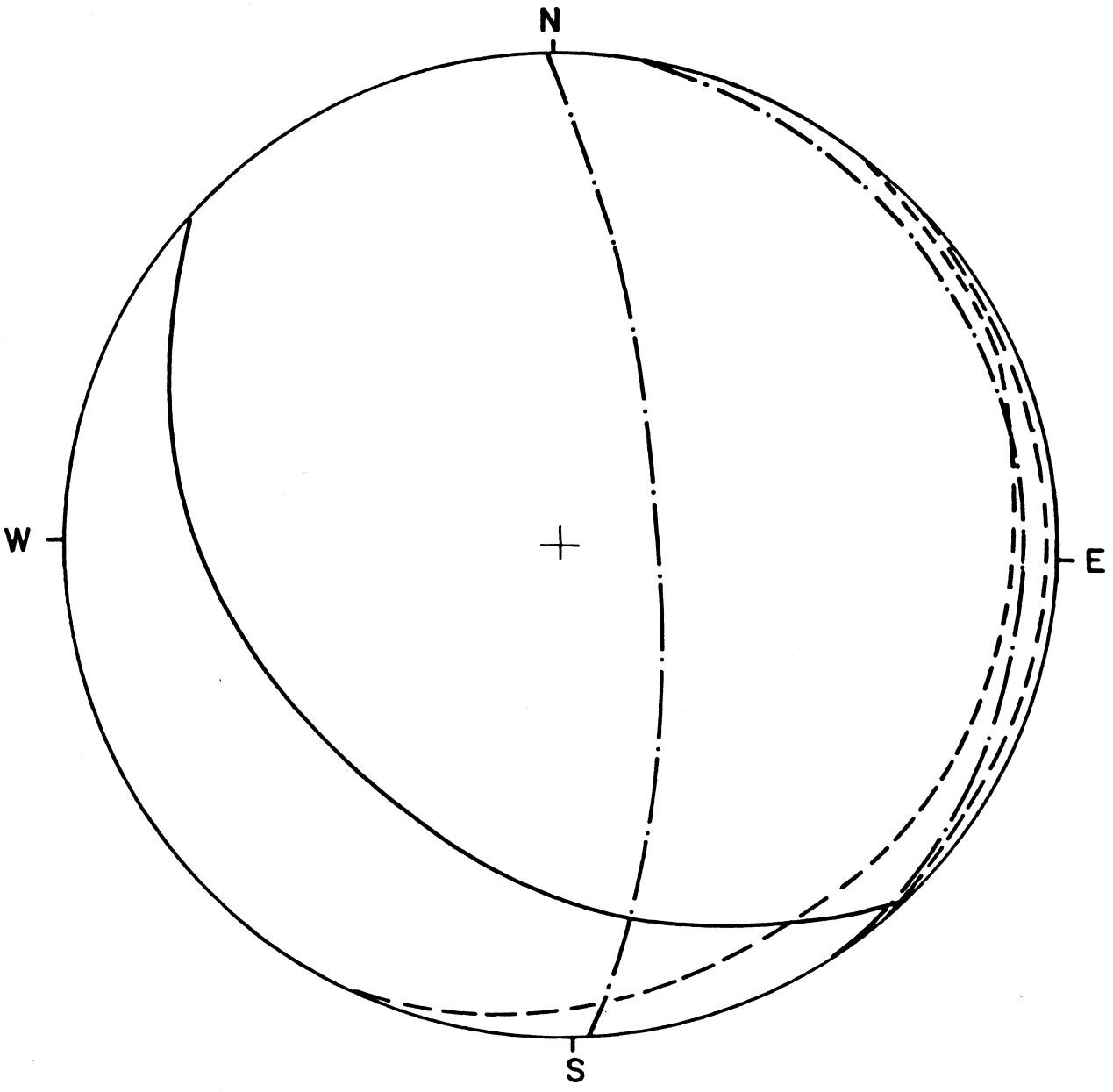
SECCION III - III



TALUD DE CORTE
FOLIACIONES
DIACLASAS

FIG. - 16 -

SECCION IV - IV'



TALUD DE CORTE
FOLIACIONES
DIACLASAS

FIG.—17-

Mediante programa de computadora se realizaron los cálculos y de ellos se desprende que el factor de seguridad mínimo es de F_{min} = 1.28 correspondiente a la sección I - I, confirmándose en general los resultados y las conclusiones del anterior análisis general.

————————///————————

APLICACION DE LOS METODOS A LAS ROCAS METAMORFICAS QUE CONSTITUYEN LAS COLINAS ALREDEDOR DE CARACAS

Un aspecto de importancia que es necesario destacar en este trabajo es la posibilidad de utilizar la metodología de proyecciones hemisféricas, para evaluar y analizar problemas de estabilidad de taludes en colinas formadas por rocas metamórficas meteorizadas, tales como las que constituyen las colinas alrededor de Caracas.

Es indudable que los métodos de estabilidad antes descritos, se refieren solamente a macizos rocosos en los cuales cualquier tipo de movimiento o rotura estaría controlado por la resistencia al esfuerzo cortante en las discontinuidades de la roca; en estos casos se asume que la resistencia al corte en las discontinuidades es mucho menor que la resistencia de la roca misma.

A medida que avanza la meteorización, las rocas van perdiendo sus características originales hasta un punto donde su comportamiento geomecánico se hace independiente de la orientación de las discontinuidades y la rotura ocurre como en una masa de suelo; en estos casos se aplican los métodos convencionales de estabilidad de taludes en suelos.

Las rocas metamórficas que constituyen las colinas que bordean el valle de Caracas, presentan variados grados de meteorización según su localidad. Por este motivo quedará a juicio del geólogo de campo si su comportamiento se asemeja más al de una roca o al de un suelo. Para los casos intermedios suelo-roca, donde existan dudas sobre su verdadero comportamiento, es recomendable atacar el problema bajo los dos criterios, es decir, analizando el talud primeramente como si fuera un suelo y luego asumiendo que la orientación de las discontinuidades controlan su comportamiento. En base a los resultados de ambas metodologías el juicio profesional y la experiencia previa en los materiales conducirá a optimizar la decisión.

Es bueno destacar que si bien es cierto que una roca muy meteorizada a descompuesta se comportará en forma más semejante a un suelo, existen muchos factores geológicos que deben ponderarse para conocer sus efectos en la estabilidad

Por ejemplo, un talud analizado por métodos convencionales de suelos puede dar como resultado un factor de seguridad de 1.20 (fuerzas resistentes/fuerzas activas), sin embargo, si los vestigios de planos de foliación reflejan orientaciones cinemáticamente inestables, el valor del factor de seguridad no sería suficiente para garantizar la estabilidad de dicho talud. Por otro lado si los planos de foliación visibles son obsecuentes (en sentido contrario a la pendiente del talud), no existen diaclasas buzando hacia el talud y se observaron vetas de cuarzo más resistentes que la roca meteorizada, el factor de seguridad de - 1.20 podria considerarse suficiente para la definición estable del talud.

CONCLUSIONES FINALES

1. La investigación bibliográfica realizada respecto al uso de proyecciones hemisféricas en estabilidad de taludes, ha permitido condensar en este trabajo, valiosas contribuciones que han sido complementadas con experiencias del autor en la práctica de la profesión. Los ejemplos prácticos incluídos facilitarán al lector no familizarizado con la metodología, el entendimiento e interpretación del procedimiento de evaluación y análisis de taludes en macizos rocosos.

2. El uso de proyecciones hemisféricas para la evaluación y análisis de estabilidad de taludes en macizos rocosos, se considera como una herramienta poderosa en el estudio y proyecto de obras civiles. Su utilización permitirá anticipar problemas de estabilidad de taludes a nivel de anteproyecto, introduciendo los cambios y modificaciones necesarios para llevar a cabo un proyecto satisfactorio, con un mínimo de problemas.

3. Los métodos de proyecciones hemisféricas permiten enfocar los problemas de estabilidad en forma tridimensional, como realmente ocurren, evitando el uso de la práctica ingenieril común de reducir todos los análisis a una sección bidimensional.

4. La metodología de proyecciones hemisféricas permite la incorporación, a los análisis de estabilidad, de fuerzas debidas a aceleraciones sísmicas de cualquier dirección, fuerzas debidas a presiones hidráulicas y fuerzas de contención tales como anclajes, muros y bermas. Aún cuando en estos análisis normalmente solo se utiliza la componente friccional de la resistencia al corte, existen procedimientos mediante los cuales es posible incluir el efecto de la resistencia cohesiva.

5. La selección de los parámetros de resistencia al corte tiene mucha influencia en los análisis de estabilidad de macizos rocosos, por lo tanto, es preciso conocer y evaluar todos los factores que influyen en su determinación.

6. Aún cuando las diferentes metodologías presentandas tienen muchos factores en común, la experiencia en su uso permite concluir que:

a) La metodología de Klaus John está directamente orientada al ingeniero práctico, tratándose de un procedimiento simple y rápido que puede también ser adaptado a problemas especiales.

b) Los métodos presentados por Branthoover y Richards y por Panet y Struillou, pueden utilizarse en forma confiable en el diseño de taludes en roca para cortes de carreteras.

c) Las metodologías de Goodman, Hoek y Bray, son muy completas y aplicables a variadas condiciones de estabilidad en todo tipo de obras, tales como excavaciones mineras o cualquier talud natural y de corte relacionado con vías, túneles, presas, edificaciones.

d) El enfoque presentado por Londe et. al. es laborioso para cálculos a mano, siendo preferible utilizar programas de computadora. Su metodología ha sido aplicada con éxito en el estudio y proyecto de presas.

7. Las limitaciones de la metodología descrita son las siguientes:

a) Solo pueden ser usados en macizos rocosos donde la roca intacta tiene una alta resistencia y la rotura solo puede ocurrir a lo largo de discontinuidades geológicas existentes en la roca tales como foliación, estratificación, diaclasas, fallas.

b) En rocas descompuestas y muy fracturadas, la evaluación de taludes mediante proyecciones hemisféricas no es correcta ya que normalmente la forma de la superficie de falla es independiente de la orientación de las discontinuidades geológicas.

c) En rocas meteorizadas que pudieran representar un comportamiento frontera entre roca y suelo, se recomienda en primer lugar utilizar las proyecciones hemisféricas para determinar posibles superficies de fallas; con éstas definidas, se procederá a los análisis convencionales de estabilidad. En segundo lugar se debe analizar el macizo rocoso meteorizado como un suelo, suponiendo otras superficies de fallas tales como circulares o espiral logarítmica, cuya forma es independien-

te de la orientación de las discontinuidades. Los resultados deberán ser evaluados tomando en cuenta factores geológicos difíciles de incluir en los cálculos, pero de influencia en la estabilidad; de cualquier forma es recomendable tomar decisiones en base a los factores de seguridad menores que resulten de ambos análisis.

8. Es preciso enfatizar la necesidad de que el geólogo de campo conozca y domine el uso de las proyecciones hemisféricas, pués de sus observaciones dependerá el éxito de la evaluación y análisis de taludes en macizos rocosos.

BIBLIOGRAFIA

1 BARTON, NICHOLAS. Progressive Failure of Excavated Rock Slopes. Proc. 13th Symposium on Rock Mechanics. A S C E. August 1971. pp 139-170.

2 BARTON, NICHOLAS. Review of a New Shear Strength Criterion for Rock Joints. Engineering Geology, 7. 1973. pp 287-332.

3 BARTON, NICHOLAS. A relationship between joint roughness and joint shear - strength. Proc. Symposium on Rock Fracture. France, 1971. Paper 1-8.

4 BARTON, NICHOLAS. Estimation of in situ shear strength from back analysis of failed rock slopes. Proc. Symposium on Rock Fracture. France, 1971. Paper 2-27.

5 BILLINGS, M. P. Structural geology. Prentice-Hall. New Jersey, 1972. p 514.

6 BRANTHOOVER G. and RICHARDS J. Equilibrium Curves. A method for evaluating slope stability of jointed rock. A S C E Specialty Conference: Analysis and Design in Geotechnical Engineering. Austin, Texas, 1974.

7 DONN, W.L. and SHIMER J. Graphic Methods in Structural Geology. Appleton-Century-Crofts, New York, 1958. p 180.

8 GOODMAN, R.E. and BRAY, J.W. Toppling of rock slopes. Proc. Specialty Conference on Rock Engineering for Foundations and Slopes. Boulder. Colorado. ASCE Vol 2.

9 GOODMAN, R.E. Methods of Geological Engineering in Discontinuous Rock. West Publishing Company. St Paul. Minn. 1976. p 472.

10 GOODMAN, R.E. Geological Investigations to Evaluate Stability. Proc. of the Second International Conference on Stability in Open Pit Mining. Canada, Nov 1971. pp 125-132.

11 GOODMAN, R.E. The resolution of stresses in rock using stereographic projections. International Journal of Rock Mechanical and Mining Sciences. Vol. 1. 1963, pp 93-103.

12 GOODMAN, R.E. Discussions of graphical stability analysis by Klaus John. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division. A S C E. Vol. 95 N° SM2. -- Proc. paper 6429. March 1969. pp 698-702.

13 HAMEL J. Three dimensional wedge methods of rock slope stability analysis. ASCE Specialty Conference: Analysis and Design in Geotechnical Engineering Austin, - Texas, June 1974.

14 HEUZE, F. and GOODMAN R. Three dimensional approach for design cuts in jointed rock. Proc. 13th Symposium on Rock Mechanics, A S C E 1972. pp 397-441.

15 HEUZE, FRANCOIS. Analysis of geological data for the design of rock cuts. Proc. of the Third Congress of International Society for Rock Mechanics. Denver, Colorado, Sept. 1974. Vol II. Par B. pp 798-802.

16 HOEK, EVERT. Influence of rock structure on the stability of rock slopes. Proc. of the First International Conference on Stability in Open Pit Mining. Canada, - Nov. 1970. pp 23-47.

17 HOEK, E. and BRAY J. The stability of a rock slope containing a wedge resting on two intersecting discontinuities. Quaterly Journal Engineering Geology. Vol. 6 N° 1. 1973.

18 HOEK, EVERT. Methods for the rapid assessment of the stability of three dimensional rock slopes. Quaterly Journal Engineering Geology. Vol 6 N° 3, 1973.

19 HOEK E. and BRAY J. Rock Slope Engineering. Institution of Mining and Metallurgy. London 1974. p 309.

20 HORN H. and DEERE D. Frictional characteristics of minerals. Geotechnique. Vol. XII. N° 4. Dec. 1962. pp 319-335.

21 JAEGER, J.C. Friction of rocks and the stability of rock slopes. Geotechnique. Vol. 21 N° 2. 1971. pp 97-134.

22 JAEGER, J.C. The behavior of closely jointed rock. Proc. Symposium on Rock Mechanics. Berkeley 1970. pp 57-68.

23 JENNINGS J. An approach to the stability of rock slopes based on the theory of limiting equilibrium with a material exhibiting anisotropic shear strength. Proc. 13th Symposium on Rock Mechanics. A S C E. 1972. pp 269-302.

24 JENNINGS J. and ROBERTSON A. Stability of slopes cut into natural rock. Proc. 7th International Conference of Soil Mechanics and Foundation. Mexico, 1969.

25 JOHN, K.W. An approach to rock mechanics. Journal of Soil Mechanics and Foundations Division. A S C E. Vol. 88. SM4. Proc. paper 3223. August 1963. pp 1-30.

26 JOHN, K.W. Graphical stability analysis of slopes in jointed rock. Proc. Journal of Soil Mechanics and Foundation Division. A S C E. Vol. 94 SM2. March 1968.

27 JOHN, K.E. Engineering analysis of three dimensional stability problems utilising the reference hemisphere. Proc. 2nd Congress, International Society of Rock Mechanics. Belgrade 1970. Vol. 2. pp 314-321.

28 LONDE, P. et. all. The stability of rock slopes; a three dimensional study. Journal of Soil Mechanics and Foundation Division. A S C E. Vol. 95, SM1, 1969. pp. 235-262.

29 LONDE, P. et. all. Stability of slopes-graphical methods. Journal of Soil Mechanics and Foundations Division. A S C E Vol. 96 SM4. 1970. pp 1411-1434.

30 LUNDQUIST, R. and HEIMS, R. Rock structure design by failure probabilities. "New Horizons in Rock Mechanics" 14th Symposium on rock mechanics 1973. pp 329-337.

31 MC MAHON, B. Indices related to the mechanical properties of jointed rock. Proc. 9th Symposium on Rock Mechanics A I M E 1967. p 117.

32 PANET M. and STRUILLOU R. Méthodes d'études de la Stabilité de déblais rocheux pour les projets de routes et d'autoroutes. Second International Congress of Rock Mechanics. Belgrado, Sept. 1970.

33 PANET, M. Discussions of "Graphical stability of slopes in jointed rock by Klaus John. Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division. A S C E Vol.

95 N° SM2. Proc. paper 6429. March 1969. pp 685-686.

34 PATTON F. and HENDRON J. General report on mass movements. Proc. Second International Congress of the Int. Ass. of Engineering Geology. Brasil, August 1974.

35 PATTON F. and DEERE D. Geologic factors controlling slope stability in open pit mines. Proc. of the First International Conference on Stability in Open Pit Mining. Canada. Nov. 1970. pp 23-47.

36 PATTON F. Multiple modes of shear failure in rock. Proc. First International Congress on Rock Mechanics. Lisboa 1966. Vol. 1. pp 509-513.

37 PENTZ, D. Methods of analysis of stability of rock slopes. Proc. First International Conference in Open Pit Mining. Nov. 1970. pp 119-141.

38 PHILLIPS, C.S. The use of stereographic projection in structural geology. Third Edition. London. Edward Arnold, 1971.

39 RAGAN, DONAL. Structural geology. An introduction to geometrical techniques. - 2nd edition John Wiley and Sons 1973.

40 RENGERS, N. Influence of surface roughness on the friction properties of rock planes. Proc. 2nd Congress of International Society for Rock Mechanics. Belgrade 1970, paper 1-31.

41 RITCHIE, A.M. The evaluation of rockfall and its control. Highway Record. Vol. 17, 1963. pp 13-28.

42 RUIZ, MURILLO. Minimun anchoring cost for stabilization of rock slopes.- Proc. of the Third Congress of the International Society for Rock Mechanics. Denver, - Colorado. Sept. 1-7-1974. Vol. II. Part. B. pp 813-819.

43 STEFFEN, O. and JENNINGS, J. Definition of design joints for two-dimensional - rock slope analysis. Proc. of the Third Congress of the International Society - for Rock Mechanics. Denver, Colorado, Sept. 1974. Vol. II. Part. B. pp 827-832.

44 TALOBRE, J. La mechanique des roches et ses applications. 2nd Edition.- Dunop. 1967.

45 TAYLOR, C.L. Geometric analysis of geological separation for slope stability investigations. Bull. Ass. Engineering Geologists. Vol. VII, N° 1 & 2, 1970. pp. 67-85.

46 TERZAGHI, K. Stability of steep slopes on hard unweathered rock. Geotechnique. Vol. 12. Dec. 1962. pp 251-270.

47 TERZAGHI, R.D. Sources of error in joint surveys. Geotechnique. Vol. 15. Sept. 1965. pp 287-304.

48 TURNER F. and WEISS L. Graphic treatment of fabric data. Structural analysis of Metamorphic tectonites. Chapter 3. Mc Graw Hill Book, 1963.

49 VIGIER, G. Discussions of graphical stability of slopes in jointed rock by Klaus John. Journal of the Soil Mechanics an Foundation Division. A S C E. Vol. 95 N° SM2. Proc. paper 6429. March 1969. pp 690-698.

50 VORMERINGER, R. Discussions of graphical stability of slopes in jointed rock by Klaus John. Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division. A S C E, Vol. 95 N° SM2. Proc. paper 6429. March 1969. pp 686-690.

Laboratorio de Mecánica de Rocas. Universidad Central de Venezuela.

GEOMEC

BOLETIN DE DIVULGACION GEOTECNICA

EL METODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS EN LAS APLICACIONES GEOTECNICAS "ANALISIS DE ASENTAMIENTOS DE FUNDACIONES"

GIANFRANCO PERRI Y NELSON RODRÍGUEZ



Nº 9

MARZO, 1982 CARACAS

Se presentan cinco ejemplos de aplicación del método de los Elementos Finitos a problemas geotécnicos, con referencia específica al análisis de los asentamientos que se producen en las fundaciones de las estructuras: fundaciones directas (zapatas y placas) y fundaciones profundas (pilotes).

A manera de introducción también se resumen los principios básicos del MEF, para aquellos lectores que no estén familiarizados con la materia y que no han tenido la oportunidad de conocer el contenido de los números anteriores de este boletín (Nos. 1, 3, 4 y 7) enteramente dedicados al tema.

Cabe tambien señalar que el contenido que se presenta refleja parte de la exposición que el profesor Gianfranco Perri realizó sobre el tema, durante el dictado de una conferencia en la Sede del Colegio de Ingenieros de Venezuela el día 01-09-81,- organizada por la Sociedad Venezolana de Mecánica de Suelos e Ingeniería de Fundaciones.

Caracas, marzo de 1982

EL METODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

EN LAS APLICACIONES GEOTECNICAS

"ANALISIS DE ASENTAMIENTOS DE FUNDACIONES"

POR:

GIANFRANCO PERRI (*) Y NELSON RODRIGUEZ (**)

(*) Profesor de Mecánica de Rocas en la U.C.V.

(**) Profesor de Obras de Tierra en la U.C.V.

EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

El problema central es, el de determinar el estado de solicitación y deformación en una estructura continua sujeta a determinadas condiciones de borde.

Lo primero que debe hacerse es dividir idealmente el continuo en elementos finitos, sustituyendo de tal forma a la estructura dada, por una estructura formada por muchos elementos de formas diferentes, oportunamente conectados entre ellos. Si la estructura en examen es de tipo tridimensional, ella deberá ser dividida en elementos tridimensionales. Si en cambio se tiene una estructura con un eje de simetría geométrica y con cargas a simetría radial, los elementos elegidos son por ejemplo, anillos toroidales de sección triangular o rectangular, y finalmente, si la estructura es plana, sea en condiciones de deformación plana, o de esfuerzos planos, el continuo puede ser dividido en elementos planos de diferente forma (triángulos, rectángulos, cuadriláteros, etc.)

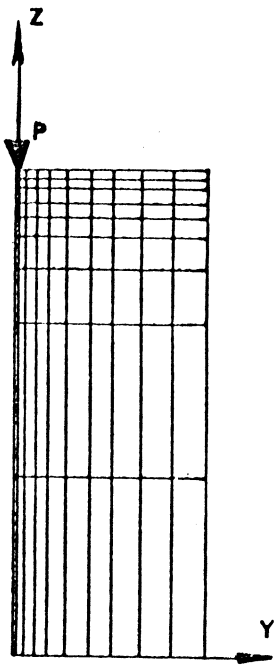
En la figura A se muestran ejemplos de idealización de una estructura en elementos finitos de un dado tipo, y para cada uno de los tres casos mencionados, puede observarse que el tipo de elemento a ser usado y el tamaño de la división son generalmente arbitrarios, aunque estan ligados a la forma de la estructura, a la precisión que se requiere en el cálculo y al tipo de programa de cálculo disponible.

El problema en exámen para una estructura continua es por lo tanto transformado en aquel de una estructura articulada completamente equivalente y para la cual pueden ser empleadas las técnicas del análisis estructural.

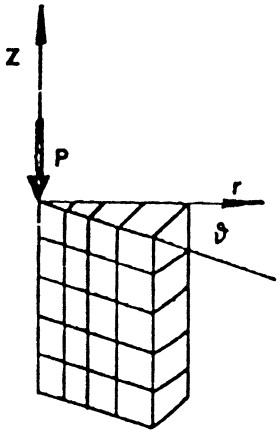
./..



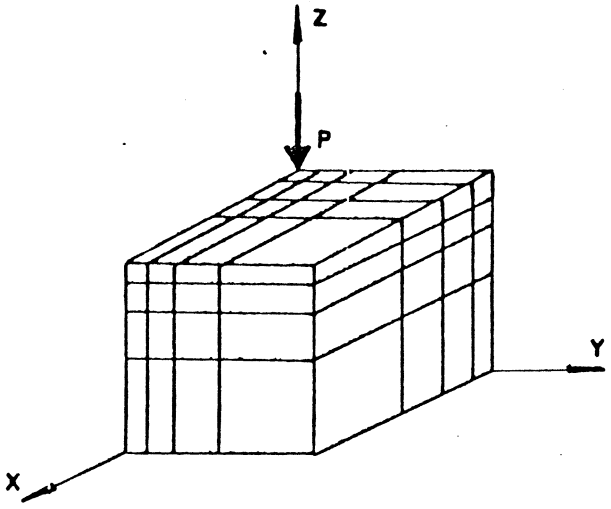
MODELO
MONODIMENSIONAL



MODELO PLANO



MODELO
AXIALSIMETRICO



MODELO TRIDIMENSIONAL

EJEMPLOS DE IDEALIZACION DE UNA ESTRUCTURA CON ELEMENTOS FINITOS

FIG. A

Vale la pena enfatizar aquí que el método de los elementos finitos, a diferencia de otros métodos numéricos como por ejemplo el de las diferencias finitas, es un método en el cual la aproximación es simplemente física, siendo la solución matemática que sigue extremamente rigurosa.

Puede fácilmente comprenderse, por analogía con el análisis estructural clásico, que la parte más delicada del método reside en la definición de las características de deformabilidad, o rigidez, de cada elemento finito, las cuales deben respetar las condiciones de compatibilidad entre elementos adyacentes. Esta fase lleva a definir para cada elemento una matriz, denominada matriz de rigidez, la cual es función de la forma, dimensiones y características de deformabilidad del material que constituye el elemento mismo.

Las ecuaciones fundamentales del método de los elementos finitos pueden resumirse en las siguientes:

1) Relación deformaciones - desplazamientos nodales:

$$\{ \varepsilon \} = \{ B \} \{ \delta \}$$

que establece la relación entre las deformaciones en el interior de cada elemento $\{ \varepsilon \}^e$ y sus desplazamientos nodales $\{ \delta \}^e$. La matriz $\{ B \}$ es:

$$\{ B \} = \{ L \} \{ M \}$$

en donde $\{ L \}$ es el conocido operador diferencial que liga $\{ \varepsilon \}$ y los desplazamientos en el interior del elemento $\{ u \}$ y $\{ M \}$ es una matriz cuyos términos son unas funciones prescritas de las coordenadas de los nodos del elemento.

./..

2) Relación esfuerzos-deformaciones:

$$\{ \sigma \}^e = \{ D \} \{ \varepsilon \}^e$$

que establece la relación entre los componentes de la solicitación $\{ \sigma \}$ y de la deformación $\{ \varepsilon \}$ que es característica del material. $\{ D \}$ es en efecto una matriz - que para un material elástico es función de los módulos de elasticidad del mismo.

3) Ecuación de equilibrio para el elemento:

$$\{ F \}^e = \{ k \}^e \{ \delta \}^e$$

que establece la relación entre las fuerzas nodales $\{F\}^e$ y los desplazamientos nodales $\{\delta\}^e$. La matriz $\{K\}^e$ es la matriz de rigidez del elemento. Es posible demostrar, por ejemplo mediante consideraciones sobre la energía de deformación, que:

$$\{ K \}^e = \int_v \{ B \}^T \{ D \} \{ B \} \, dv$$

en donde " T" indica matriz traspuesta y "v" es el volumen del elemento.

4) Ecuación de equilibrio para la estructura:

$$\{ R \} = \{ K \} \{ \delta \}$$

que establece, para la estructura completa, la relación - entre las fuerzas $\{R\}$ y los desplazamientos $\{\delta\}$ nodales. La matriz $\{ K \}$ es la matriz de rigidez de la estructura y

./..

sus términos pueden ser obtenidos mediante una adecuada superposición de las matrices de rigidez de cada uno de los elementos.

Esta ecuación de equilibrio resulta con respecto a los desplazamientos:

$$\{ \delta \} = \{ K \}^{-1} \{ R \}$$

en donde $\{ K \}^{-1}$ es la matriz inversa de $\{ K \}$.

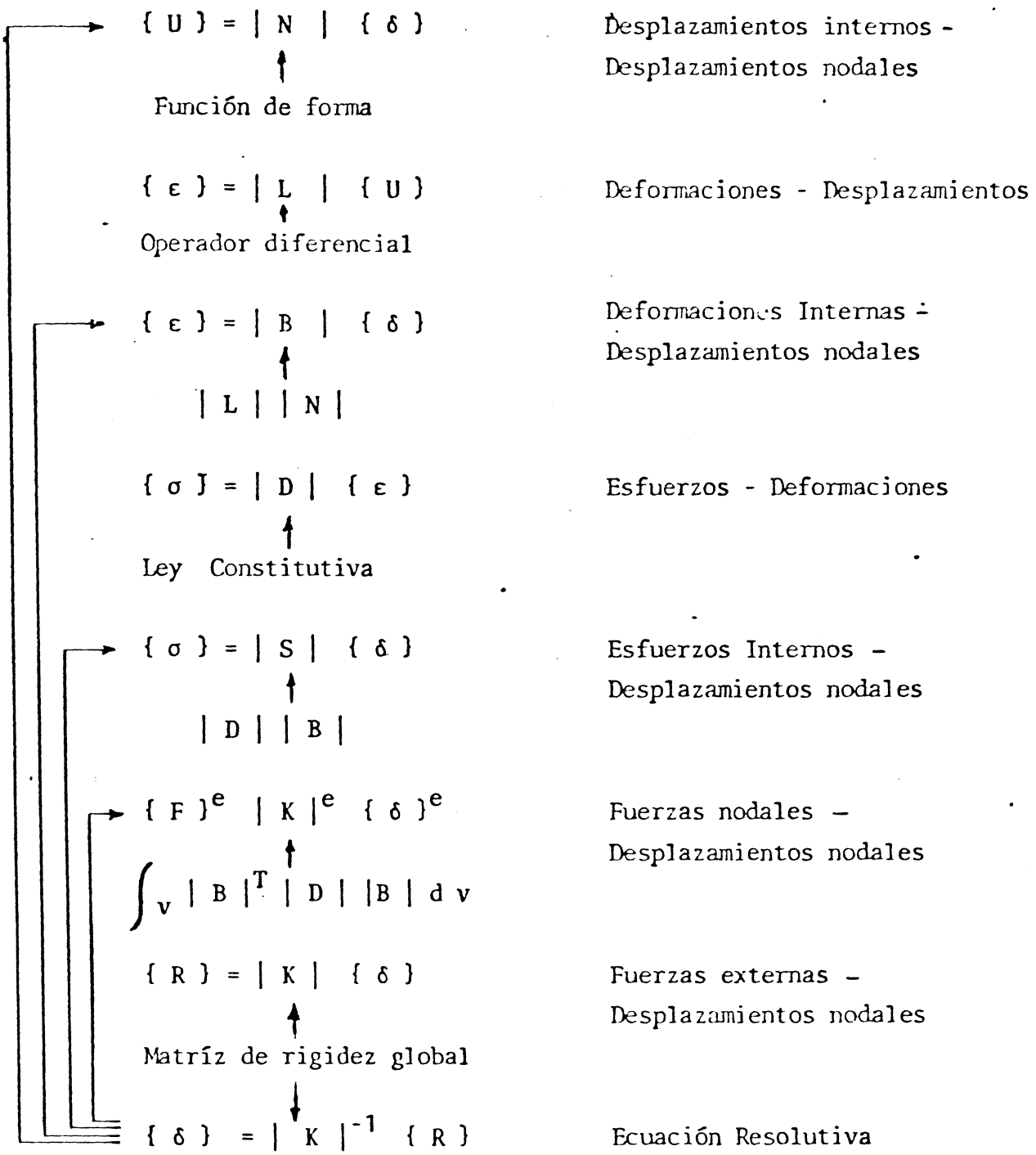
Una vez que se hayan determinado los desplazamientos nodales, mediante la relación (1) se calculan las deformaciones en el interior de cada elemento y de estas, mediante la relación (2), se obtienen las solicitaciones para-cada elemento. (ver también la figura B).

El problema matemático fundamental es el cálculo de $\{ K \}^{-1}$, la cual, en general representa una matriz con cientos de términos y no puede ser resuelta por inversión directa.- Es por lo tanto necesario hacer recurso a esquemas de solución de tipo numérico para los cuales han sido desarrollados diferentes métodos, los mismos que se encuentran descritos en numerosas publicaciones algunas de las cuales estan citadas en la bibliografía.

Para resumir muy brevemente algunas entre las principales características del método de los elementos finitos, y limitándose al campo de la elasticidad lineal, pueden mencionarse que:

a) El método se presenta especialmente versatil para el estudio de estructuras con geometría compleja como sea, debiéndose en cada caso solamente elegir elementos cu

./..



FORMULAS PRINCIPALES DEL METODO DE ELEMENTOS FINITOS .

FIG. B

ya forma se ajusta mejor para reproducir la estructura dada;

b) Debido a que la estructura es dividida en elementos y - que para cada una de ellos se efectúa independientemente el cálculo de la matriz de rigidez, es posible tratar con extrema sencillez estructuras no homogéneas;

c) El estudio de una estructura anisótropa, por ejemplo transversalmente isótropa, no presenta mayores dificultades que una isótropa, debiéndose en este caso solamente definir la nueva matriz { D }, o sea la ley constituitiva del material.

El análisis mediante computadoras se realiza a traves de los pasos siguientes. Se divide la estructura a ser examinada en - un dado número de elementos, los cuales son numerados consecutivamente. Los puntos nodales de estos elementos, identificados por sus coordenadas referidas a un sistema de ejes arbitrario, también son numerados consecutivamente e independientemente de la numeración anterior. Cada elemento finito es identificado por los puntos nodales que a él pertenecen. Sucesivamente, la estructura así transformada es introducida en la máquina precisando también, para cada elemento, sus características físico-mecánica (peso unitario y deformabilidad), y para cada nodo las condiciones de contorno que deben ser respetadas en la solución (bajo forma de fuerzas o desplazamientos).

El programa de cálculo comienza con el determinar las matrices de rigidez de cada elemento, las cuales luego son superpuestas hasta obtener la matriz de rigidez de la estructura completa. Se introducen las condiciones de contorno en forma de desplazamientos o fuerzas nodales prescritas y se procede a la resolución del sistema de las ecuaciones de equilibrio (esto es fundamentalmente la inversión de la matriz de rigidez global { K }).

./..

Se obtienen al fin los desplazamientos y los esfuerzos en toda la estructura, por ejemplo para cada nodo (ver diagrama de-flujo en la figura C).

Para completar esta sumaria exposición sobre el método de los elementos finitos (FEM) hace falta mencionar algunos ulteriores alcances, como son su aplicabilidad a estructuras cuyos materiales que la conforman tienen un comportamiento físico más complejo: elástico no lineal, elasto plástico, visco elástico. Así mismo se han estudiado interesantes técnicas que permiten el análisis de estructuras geotécnicas con comportamientos especiales: no resistencia a tracción, presencia de discontinuidades estructurales, efectos de la existencia de flujos hidraúlicos, etc. (Ver fig. D).

Las principales limitaciones al uso del MEF están en cambio esquematizadas en la figura E.

A continuación sigue la descripción de cinco ejemplos de aplicación del M.E.F. al análisis de asentamientos de fundación directa y profunda (en zapatas, placas y pilotes de fundación). En todos los ejemplos, el cálculo es llevado a cabo bajo la hipotesis de comportamiento elástico-lineal para los materiales involucrados.

PRINCIPALES ETAPAS EN EL CALCULO CON M.E.F.

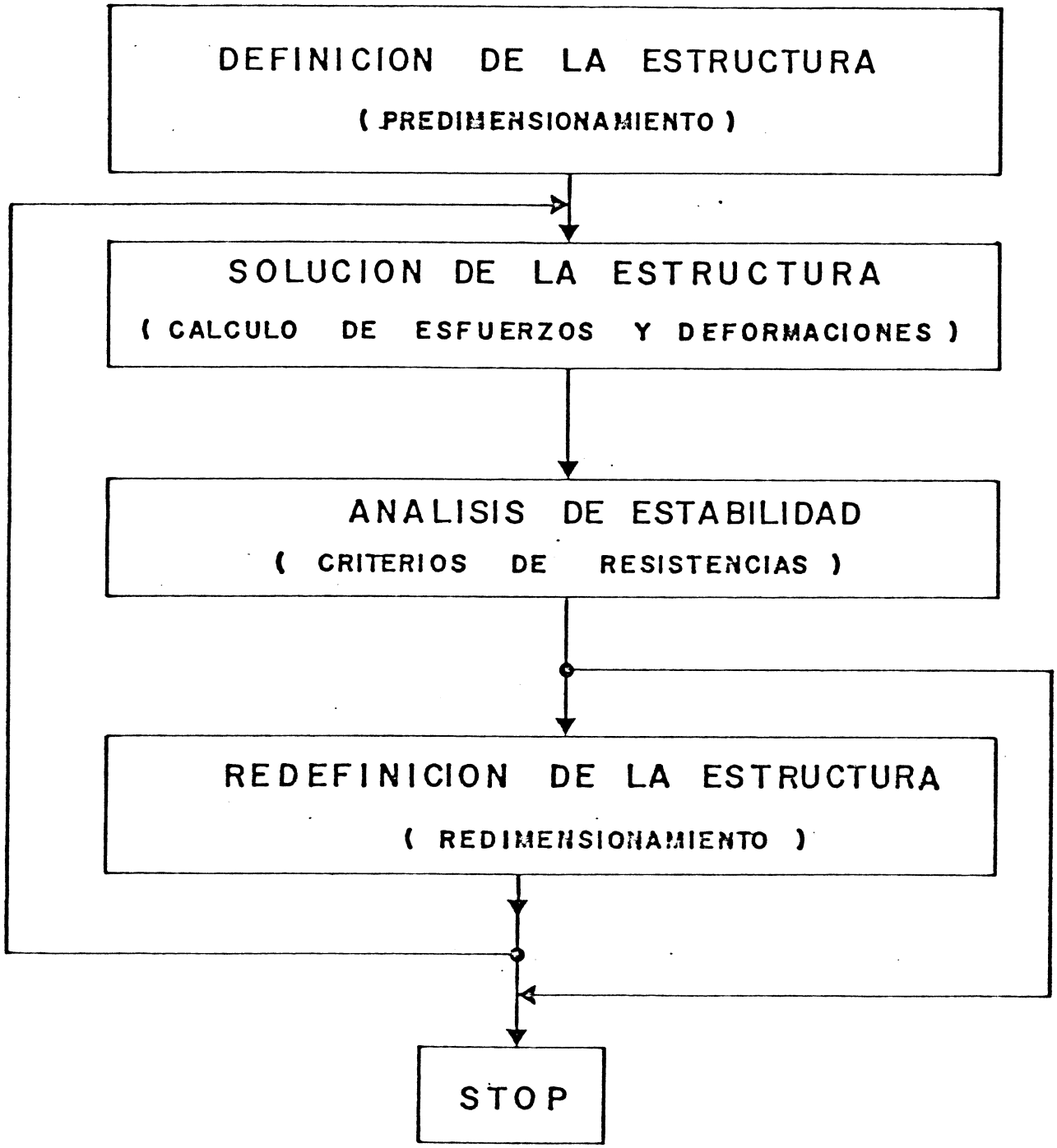


FIG. C

ALCANCES PRINCIPALES DEL M.E.F.

- GEOMETRIA CUALQUIERA
- CONDICIONES DE BORDE CUALESQUIERA
- HETEROGENEIDAD Y ANISOTROPIA
- LEYES CONSTITUTIVAS CUALESQUIERA
- EFECTOS TRIDIMENSIONALES
- COMPORTAMIENTOS ESPECIALES:
  - MATERIAL NO RESISTENTE A TRACCION
  - DISCONTINUIDADES ESTRUCTURALES
  - INTERACCION ENTRE ESTRUCTURAS
  - PROBLEMAS DE CAMPO (Flujo en medios porosos)
  - SIMULACION DE FASES CONSTRUCTIVAS
  - ANALISIS PARAMETRICOS
  - INTERPRETACION DE MEDICIONES
  - EFECTOS DINAMICOS

FIG. D

LIMITACIONES PRINCIPALES DEL M.E.F.

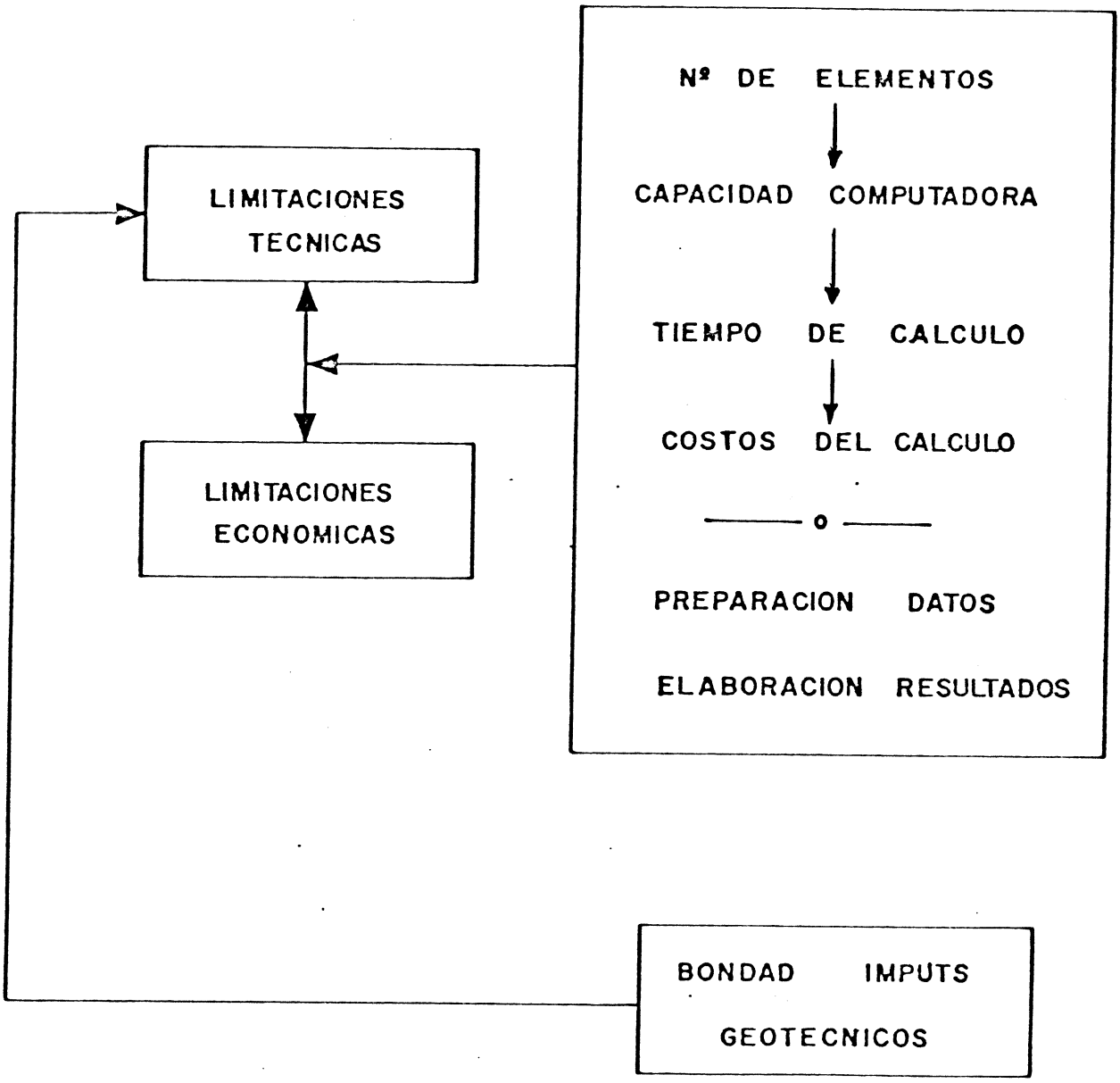


FIG. E

EJEMPLOS Nos. 1 y 2:

ANALISIS DE ASENTAMIENTOS EN PLACAS DE FUNDACION

En ambos ejemplos presentados, con el doble objetivo de evaluar los asentamientos elásticos totales y diferenciales máximos a ser experimentados a nivel de fundación de las estructuras de viviendas, y estimar el módulo de reacción o de balasto del subsuelo a ser sucesivamente utilizado para el diseño estructural de las placas de fundación, se realiza un análisis elástico por elementos finitos.

En ambos casos los elementos usados son cuadrangulares e isótropos y los modelos geomecánicos correspondientes, reproducen la heterogeneidad del terreno en profundidad la cual queda evidenciada al considerar los parámetros de deformabilidad elástica (módulo de elasticidad y de Poisson) correspondientes a cada manto.

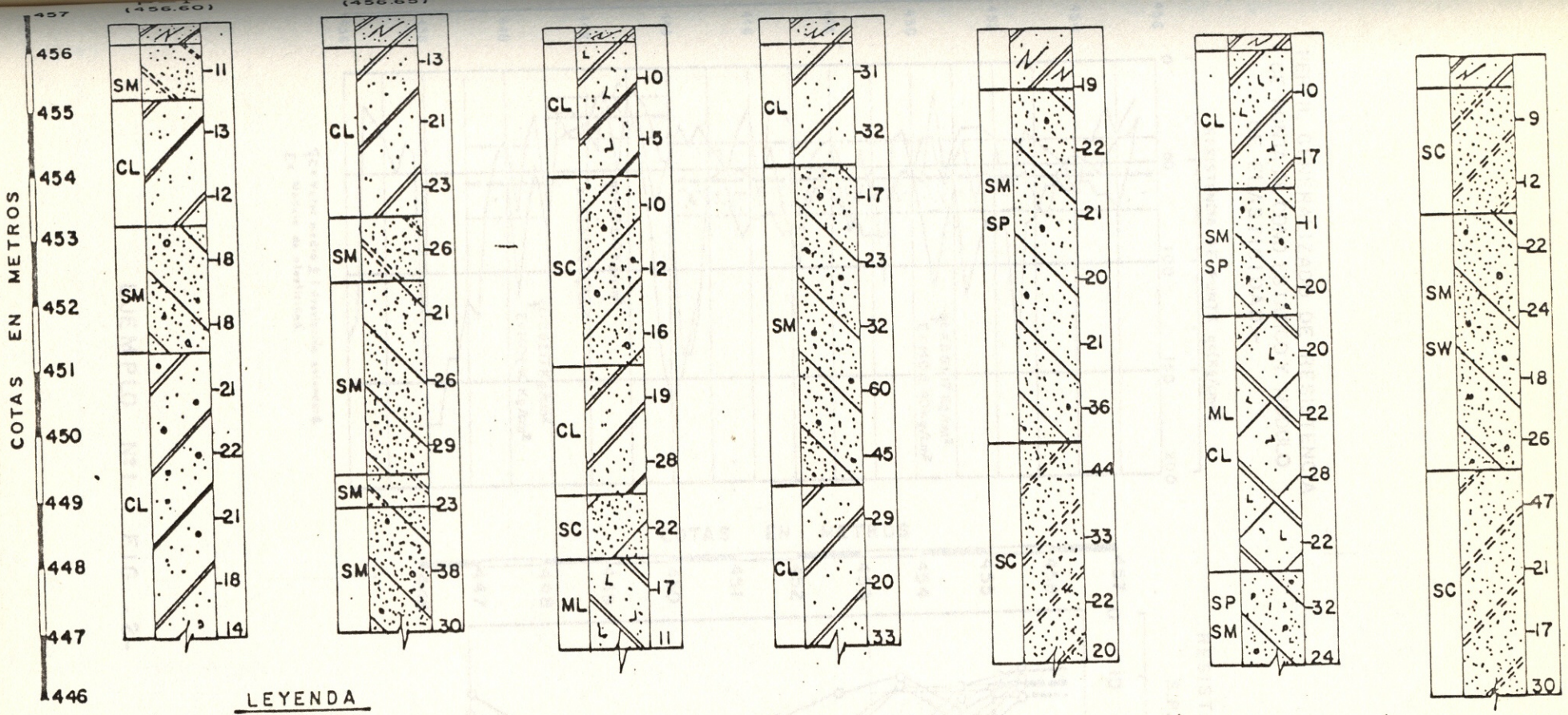
Para los casos específicos en análisis, la estratificación del subsuelo es obtenida mediante la elaboración del perfil generalizado del mismo en términos de módulo de elasticidad, partiendo de los resultados del ensayo de resistencia a la penetración estandard SPT y de resistencia a la penetración del cono estático.

El primer ejemplo se refiere a un terreno ubicado en parcela sobre la carretera Cagua-Grupo Experimental Shell, en Cagua, Edo. Aragua, y el segundo ejemplo se refiere a un terreno ubicado en la Urbanización El Merey en Pariaguan, Edo. Anzoategui.

En ambos casos la solución recomendada para las estructuras de viviendas es la de placa maciza de espesor constante para cada una de las diferentes estructuras tipo previstas.

En las figuras de 1 a 4, se presentan los perfiles generalizados

./..



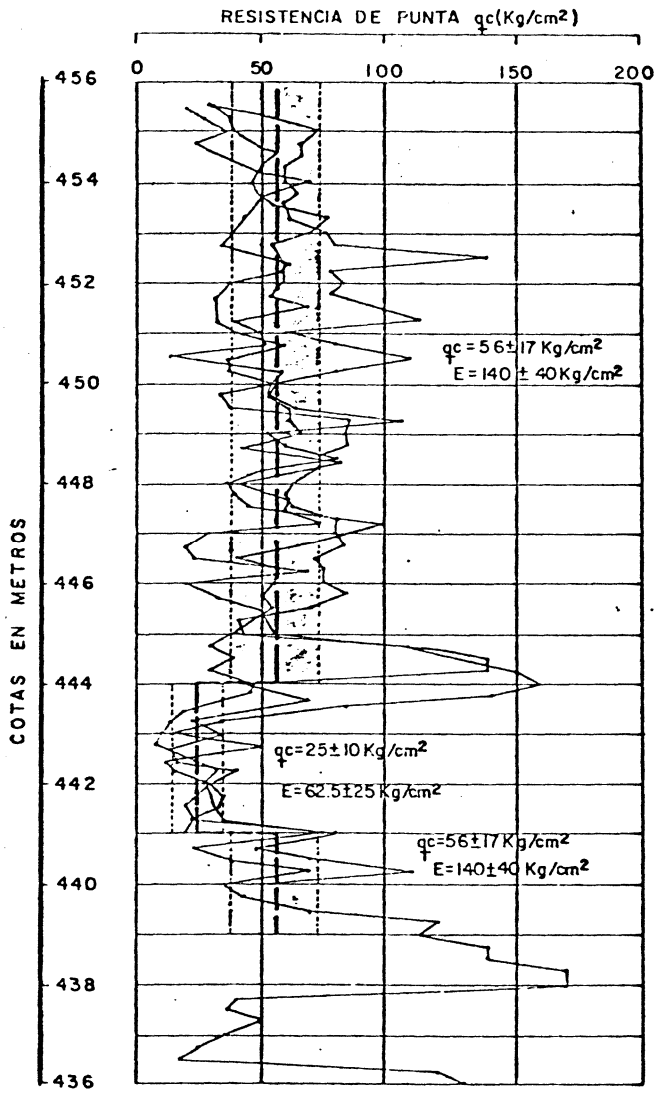
LEYENDA

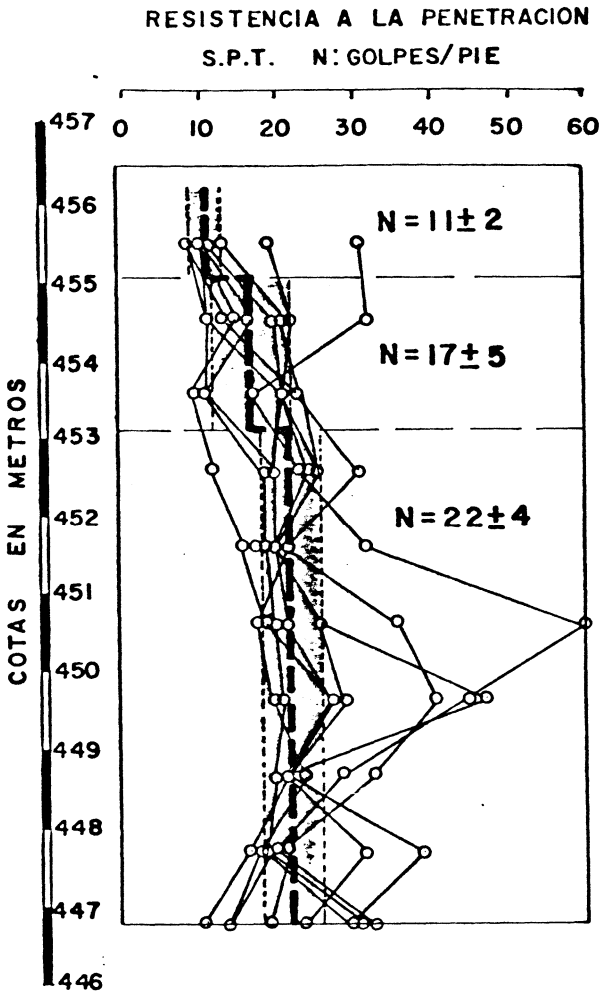
- Capa vegetal
- Arcilla arenosa media a fina de mediana plasticidad. (CL)
- Arena fina a media arcillosa con bajo porcentaje de grava fina. (SC)
- Arena fina a media muy arcillosa. (SC)
- Limo arcilloso muy arenoso fino micaceo. (ML-CL)
- Arena fina a media poco limosa. (SP-SM)

COLUMNAS ESTRATIGRAFICAS

EJEMPLO Nº 1 FIG - 1 -

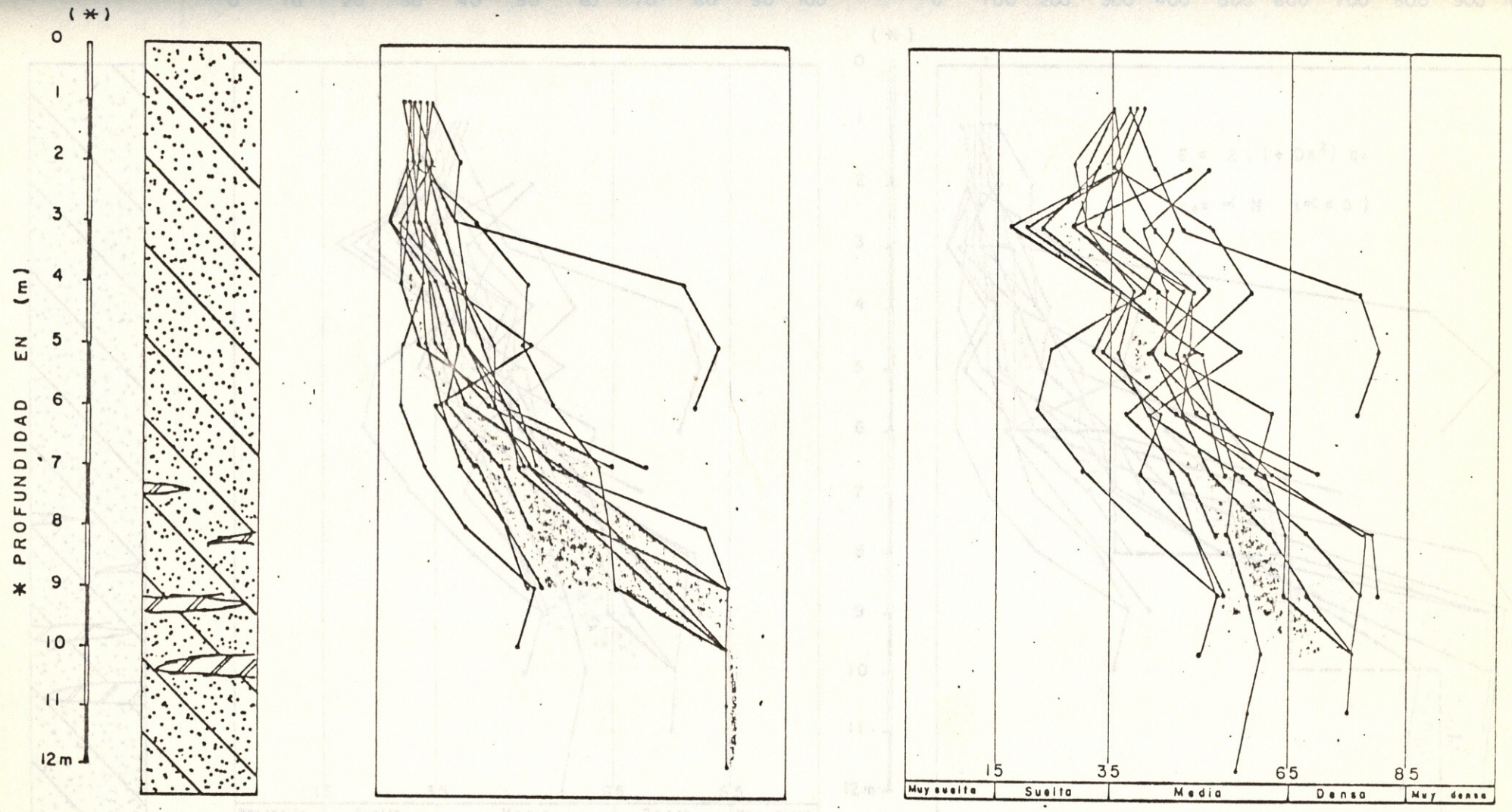
PERFIL GENERALIZADO DE RESISTENCIA DE PUNTA AL CONO ESTATICO Y MODULO DE ELASTICIDAD.-





qc = Valor medio ± 1 desviación estandard.
E = Modulo de elasticidad.

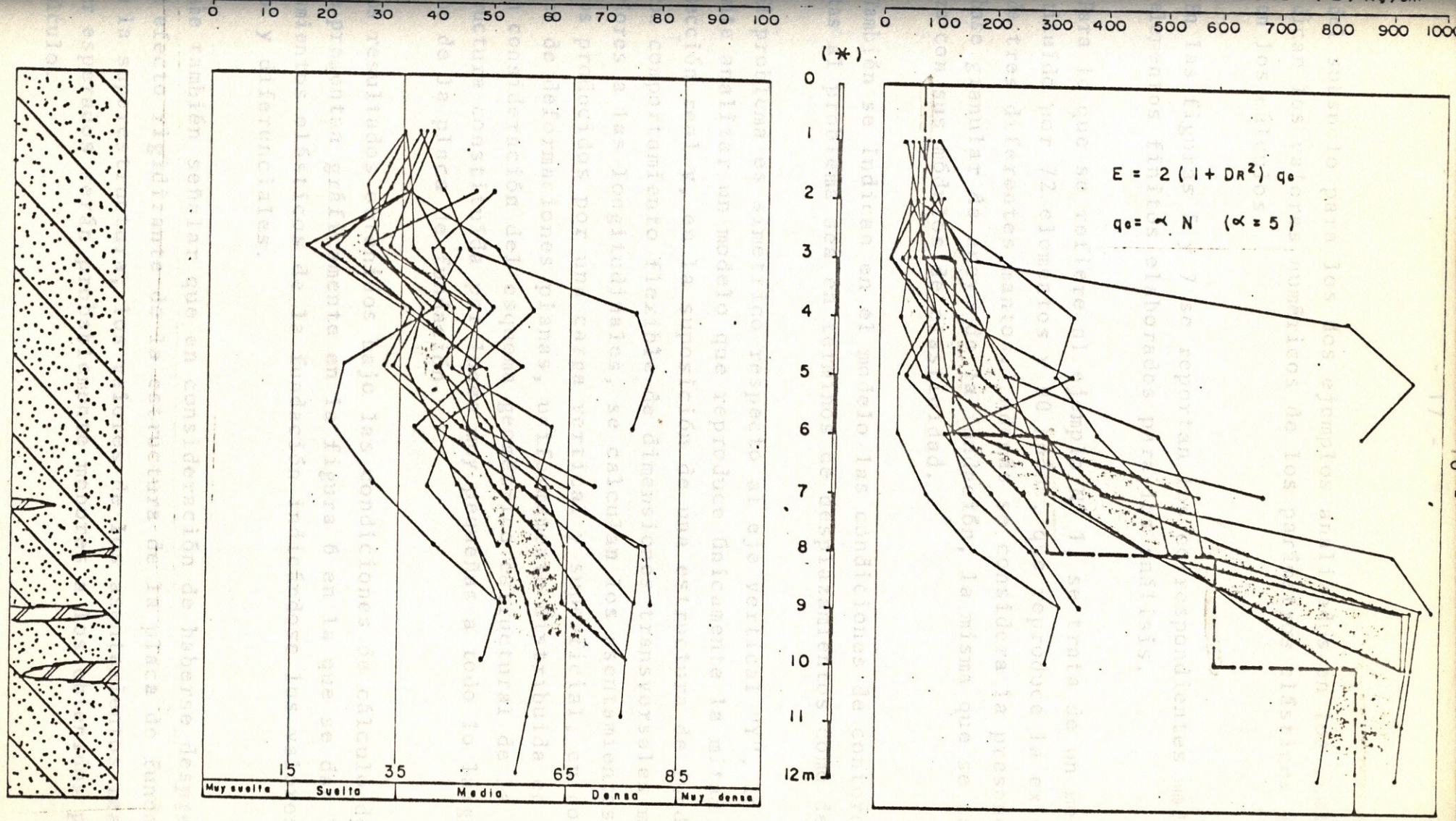
EJEMPLO Nº1 FIG.-2-



(*) LAS PROFUNDIDADES SE REFIEREN A LA TOPOGRAFIA MODIFICADA

$$D_R = \sqrt{\frac{N}{20(3.25+\sigma_v)}} \quad \text{Para } \sigma_v > 0.75 \text{ Kg/cm}^2$$

$$D_R = \sqrt{\frac{N}{20(1+4\sigma_v)}} \quad \text{Para } \sigma_v \leq 0.75 \text{ Kg/cm}^2$$



(*) LAS PROFUNDIDADES SE REFIEREN A LA TOPOGRAFIA MODIFICADA

del subsuelo para los dos ejemplos analizados en los cuales se indican los valores numéricos de los parámetros elásticos utilizados en los cálculos.

En las figuras 5 y 7 se reportan los correspondientes modelos de elementos finitos elaborados para los análisis.

Para lo que se refiere al ejemplo N° 1, se trata de un modelo constituído por 72 elementos y 90 nodos, que reproduce la existencia de tres diferentes mantos. Además se considera la presencia de la base granular de apoyo de la fundación, la misma que se caracteriza con sus módulos de elasticidad.

También se indican en el modelo las condiciones de contorno impuestas al problema sea en términos de desplazamientos como de fuerzas.

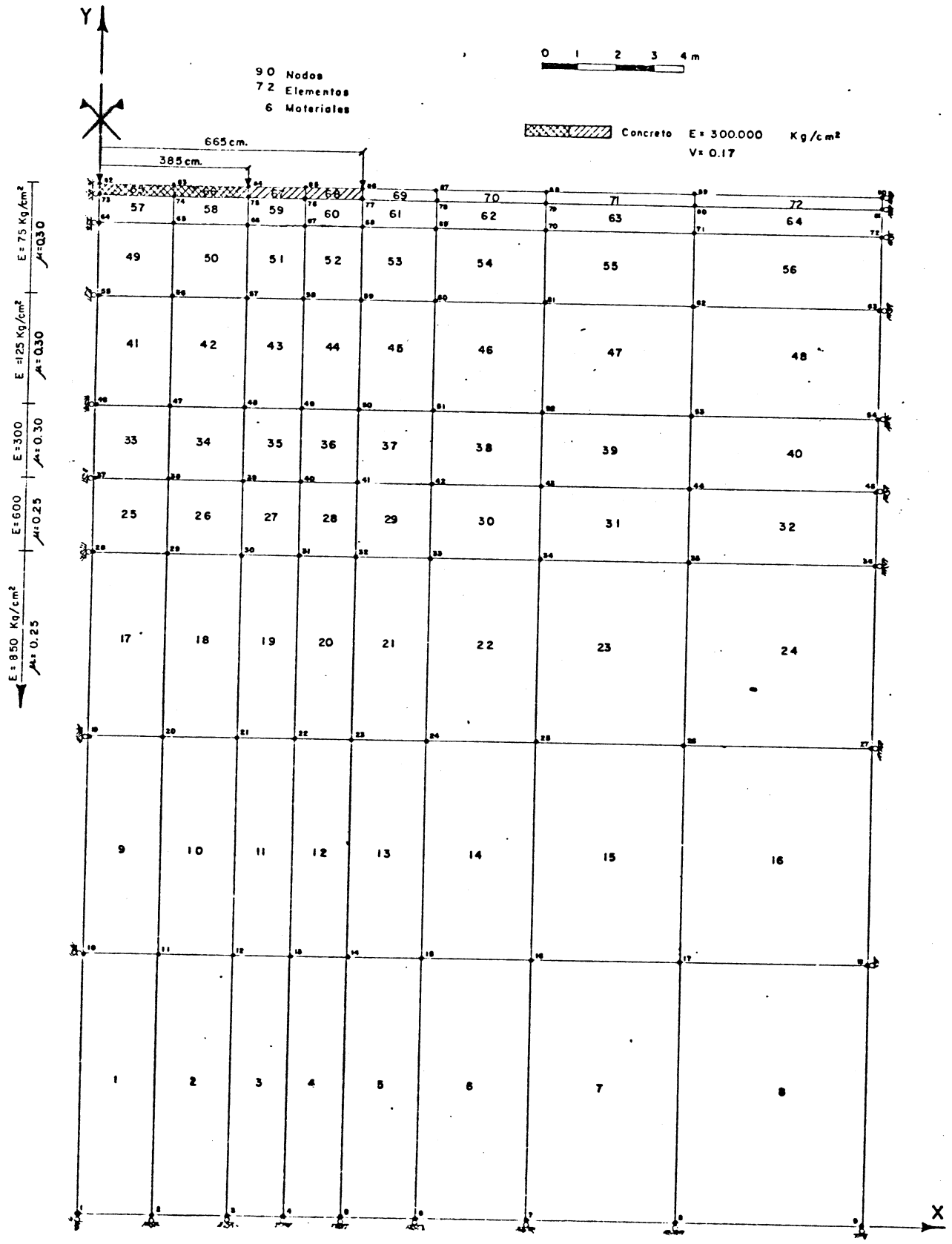
El problema es simétrico respecto al eje vertical "Y", lo cual permite analizar un modelo que reproduce únicamente la mitad de la sección real y, en la suposición de una estructura de fundación con comportamiento flexible de dimensiones transversales muy inferiores a las longitudinales, se calculan los asentamientos elásticos producidos por una carga vertical y superficial, en condiciones de deformaciones planas, uniformemente distribuida en la placa en consideración del esquema geométrico estructural de la superestructura constituída por luces muy pequeñas a todo lo largo y ancho de la placa de fundación.

Los resultados obtenidos bajo las condiciones de cálculo descritas, se presentan gráficamente en la figura 6 en la que se dan los asentamientos elásticos de la fundación indicándose los valores absoluto y diferenciales.

Cabe también señalar que en consideración de haberse despreciado el efecto rigidizante de la estructura de la placa de fundación y de la superestructura, los valores de los asentamientos reales a ser esperados serán probablemente menores a los obtenidos por el cálculo.

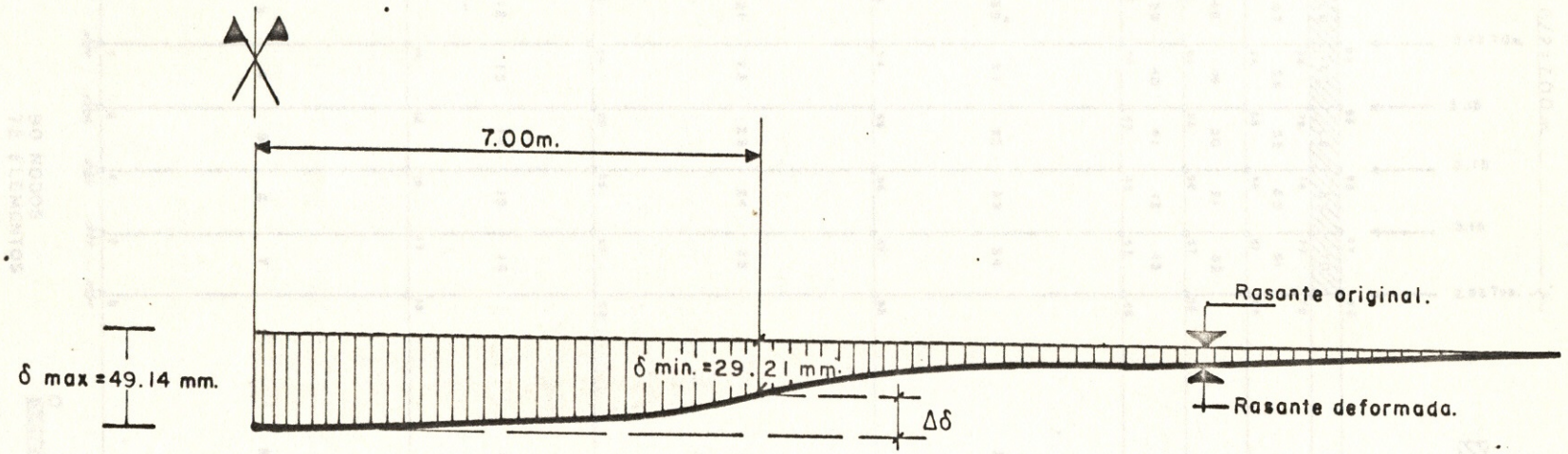
./..

MODELO DE ELEMENTOS FINITOS



EJEMPLO N° 1 FIGURA -5-.

ASENTAMIENTOS SUPERFICIALES ELASTICOS

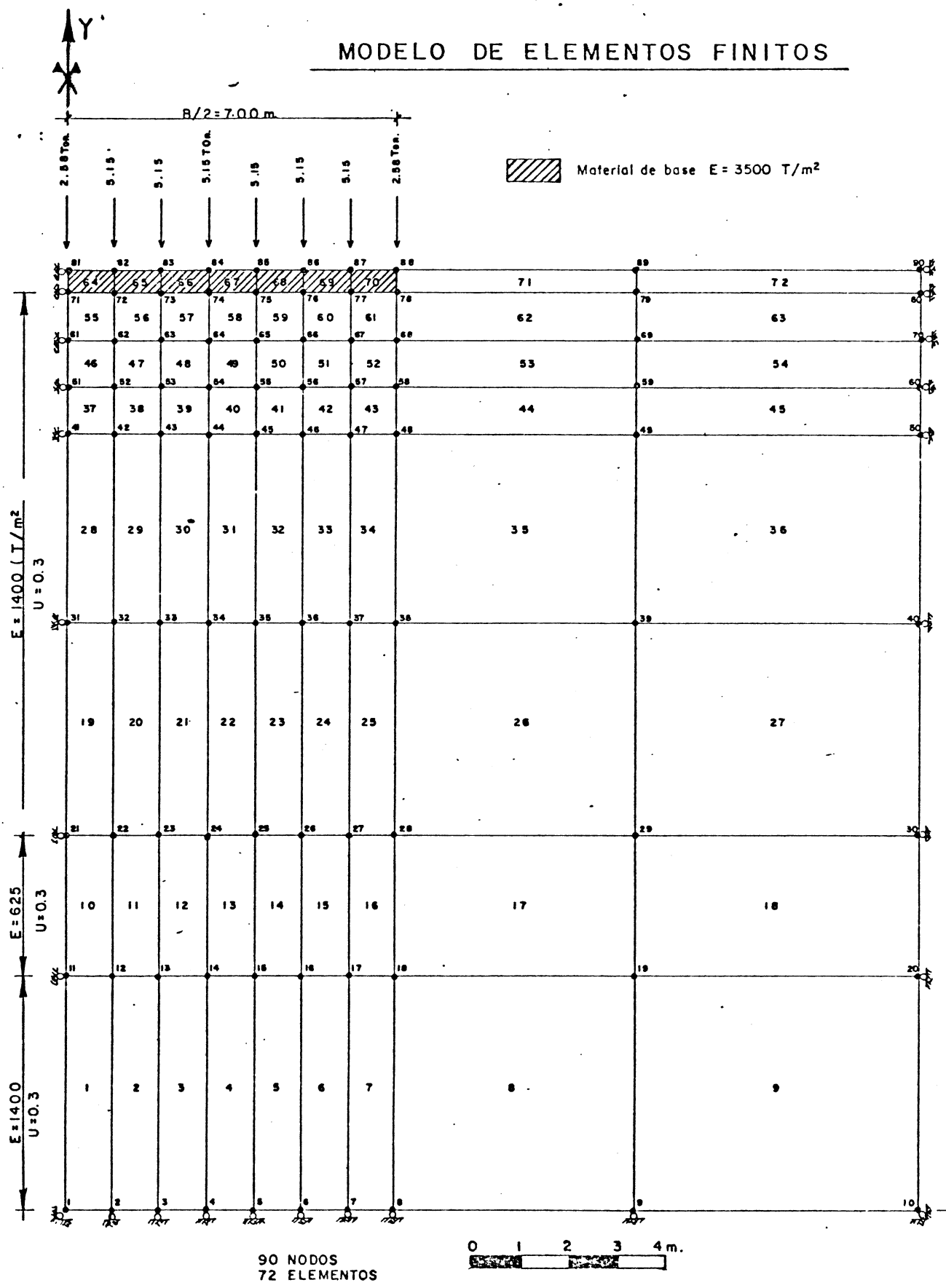


ASENTAMIENTO DIFERENCIAL MAXIMO Δ δ = 19.93 mm.

(Correspondiente a condiciones de placa flexible)

EJEMPLO Nº 1 FIG - 6 -

ESC: H: 1:100
V: 1:0.5



EJEMPLO N°2 FIGURA -7-

Los resultados obtenidos han sido tambien utilizados en el sentido de estimar el valor del módulo de reacción del terreno (K), correspondiente a la estratificación existente y reproducida en el modelo:

$$K = \frac{4}{\gamma \text{ max}} = \frac{5 \text{ Ton/m}^2}{0.05 \text{ m}} = 100 \text{ Ton/m}^3$$

valor con el cual se recomendó proceder al diseño estructural de la placa de fundación.

Para lo que se refiere al ejemplo N°2, se trata de un modelo, igualmente simétrico, constituído por 81 nodos y 64 elementos. El mismo reproduce la estratificación del subsuelo que en este caso comprende cinco mantos de materiales caracterizados por valores crecientes con la profundidad del módulo de elasticidad y, a diferencia del caso anterior, se incluye en el modelo la presencia de la estructura-misma de la placa de fundación.

Nótese que el mismo modelo permite analizar placas de diferentes dimensiones transversales (la longitudinal se considera tambien en este caso muy grande y en consecuencia el cálculo se desarrolla en condiciones de deformaciones planas) habiéndoselo utilizado para el caso de estructuras tipo de edificios y para estructuras tipo de viviendas unifamiliares, ambas previstas en el desarrollo en cuestión.

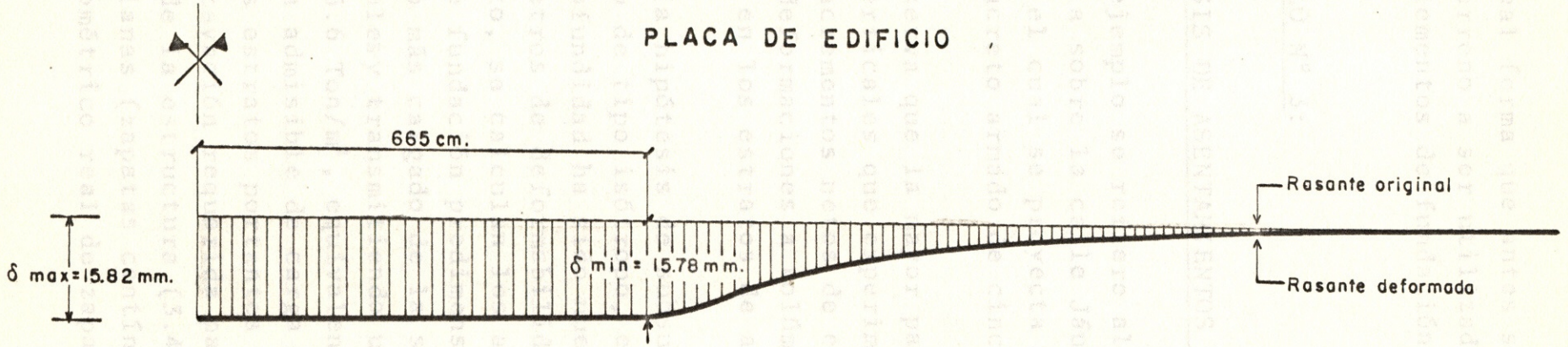
También contrariamente al caso anterior, las cargas esta vez están concentradas en el centro y bordes de la placa de fundación en atención fiel al esquema geométrico estructural de las superestructuras.

Los resultados nuevamente se reportan gráficamente en la figura 8, para los asentamientos de las fundaciones de las dos estructuras tipo analizadas, observándose la sustancial pequeñez resultante en los valores diferenciales, como reflejo de la rigidez transversal tomada en cuenta para las placas de fundación.

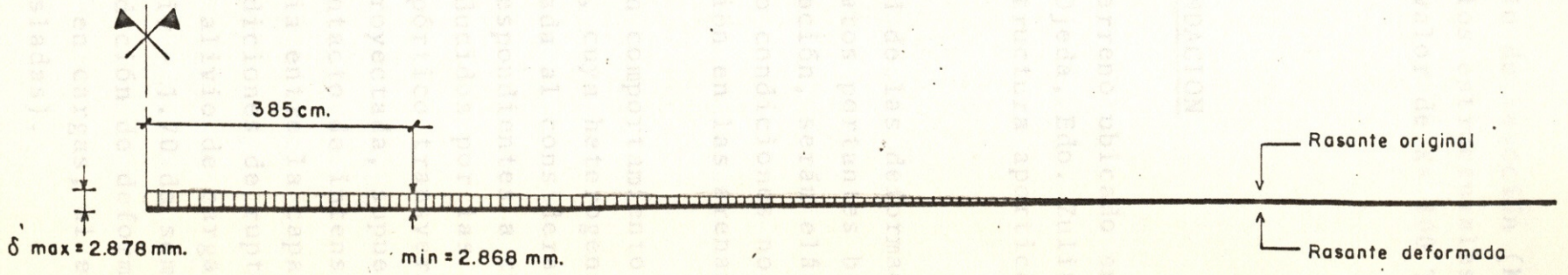
./..

ASENTAMIENTOS SUPERFICIALES ELASTICOS

PLACA DE EDIFICIO



PLACA DE VIVIENDA UNIFAMILIAR



NOTA: Los asentamiento diferenciales despreciables

ESC: H = 1:100
V = 1:1

EJEMPLO Nº 2 FIG -8-

En igual forma que antes se estima el módulo de reacción (K) del terreno a ser utilizado para los cálculos estructurales de los elementos de fundación, resultando un valor de K= 200 Ton/m^3.

EJEMPLO N° 3:

ANALISIS DE ASENTAMIENTOS EN ZAPATAS DE FUNDACION

Este ejemplo se refiere al estudio de un terreno ubicado en parcela sobre la calle Jáuregui de Ciudad Ojeda, Edo. Zulia, sobre el cual se proyecta construir una estructura aporticada en concreto armado de cinco niveles.

Se observa que la mayor parte y/o totalidad de las deformaciones verticales que experimentarán los estratos portantes bajo los incrementos netos de esfuerzos de fundación, serán elásticos (deformaciones a volúmen constante bajo condiciones no drenadas en los estratos de arcilla y compresión en las arenas).

Bajo la hipótesis de subsuelo sin peso, con comportamiento mecánico de tipo isótropo, elástico y lineal, cuya heterogeneidad en profundidad ha sido nuevamente evidenciada al considerar los parámetros de deformabilidad elástica correspondientes a cada estrato, se calculan los asentamientos producidos por las zapatas de fundación predimensionadas para el pórtico transversal típico más cargado de la superestructura proyectada, supuestas flexibles y transmitiendo un esfuerzo de contacto de intensidad q = 26.6 Ton/m^2, equivalente a la diferencia entre la capacidad máxima admisible de carga estimada por condiciones de ruptura de los estratos portantes (30 Ton/m^2) y el alivio de carga por la excavación requerida para alcanzar el Niv - 1.70 de semi-sótano de la estructura (3.4 Ton/m^2), en condición de deformaciones planas (zapatas contínuas equivalentes en cargas, al esquema geométrico real de zapatas cuadradas aisladas).

./..

En la figura 9, se presenta el modelo geomecánico de elementos finitos usado para el análisis. Se trata de un modelo plano constituído por 149 elementos triangulares y 94 puntos nodales, que reproduce la existencia de tres diferentes estratos bajo la superficie de asiento de las zapatas; cada estrato caracterizado por su correspondiente módulo de elasticidad bajo condiciones no drenadas E_u (estimados conservadoramente en ausencia de ensayos triaxiales apropiados, en consideración de la litología de los estratos y de las características de consistencia y densidad relativa de los materiales). El coeficiente de Poisson se ha puesto $u = 0.35$, igual para cada manto (la magnitud de los asentamientos no es especialmente sensitiva a pequeñas variaciones de este coeficiente).

En el modelo se identifican todos los elementos y puntos nodales, y se indican todas las condiciones de borde del problema analizado.

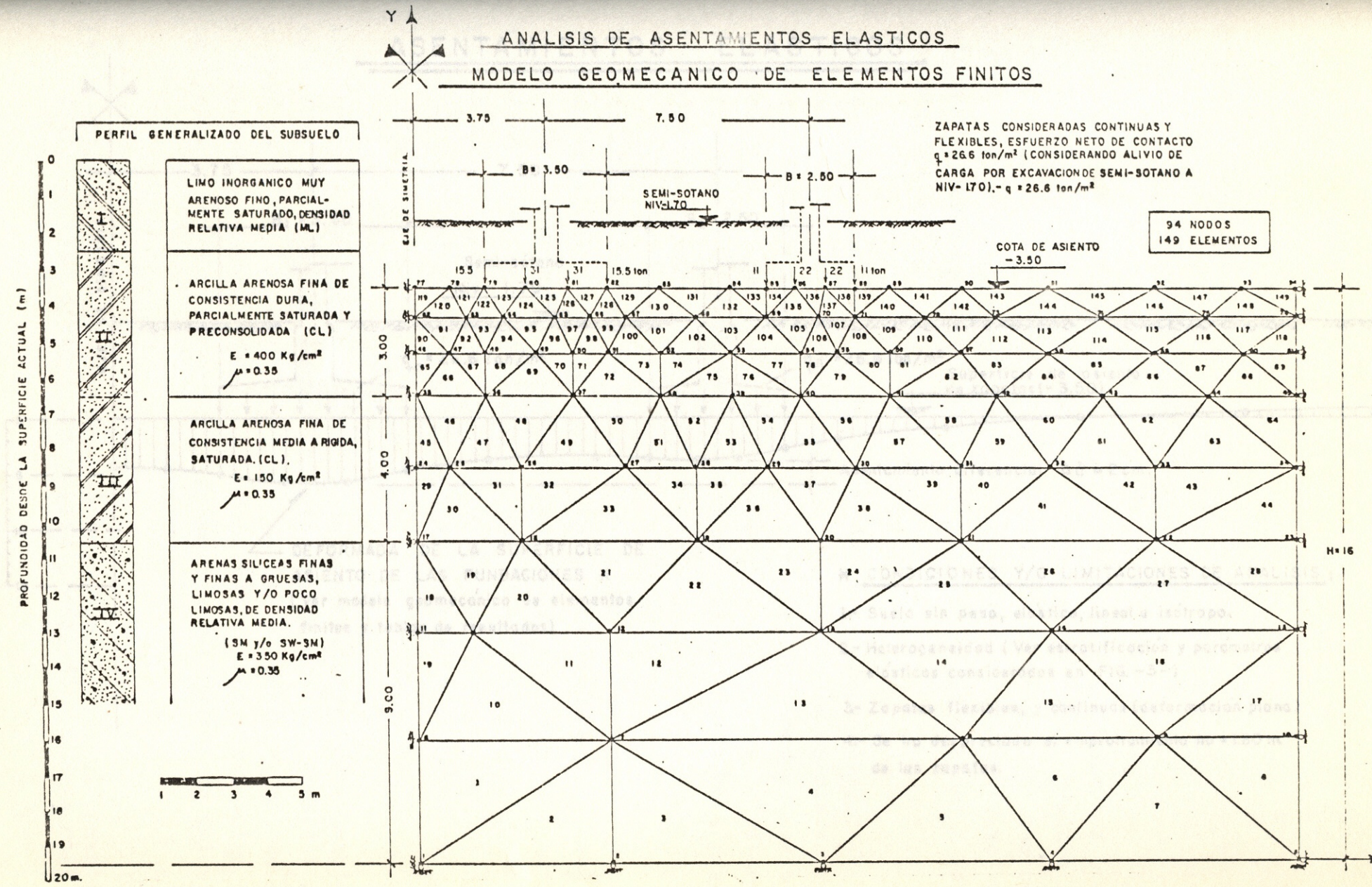
Para lo que se refiere a los resultados del análisis, en la figura 10 se reporta la deformada de la superficie de asiento de las zapatas: el asentamiento elástico total obtenido para las zapatas mayores ($B_1 = 3.50$ m) es del orden de 6 cm., mientras que para las zapatas adyacentes de menor ancho ($B_2 = 2.50$ m.), es del orden de 4 cm, resultando por tanto un asentamiento diferencial del orden de 2 cm, bajo las hipótesis y condiciones de análisis anteriormente indicadas.

Cabe finalmente señalar que la forma (cuadrada) y el empotramiento real ($h_o = 1.80$ m) de las zapatas propuestas como solución de fundación de la estructura proyectada, son factores que inciden en reducir notablemente la magnitud de los asentamientos totales y diferenciales anteriormente estimados en base a un esquema geométrico de zapatas contínuas con cargas equivalentes y ausencia de empotramiento.

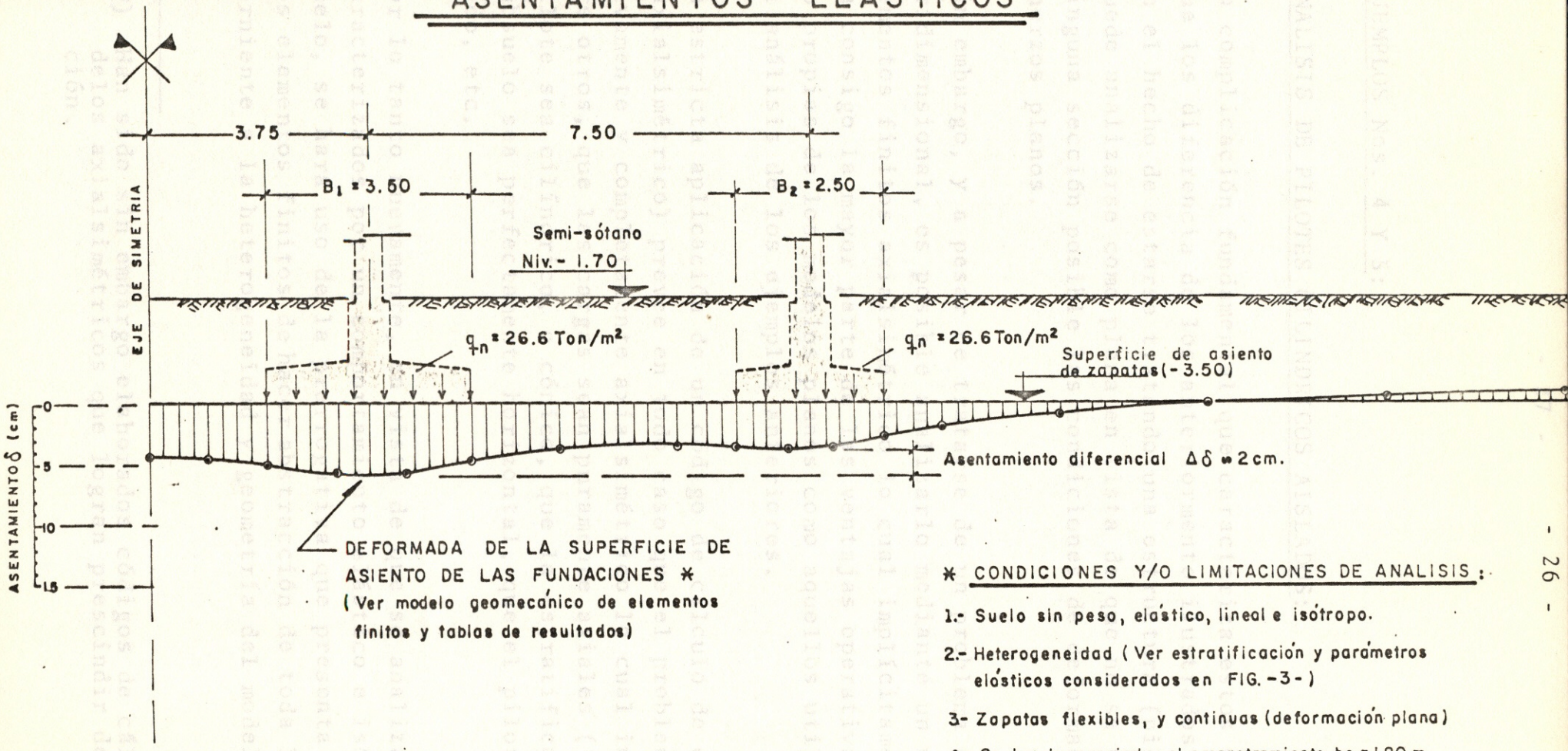
./..

ANALISIS DE ASENTAMIENTOS ELASTICOS

MODELO GEOMECANICO DE ELEMENTOS FINITOS



ASENTAMIENTOS ELASTICOS



* CONDICIONES Y/O LIMITACIONES DE ANALISIS:

1.- Suelo sin peso, elástico, lineal e isótropo.

2.- Heterogeneidad (Ver estratificación y parámetros elásticos considerados en FIG. -3-)

3- Zapatas flexibles, y continuas (deformación plana)

4.- Se ha despreciado el emprotramiento ho = 1.80 m. de las zapatas.

EJEMPLO Nº 3 FIG.- 10 -

EJEMPLOS Nos. 4 Y 5:

ANALISIS DE PILOTES CILINDRICOS AISLADOS:

La complicación fundamental que caracteriza estos ejemplos y que los diferencia de los anteriormente ilustrados, consiste en el hecho de estarse tratando una estructura (pilote) que no puede analizarse como plana en vista de que no se verifican en ninguna sección posible las condiciones de deformaciones o esfuerzos planos.

Sin embargo, y a pesar de tratarse de un problema claramente tridimensional, es posible analizarlo mediante un modelo de elementos finitos axialsimétrico lo cual implícitamente conlleva consigo la mayor parte de las ventajas operativas de cálculo propias de los modelos planos como aquellos utilizados para el análisis de los ejemplos anteriores.

La estricta aplicación de un código de cálculo de este tipo (axialsimétrico) prevee en todo caso que el problema sea efectivamente y completamente axialsimétrico lo cual implica, entre otros, que las cargas sean puramente axiales (*), que el pilote sea cilíndrico, o cónico, que la estratificación del subsuelo sea perfectamente horizontal, que el pilote sea aislado, etc.

Por lo tanto nuevamente, en vista de que se analizarán ejemplos caracterizados por un comportamiento elástico e isótropo del subsuelo, se hará uso de la prerrogativa que presenta el método de los elementos finitos de hacer abstracción de toda limitación concerniente a la heterogeneidad y geometría del modelo de cálculo.

(*) Han sido sin embargo elaborados códigos de cálculo para modelos axialsimétricos que logran prescindir de esta condición.

De esta manera se analizará el comportamiento de pilotes cilíndricos verticales sujetos a cargas puramente axiales, pero de geometría cualquiera y ubicados en un terreno caracterizado por toda clase de heterogeneidad en profundidad, aunque ligado a la condición de axialsimétría.

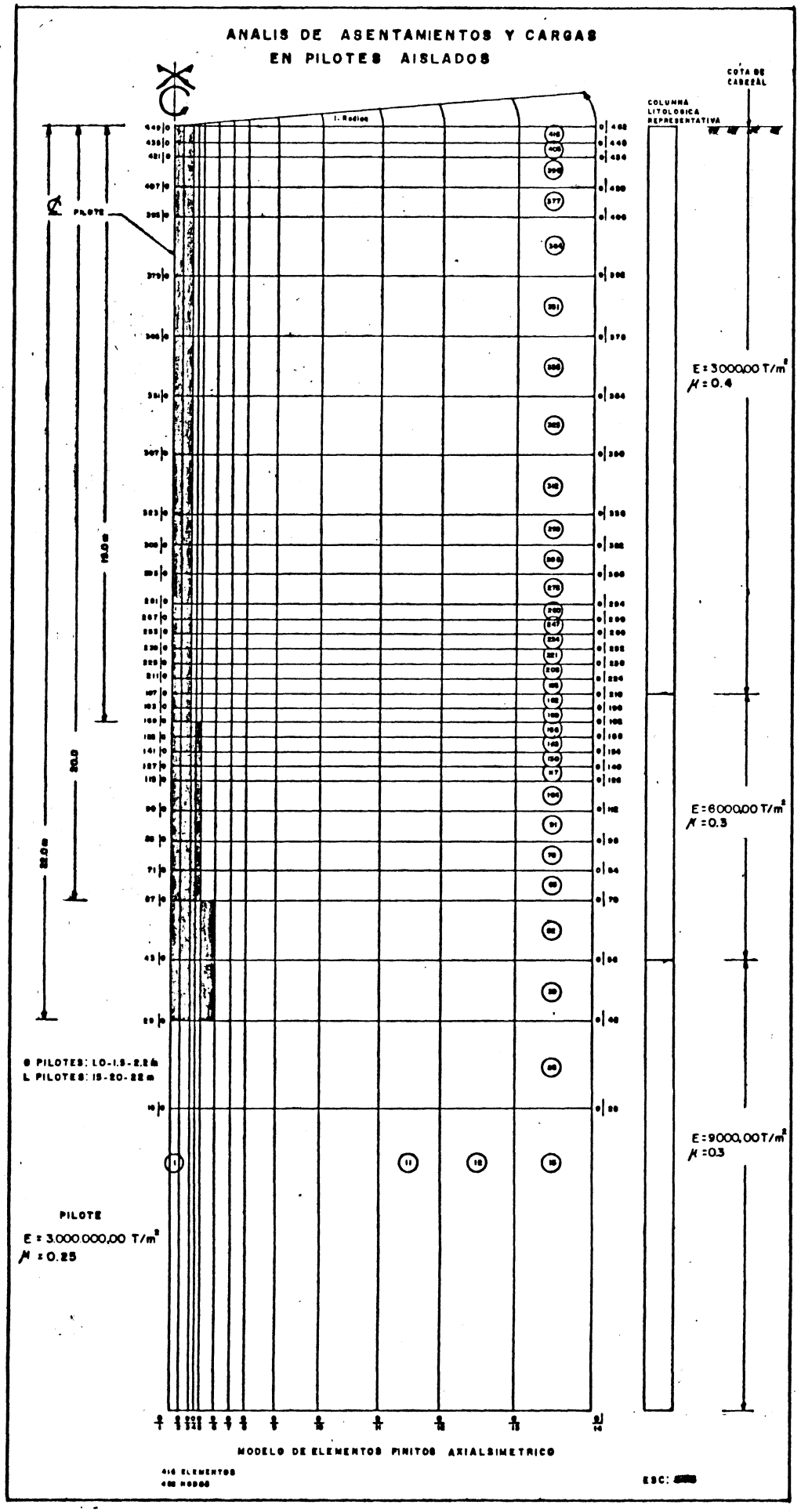
En el primer ejemplo que se ilustra se busca concretamente evaluar el valor de los asentamientos elásticos de pilotes de diferentes diámetros y de longitud y esfuerzo de trabajo definidos, ubicados en un subsuelo también geomecánicamente definido.

En el segundo caso se utilizan los resultados de una serie de pruebas de cargas sobre pilotes de 1 m de diámetro y longitudes distintas, para calibrar el modelo geomecánico del subsuelo para sucesivamente simular la ejecución de nuevas pruebas de carga sobre pilotes de diámetro diferentes. Los resultados se utilizarían finalmente para evaluar la capacidad de carga de pilotes de diferentes diámetros y profundidades.

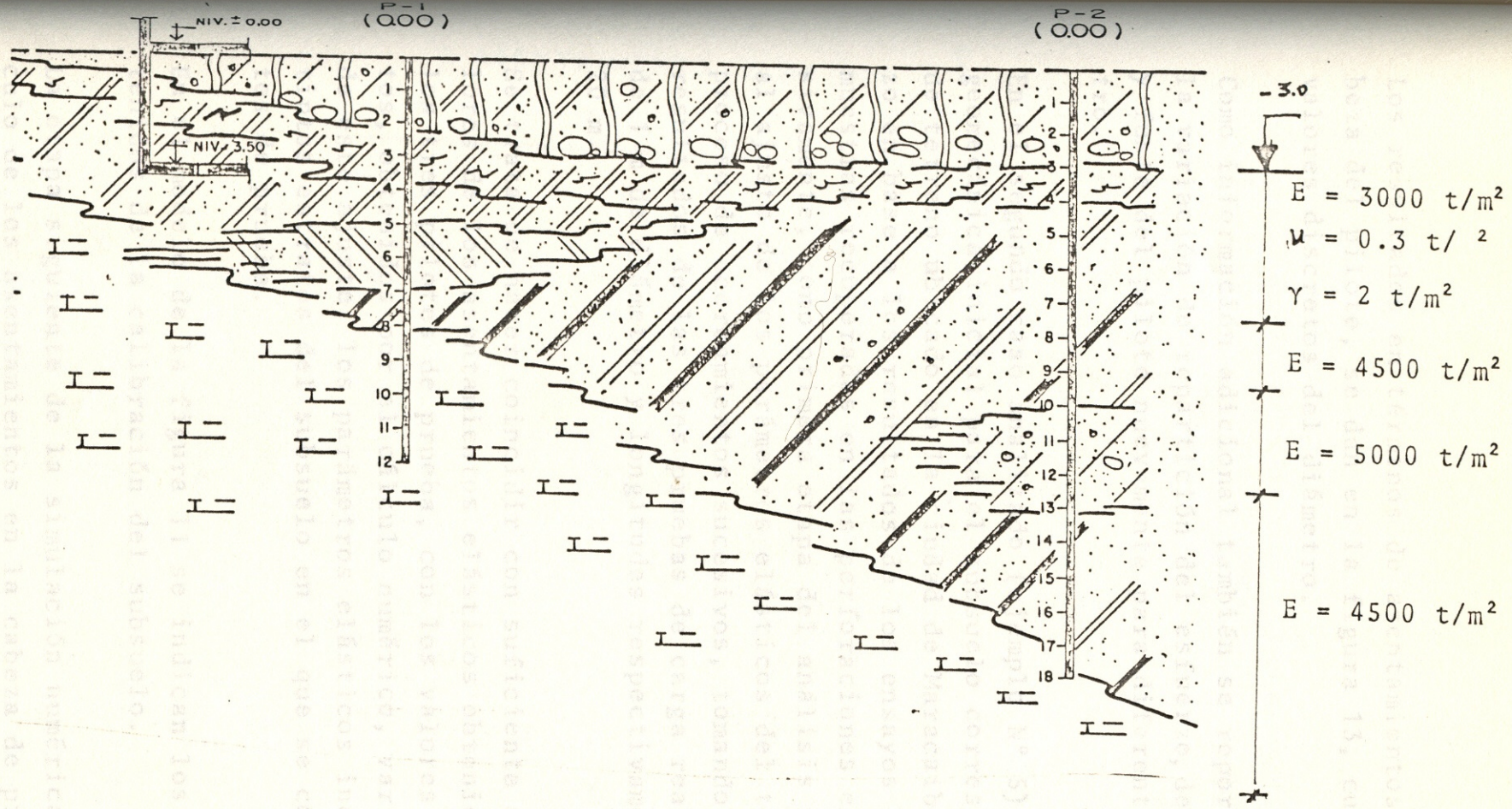
En la figura 11, se reporta el modelo de elementos finitos utilizado en ambos casos. Se trata de un modelo axialsimétrico constituído por 416 elementos cuadrangulares y 462 nodos, caracterizado por un grado de detalle suficientemente alto como para permitir, sin mayores dificultades, la simulación de geometrías diferentes (diámetro y longitud) para los pilotes, así como para la distribución en profundidad (espesores) de las diferentes capas que integran el subsuelo de cada caso en estudio.

El primer caso (ejemplo N°4) el subsuelo, corresponde a una parcela ubicada sobre la antigua carretera Barquisimeto-Yaritagua (Km. 2.550), Edo. Lara, está definido por la existencia de cuatro diferentes estratos caracterizados cada uno de ellos por los valores del módulo de elasticidad, módulo de Poisson y peso unitario (ver Fig. 12). El pilote tiene longitud fija de 9.00 m y esfuerzo de trabajo constante de 40 Kg/cm^2.

./..



EJEMPLOS Nos. 4 y 5 FIG. -11-



EJEMPLO N° 4 - FIGURA N° 12

Los resultados en términos de asentamientos elásticos en la cabeza del pilote, se dan en la figura 13, cuantificados para tres valores discretos del diámetro.

Como información adicional también se reporta en la figura 14 la variación de repartición del esfuerzo, de trabajo entre punta y fuste del pilote nuevamente para diferentes valores del diámetro.

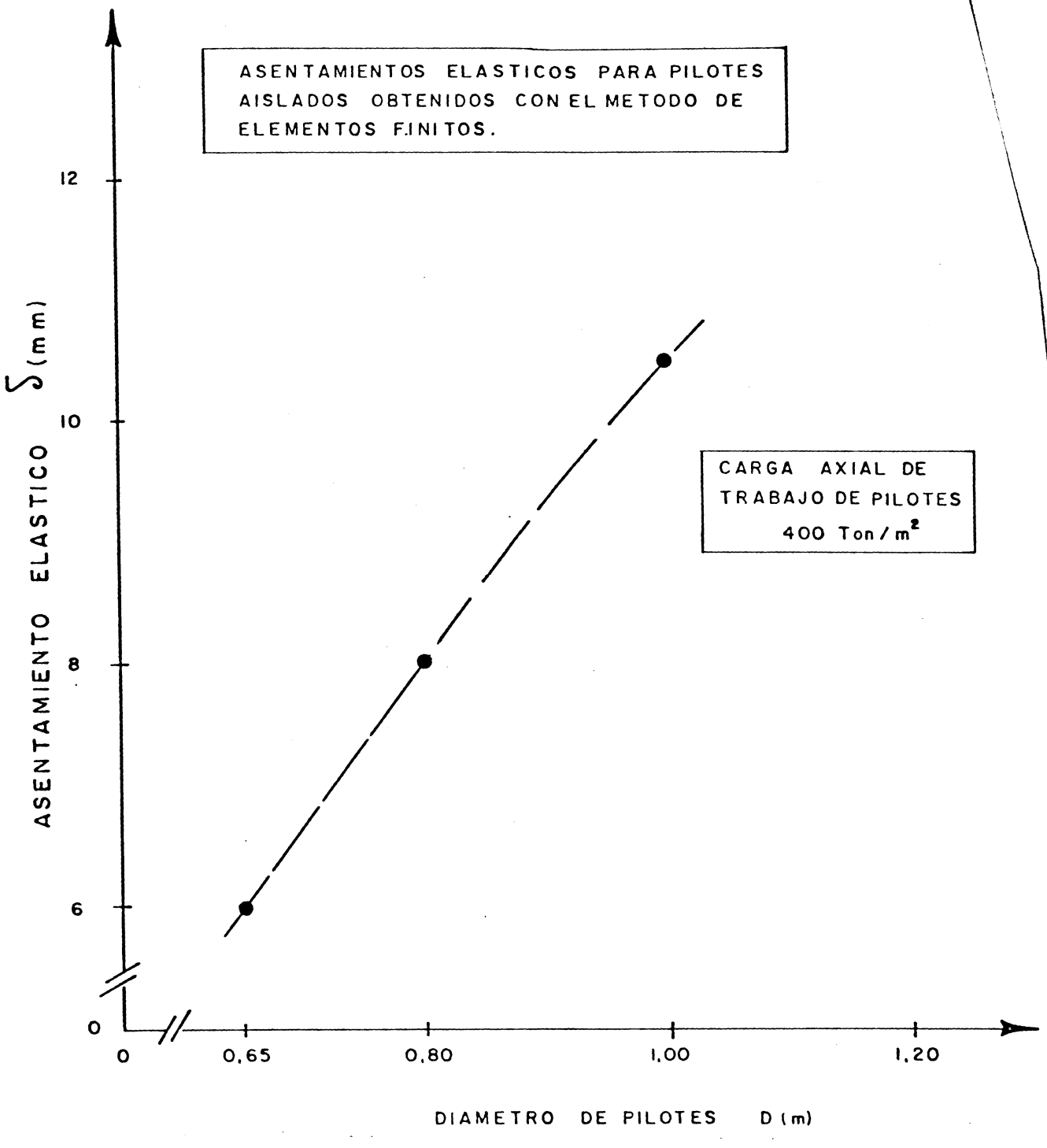
En el segundo caso analizado (ejemplo N° 5), la caracterización geomecánica inicial para el subsuelo correspondiente a un lote de terreno ubicado en la ciudad de Maracaibo, Edo. Zulia, se hizo en base a los resultados de los ensayos SPT y análisis de las muestras recuperadas en las perforaciones exploratorias, y sucesivamente, como primera etapa del análisis numérico, se procede al ajuste de los parámetros elásticos del terreno mediante un proceso de acercamientos sucesivos, tomando como referencia los resultados de las tres pruebas de carga realizadas sobre pilotes de 1 m de diámetro y longitudes respectivamente de 22 m, 15 m y 20 m.

Se trata de hacer coincidir con suficiente aproximación, los valores de los asentamientos elásticos obtenidos en la cabeza de los tres pilotes de prueba, con los valores de estos asentamientos, obtenidos por el cálculo numérico, variando para el logro de este ajuste, los parámetros elásticos incógnitos de los distintos estratos del subsuelo en el que se construyeron los pilotes de prueba.

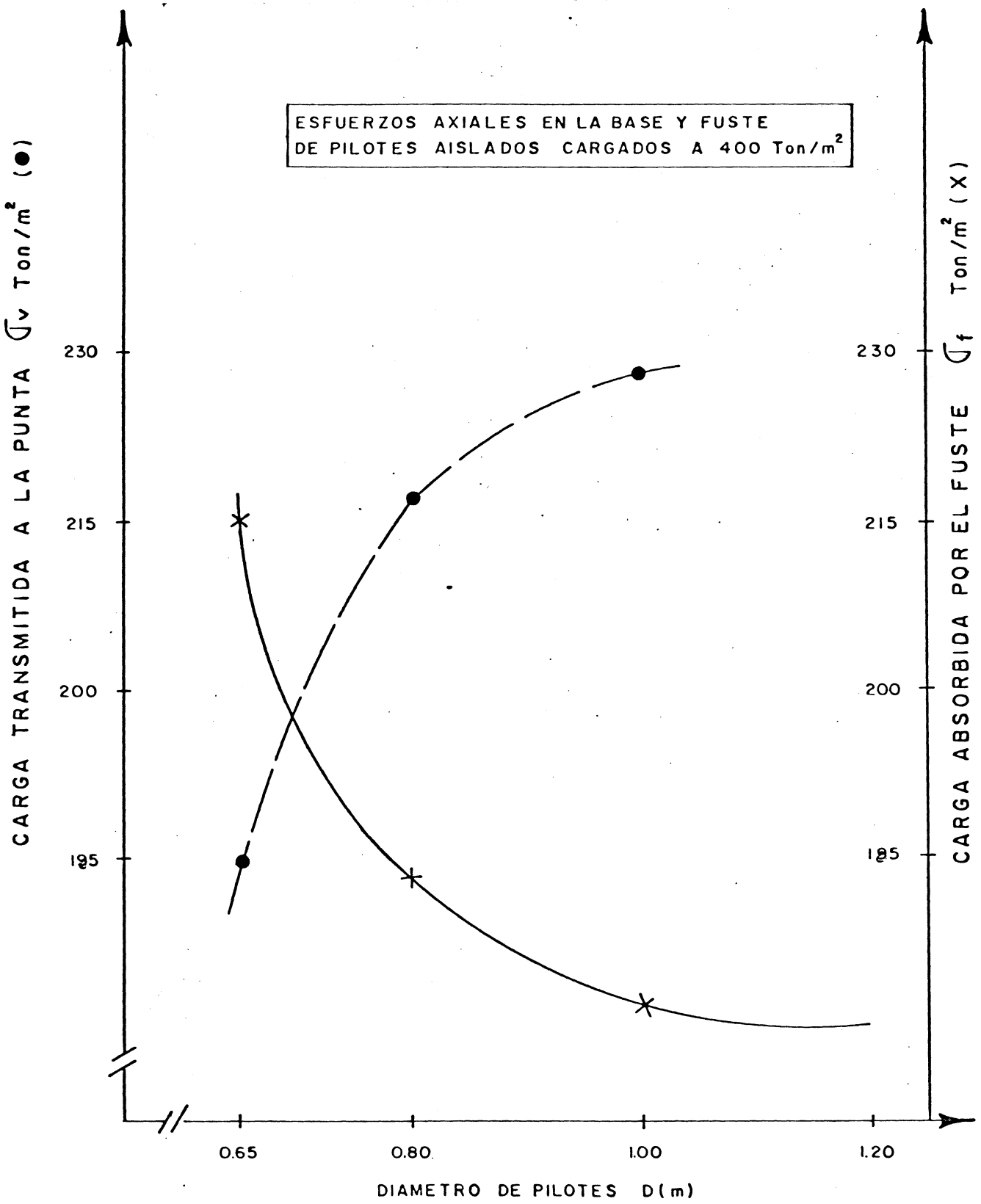
En el modelo de la figura 11 se indican los valores finales obtenidos de la calibración del subsuelo.

La etapa siguiente de la simulación numérica consiste en el cálculo de los asentamientos en la cabeza de pilotes de diámetro y longitudes diferentes de los ensayados. Así mismo el programa de cálculo permite para cada caso evaluar la repartición de la

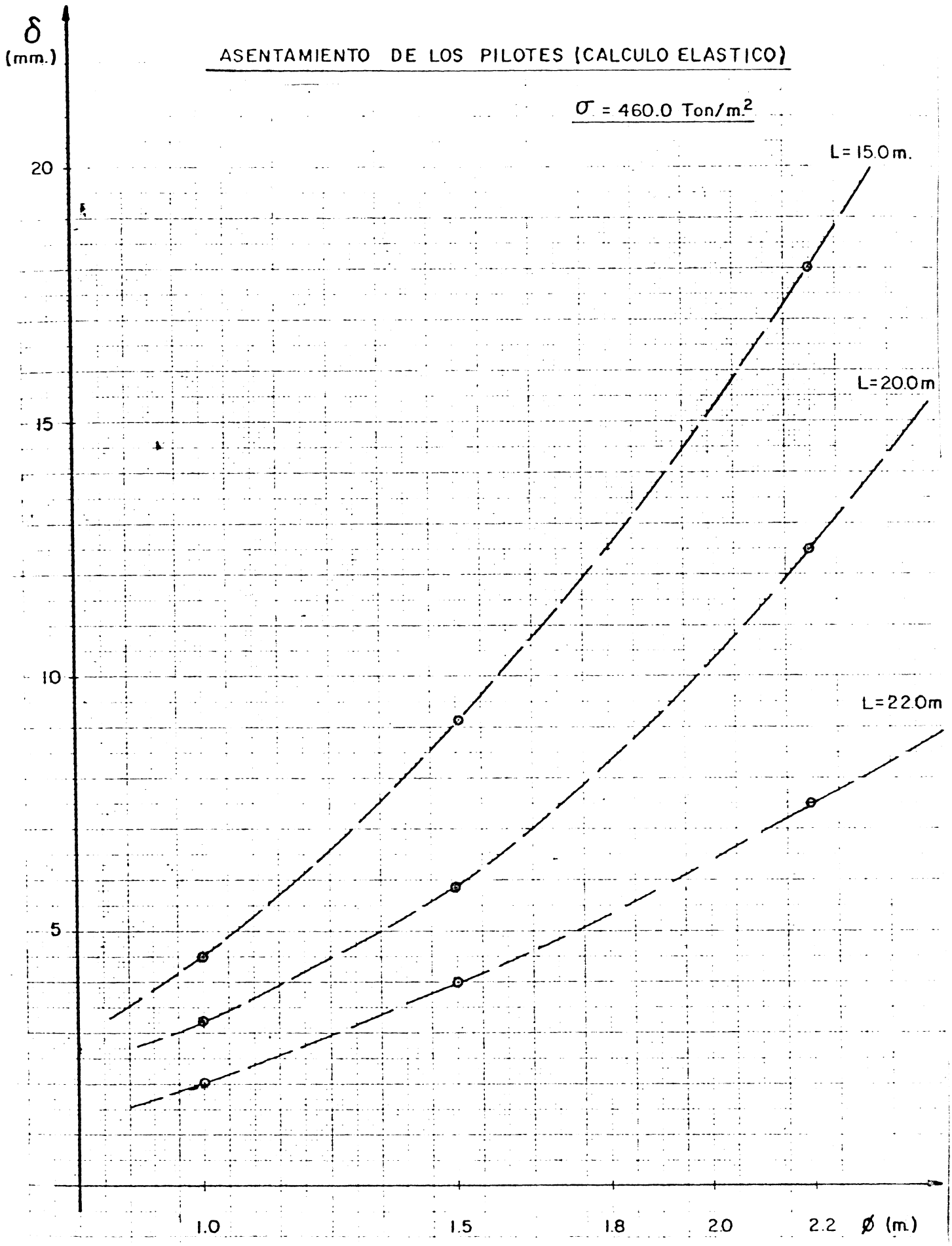
./..



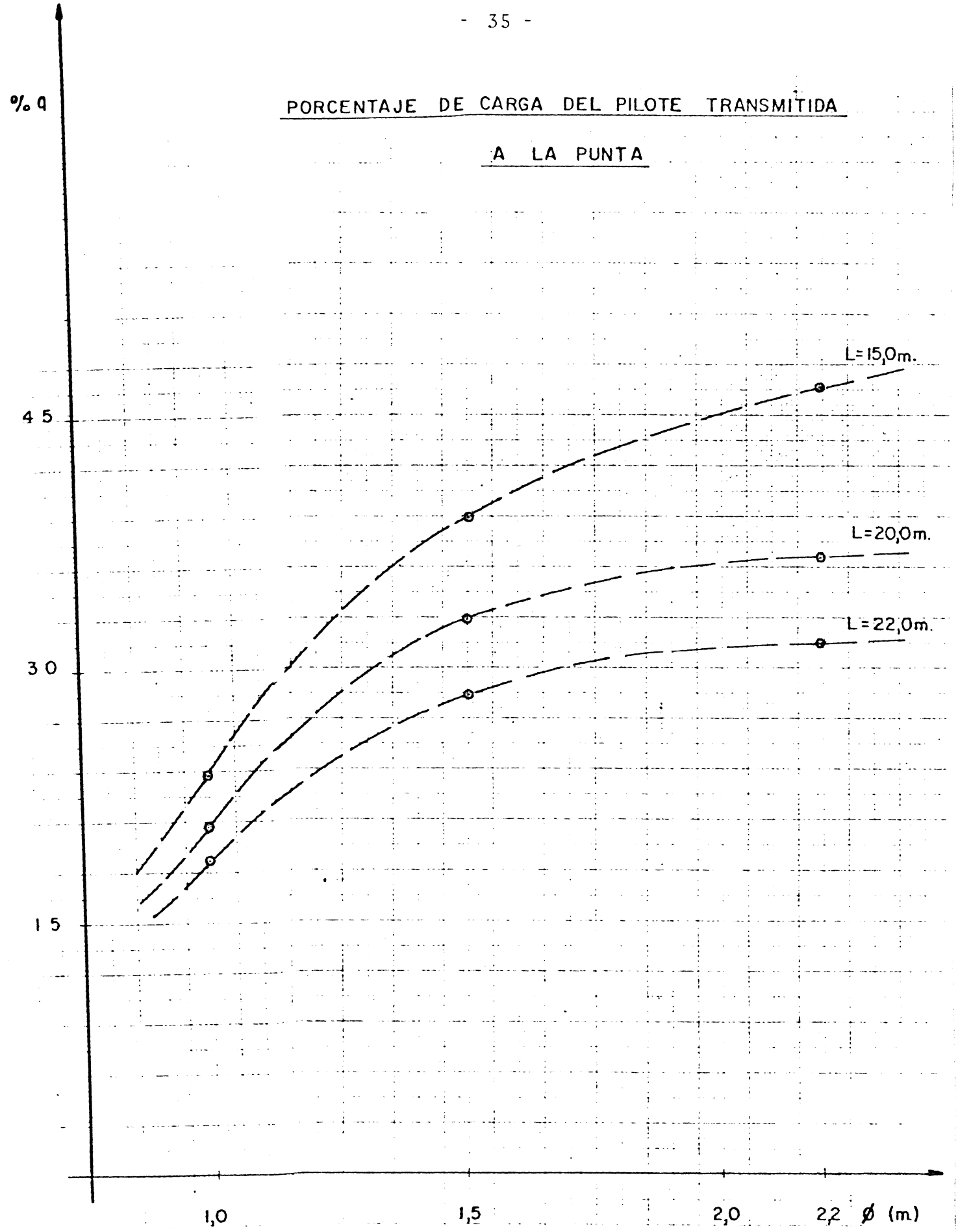
EJEMPLO N°4 FIG - 13 -



EJEMPLO Nº4 FIG - 14



EJEMPLO Nº 5 FIG. - 15 -



EJEMPLO Nº 5 FIG - 16 -

cargas sobre los pilotes entre el fuste y la punta de estos.

Todas estas informaciones reservadas de la simulación numérica se utilizan sucesivamente para optimizar el diseño del sistema de pilotaje en análisis.

En las figuras 15 y 16 se reportan en forma gráfica los resultados más importantes de los cálculos numéricos, específicamente los valores de los asentamientos en la cabeza de los pilotes y el porcentaje de carga transmitida a la punta en las diferentes condiciones de geometría del pilote y para las condiciones reales del subsuelo en que se irán a construír los elementos de fundación.

Caracas, marzo de 1982

Laboratorio de Mecánica de Rocas. Universidad Central de Venezuela.

GEOMEC

BOLETIN DE DIVULGACION GEOTECNICA

TALUDES EN MACIZOS ROCOSOS

"LA ESTABILIDAD GEOESTRUCTURAL EN EL MARCO DE LA ZONIFICACION DE RIESGOS GEOLOGICOS"

POR: GIANFRANCO PERRI

Nº 10

ABRIL, 1982 caracas

Volvemos con este número al tema de los "Taludes en macizos rocosos", y lo hacemos presentando un nuevo e interesante ejemplo de aplicación de las técnicas de las proyecciones hemisféricas al análisis de estabilidad en un área perteneciente a las Colinas de Caracas.

Específicamente, en este trabajo realizado por el prof. Gianfranco Perri se presenta en el marco de un estudio de zonificación de riesgos geológicos del territorio, una metodología para el análisis de la estabilidad geoestructural de las pendientes rocosas, mediante una extensión de las conocidas técnicas de las proyecciones hemisféricas para el estudio de la estabilidad de taludes en rocas.

Después de breves indicaciones sobre la problemática general de la estabilidad de los taludes rocosos y de un estudio con las técnicas de las proyecciones hemisféricas, en forma detallada se presenta la metodología elaborada, con su aplicación a un caso real estudiado por el autor.

En las conclusiones se hace hincapié sobre el aspecto más general de la zonificación de riesgos geológicos en el contexto de la cual, el análisis geoestructural presentado representa solamente uno de los aportes necesarios.

Hemos finalmente considerado buena la ocasión para reproducir en anexo, un trabajo realizado unos años atras por el prof. Gianfranco Perri, titulado "La cohesión en el análisis estereográfico de estabilidad de taludes".

En efecto este trabajo se complementa perfectamente con la problemática, hasta aquí presentada, relativa al uso de las técnicas de las proyecciones hemisféricas para el análisis y diseño de taludes en macisos rocosos.

Caracas, abril de 1982.

TALUDES EN MACIZOS ROCOSOS
"LA ESTABILIDAD GEOESTRUCTURAL EN EL MARCO DE LA ZONIFICACION DE RIESGOS GEOLOGICOS"

POR: GIANFRANCO PERRI (*)

(*) Profesor de Mecánica de Rocas en la U.C.V.

INTRODUCCION

En el presente trabajo, pretendemos ilustrar solamente uno de los aspectos involucrados en la metodología que hemos venido desarrollando para lograr una eficaz zonificación del territorio frente al problema de los riesgos geológicos.

En efecto, el aspecto de la estabilidad geoestructural, que aquí comentaremos, se integra y se complementa con los otros numerosos aspectos que concurren a la definición final de una zonificación de riesgos geológicos del territorio. Para solamente citar los dos principales, debemos mencionar el aspecto geolitológico y el geomorfológico, ambos entendidos en su mayor amplitud.

Queremos presentar aquí la metodología para el análisis de la estabilidad geoestructural por considerarla un tanto novedosa y especialmente eficaz para los efectos de un estudio a escala mediana (de 1:1.000 a 1:10.000) de zonificación del territorio.

Por otro lado se trata simplemente de una ampliación de aquellos conceptos y metodologías conocidas como técnicas de las proyecciones hemisféricas ya ampliamente ilustradas por numerosísimos autores; por ejemplo: Hoek y Bray (1974), Goodman (1976).

LA PROBLEMATICA GENERAL

En un ambiente rocoso, caracterizado por un comportamiento mecánico altamente anisótropo debido a la presencia de superficies de menor resistencia sistemáticamente ordenadas en el interior de un macizo, los parámetros que en manera decisiva controlan la estabilidad de los taludes son de dos órdenes principales:

- por un lado los parámetros de resistencia al corte (cohesión y fric

ción) que pueden desarrollarse a lo largo de las diferentes superficies de menor resistencia o planos de discontinuidad geológico - estructural;

- por el otro las ubicaciones recíprocas entre estos planos de discontinuidad y los planos de las superficies libres de los macizos rocosos: las caras de los taludes.

En particular frente al problema de la estabilidad de taludes en rocas, pueden definirse por lo menos tres situaciones características posibles:

a) Condiciones cinemáticamente estables. Esto es, ubicación relativa en el espacio entre los planos involucrados en el problema, que no da lugar a la existencia de algún grado de libertad cinemática para toda la estructura, la cual en consecuencia, resulta estable independientemente de las características de resistencia al corte que puedan desarrollarse.

Más explícitamente, para que ocurran movimientos de volúmenes rocosos en el talud, es necesario que las líneas de intersección entre planos de discontinuidades no paralelas existentes en el macizo rocoso buzen hacia la cara del talud y con ángulo de buzamiento menor del que presente el mismo talud en el sentido del potencial movimiento.

Por otro lado podrán desarrollarse movimientos de tipo planares, además de los de cuñas de rocas ya citados, cuando el plano de discontinuidad sea pseudo-paralelo al del talud y presente un ángulo de buzamiento en el mismo sentido y menor que el del talud mismo.

En otras palabras es necesario, para que haya posibilidad de movimiento, que tanto la línea de intersección de los planos de disconti

nuidad en el caso de cuña, como el plano mismo de la discontinuidad en el caso de movimiento planar, afloren en la cara del talud; de lo contrario se estarán verificando las condiciones de estabilidad cinemática.

b) Condiciones de inestabilidad cinemática y de estabilidad mecánica. Cuando están dadas las condiciones geométricas de inestabilidad cinemática, interviene para oponerse al movimiento, la resistencia al corte que puede desarrollarse en el contacto entre los planos de discontinuidad en cuestión.

Esta resistencia al corte, que es función de diferentes variables físicas y principalmente de la naturaleza geológica de los materiales que constituyen la masa rocosa y de las condiciones morfológicas de las superficies de las discontinuidades, es debida en general a dos distintos factores mecánicos: la fricción y la cohesión.

El primer parámetro, la fricción, hace desarrollar fuerzas resistentes que no están ligadas a las dimensiones de las superficies de contacto y en consecuencia no dependen de la escala del problema sino simplemente del buzamiento de los planos de discontinuidad; el segundo parámetro, la cohesión, en cambio desarrolla fuerzas resistentes de intensidad directamente proporcional a las dimensiones de las superficies en contacto y que por lo tanto están muy ligadas a la escala del problema (en particular a la altura del talud), mientras son independientes de las relaciones angulares y de ubicación en el espacio de las estructuras.

Ahora bien, estas fuerzas resistentes que pueden desarrollarse al contacto de las superficies de discontinuidad, puede ocurrir que sean de magnitud superior a las fuerzas actuantes (esencialmente debidas a los efectos de la gravedad) tendientes a producir el movimiento, y en este caso el talud seguirá siendo un talud estable definiéndose

para él un factor de seguridad (Fs) igual a la relación existente entre fuerzas resistentes y fuerzas actuantes; ambas calculadas en sus componentes paralelas a la dirección del potencial movimiento.

c) Condiciones de inestabilidad cinemática y mecánica. Si además de verificarse situaciones de inestabilidad cinemática, ocurre que las fuerzas actuantes superan en intensidad a las correspondientes de resistencia, el factor de seguridad del talud resultará menor que 1 y el talud mismo será inestable.

Igualmente puede ocurrir que el factor de seguridad a pesar de ser mayor que la unidad, sea de magnitud no aceptable para el tipo de obra en estudio o, en otras palabras, puede ocurrir que se requiera garantizar un factor de seguridad mínimo superior a la unidad. En ambos casos, se requerirá una estabilización artificial del talud. La misma podrá llevarse a cabo en diferentes formas que van desde la modificación de la geometría del talud hasta la aplicación de fuerzas externas estabilizantes que se vayan a sumar a las fuerzas resistentes o que, alternativamente o contemporáneamente, se vayan a sustraer a las fuerzas actuantes.

LA TECNICA DE LAS PROYECCIONES HEMISFERICAS

Como ya mencionamos al comienzo, las técnicas de representación e interpretación de problemas geoestructurales mediante las proyecciones hemisféricas son muy conocidas y difundidas entre los ingenieros geólogos y geotécnicos, así como las correspondientes aplicaciones básicas a problemas de análisis y cálculo de estabilidad de taludes rocosos.

Por lo tanto no vamos a dedicar páginas a la explicación de estas técnicas básicas, enviando, a los lectores que así lo necesiten, a la abundante bibliografía disponible y solamente en mínima parte reportada al final de este escrito.

Vamos sólo a comentar que todas aquellas consideraciones sobre la problemática general del análisis de estabilidad, ilustradas en el párrafo anterior encuentran, en las técnicas de las proyecciones hemisféricas, un soporte ideal para su representación, análisis, estudio y cuantificación del problema. En efecto las técnicas en mención representan un instrumento extremadamente cómodo y simple para la representación en un plano (sobre la base de un retículo) de los complejos fenómenos de interacción espacial entre las estructuras geométricas involucradas; y más aún, es igualmente cómodo y fácil introducir en la representación, los efectos de la resistencia mecánica al corte en su componente friccional y hasta cohesiva; finalmente las técnicas más avanzadas permiten la cuantificación completa del problema hasta la determinación de los valores numéricos de los factores de seguridad y de los efectos de eventuales fuerzas externas no debidas a la gravedad.

LA METODOLOGIA DEL ANALISIS

Ya hemos mencionado los factores que juegan un papel fundamental en la problemática de la estabilidad de taludes rocosos. El segundo de estos factores lo hemos denominado: ubicación recíproca entre los planos geoestructurales y los planos topográficos; en otras palabras, es fundamental la interacción geométrica entre estas dos familias de planos: la primera intrínseca de la naturaleza geológico - estructural de las formaciones rocosas y la segunda, consecuente de la topografía del área: rumbos y buzamientos que definen las diferentes pendientes integrantes del relieve.

Ahora bien, resulta claro que en un enfoque a gran escala, como es el que nos hemos propuesto, la metodología a usar debe estar íntimamente ligada a conceptos estadísticos y probabilísticos en consideración del hecho que no estamos estudiando una situación extremadamente localizada (por ejemplo un sólo talud), sino una amplia área; así como no esta

mos buscando la solución a un problema local, sino persiguiendo una zonificación de riesgos geológicos. El mismo término de riesgo, por otro lado, implica directamente los mencionados conceptos estadísticos y probabilísticos.

Por lo tanto también es obvio que la eficaz y la confiabilidad de los resultados, cualquiera que sean, de un estudio de este tipo están íntimamente ligadas a la abundancia y representatividad de los datos de entrada.

En nuestro caso los datos de entrada, por lo menos en la primera parte del análisis son: la ubicación en el espacio, asociada a la naturaleza geológico - geotécnica, de las discontinuidades estructurales presentes en las formaciones rocosas del área (la primera familia de planos) y, la ubicación en el espacio de los planos de las pendientes topográficas de la misma área (la segunda familia de planos).

Sucesivamente se tratará de analizar con criterios adecuados las interacciones existentes, por un lado entre los diferentes planos de la primera familia y luego, entre éstos y los planos de la segunda familia.
Este tipo de análisis será el que nos permitirá evidenciar interesantísimos aspectos del problema y nos conducirá hasta la cuantificación y localización del fenómeno en su integridad.

Para ilustrar la metodología en cuestión haremos referencia a un ejemplo práctico relativo a la zonificación de riesgos geológicos realizadas para un área de 100 hectáreas aproximadamente, en la que se proyecta desarrollar un urbanismo de carácter residencial, ubicadas en las colinas del suroeste del valle de la Ciudad de Caracas. Más precisamente se trata de la Urbanización Colinas de Valle Arriba, cuyo ambiente geológico se corresponde con la Formación Las Mercedes del Grupo Caracas, descrita originalmente por Aguerrevere y Zuloaga (1937) como

una secuencia de esquistos calcáreos con zonas grafitosas localmente micáceas.

El primer grupo de datos importantes deriva directamente de las labores de levantamiento geoestructural de campo. El resultado de esta investigación, además de la definición de unidades y sub-unidades geológicas y respectivas características peculiares, nos entrega todo el volúmen de los datos estructurales constituídos por la ubicación y descripción geomorfológica de los principales accidentes estructurales existentes. Estos, para el trabajo en objeto, han sido agrupado en foliaciones, diaclasas y fallas menores. En la figura 1-a se representa el diagrama de concentración de polos de discontinuidades; nótese el elevado número de estructuras medidas y analizadas: 1130.

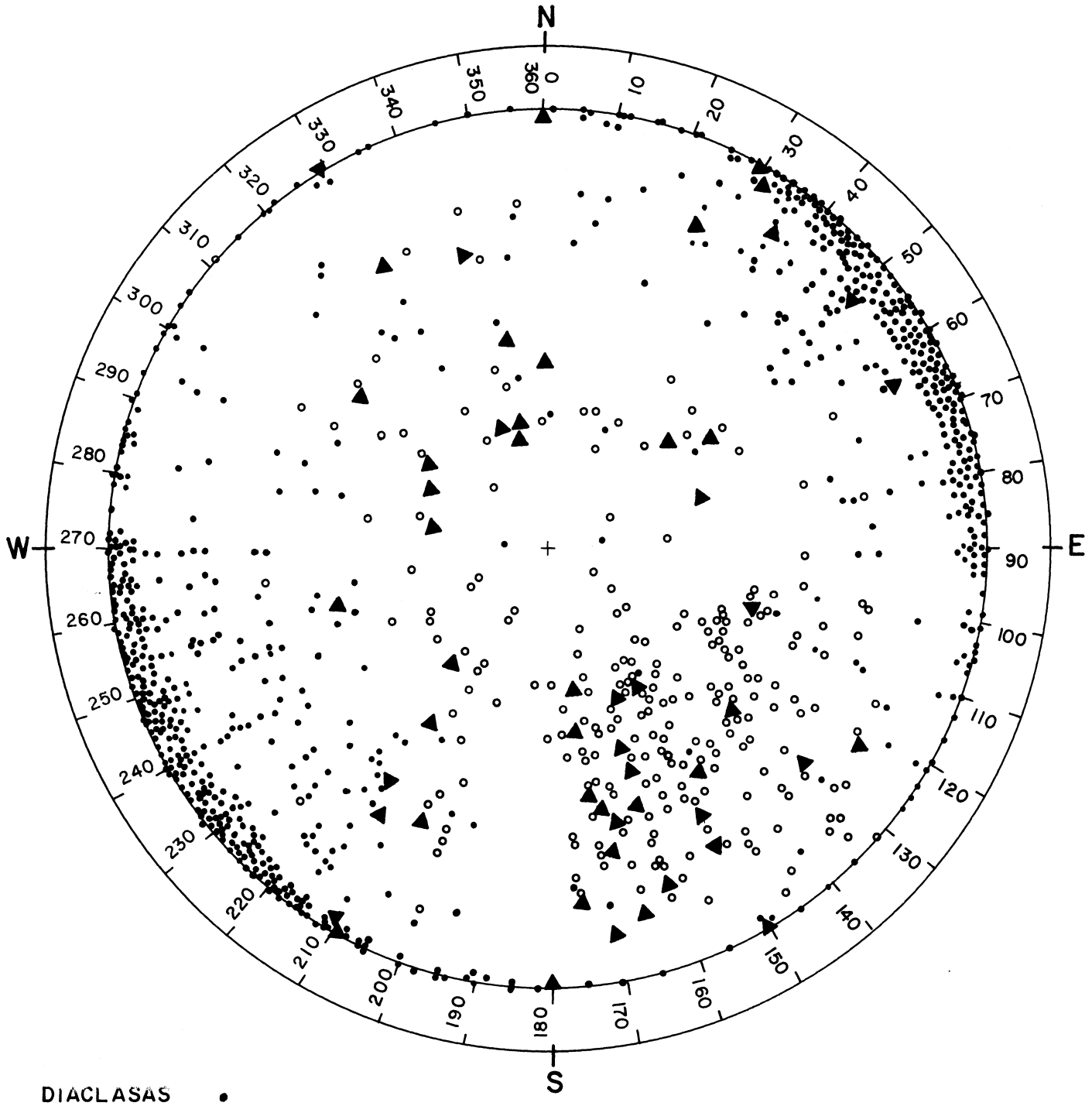
En la figura 1-b se representa el correspondiente diagrama de contornos de polos; el mismo nos permite observar la existencia de dos claros patrones de discontinuidades: un primero correspondiente a los planos de foliaciones y un segundo a los planos de diaclasas. Las fallas menores siguen un patrón similar al de las foliaciones.

Como complemento útil para las consideraciones que haremos sucesivamente, hemos reportado en las figuras 2-a y 2-b respectivamente las envolventes de los círculos de meridiano de los planos de foliaciones y de los de diaclasas; en ambas figuras hemos también delineado el área común de estas envolventes, la misma que representa la zona en que quedan ubicadas las intersecciones entre las dos familias de planos de discontinuidades; en otras palabras las líneas de todas las posibles cuñas estructurales presentes en el área en estudio.

Con esto hemos analizado y ordenado las características relativas al primer parámetro en juego: el aspecto geoestructural. Debemos ahora pasar a analizar y ordenar el segundo parámetro en juego: el aspecto topográfico.

Fig. 1 a.

DIAGRAMA DE CONCENTRACION DE POLOS



DIACLASAS •

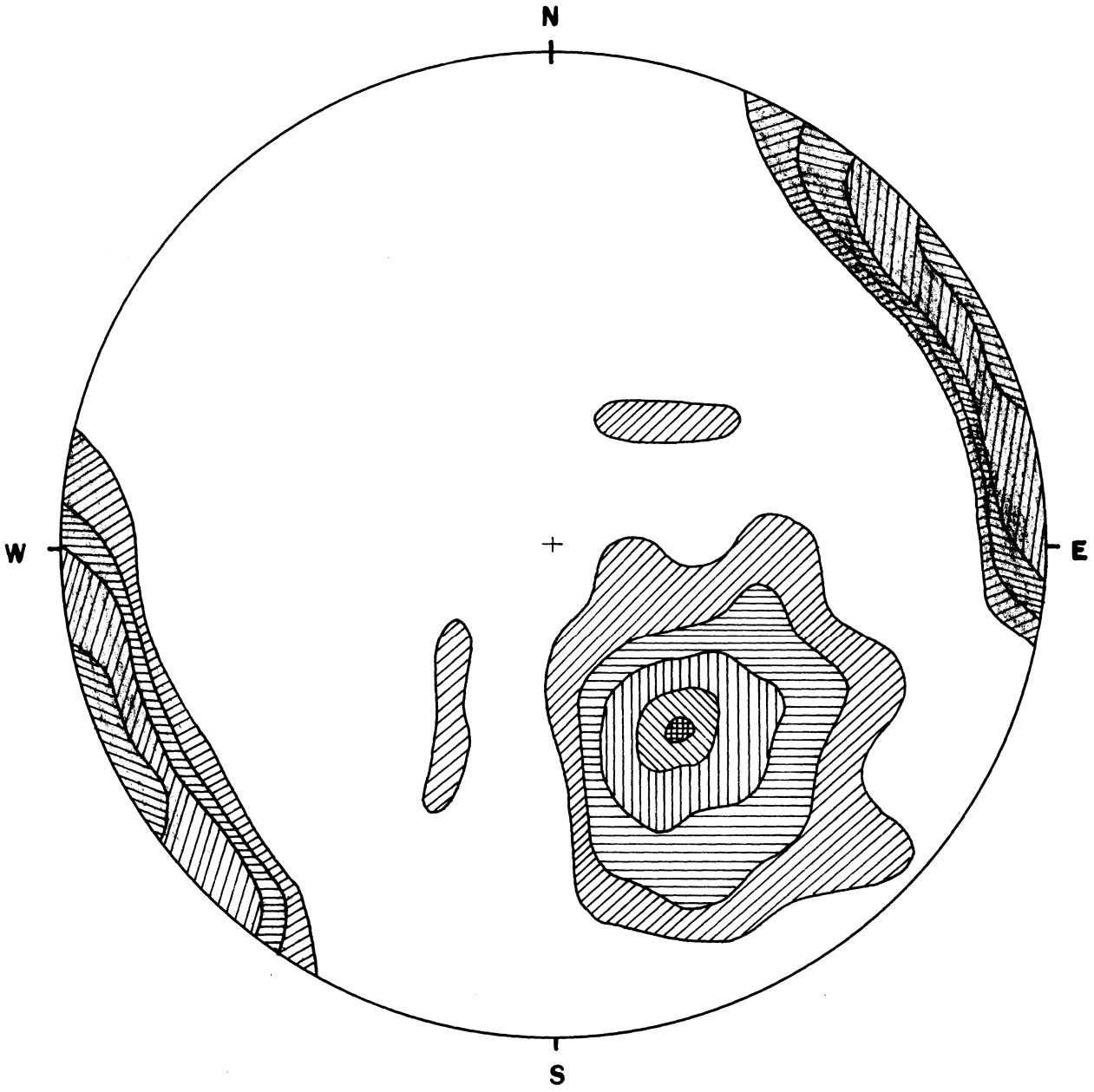
FOLIACIONES ○

FALLAS. ▲

Nº DE POLOS DE FOLIACION = 226
Nº DE POLOS DE DIACLASAS = 850
Nº DE POLOS DE FALLAS = 54
Nº TOTALES DE POLOS = 1.130

Fig. I b.

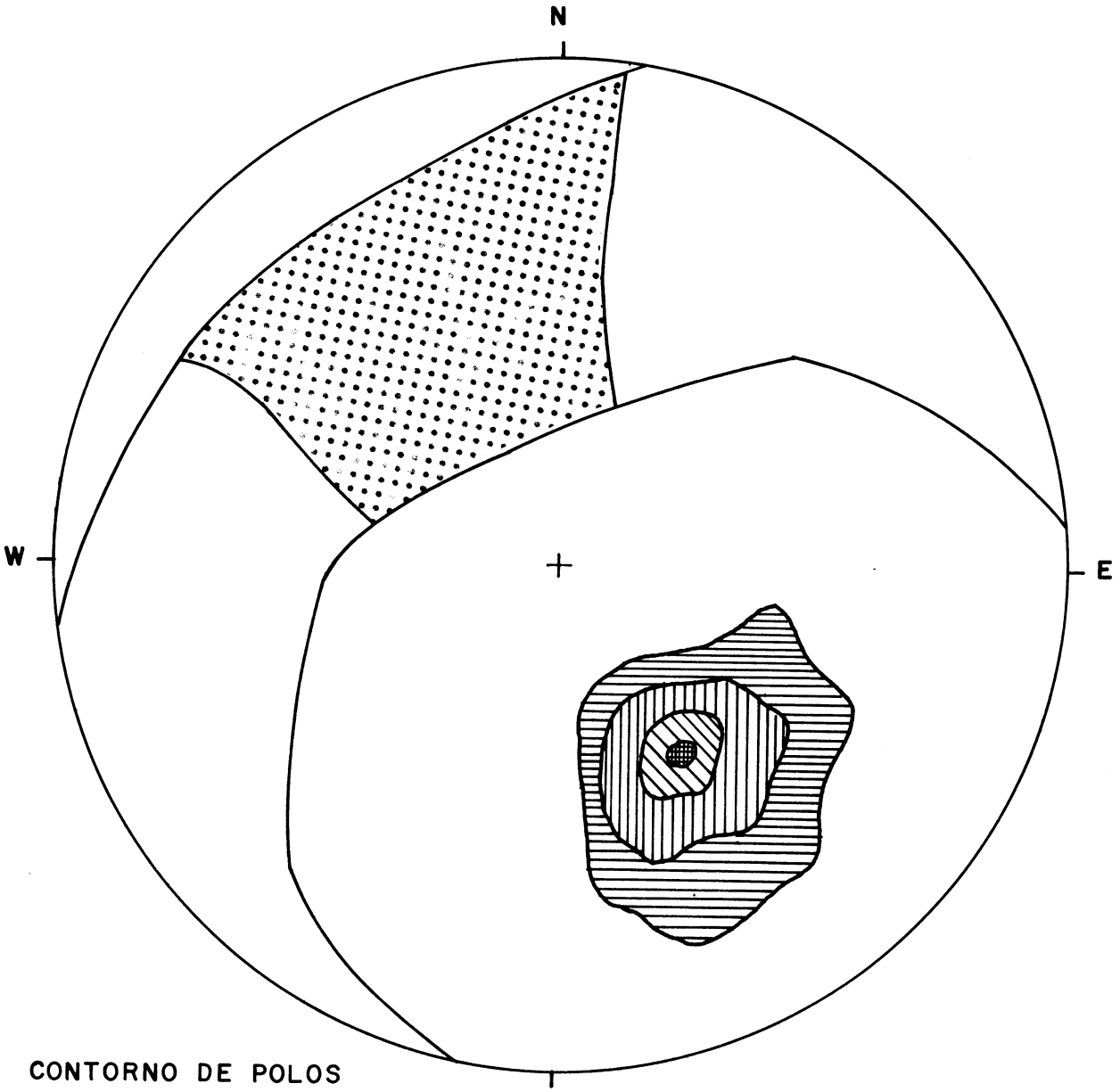
DIAGRAMA DE CONTORNO DE POLOS



FOLIACIONES				DIACLASAS		
10 %	23	PUNTOS	—	———		
8 % - 10 %	19 - 23	PUNTOS	—	68 - 85	PUNTOS	
6 % - 8 %	14 - 19	PUNTOS	—	51 - 68	PUNTOS	
4 % - 6 %)	9 - 14	PUNTOS	—	34 - 51	PUNTOS	
2 % - 4 %	4 - 9	PUNTOS	—	17 - 34	PUNTOS	

Fig. 2 a.

ENVOLVENTE DE PLANOS DE FOLIACIONES



CONTORNO DE POLOS

10%

8% - 10%

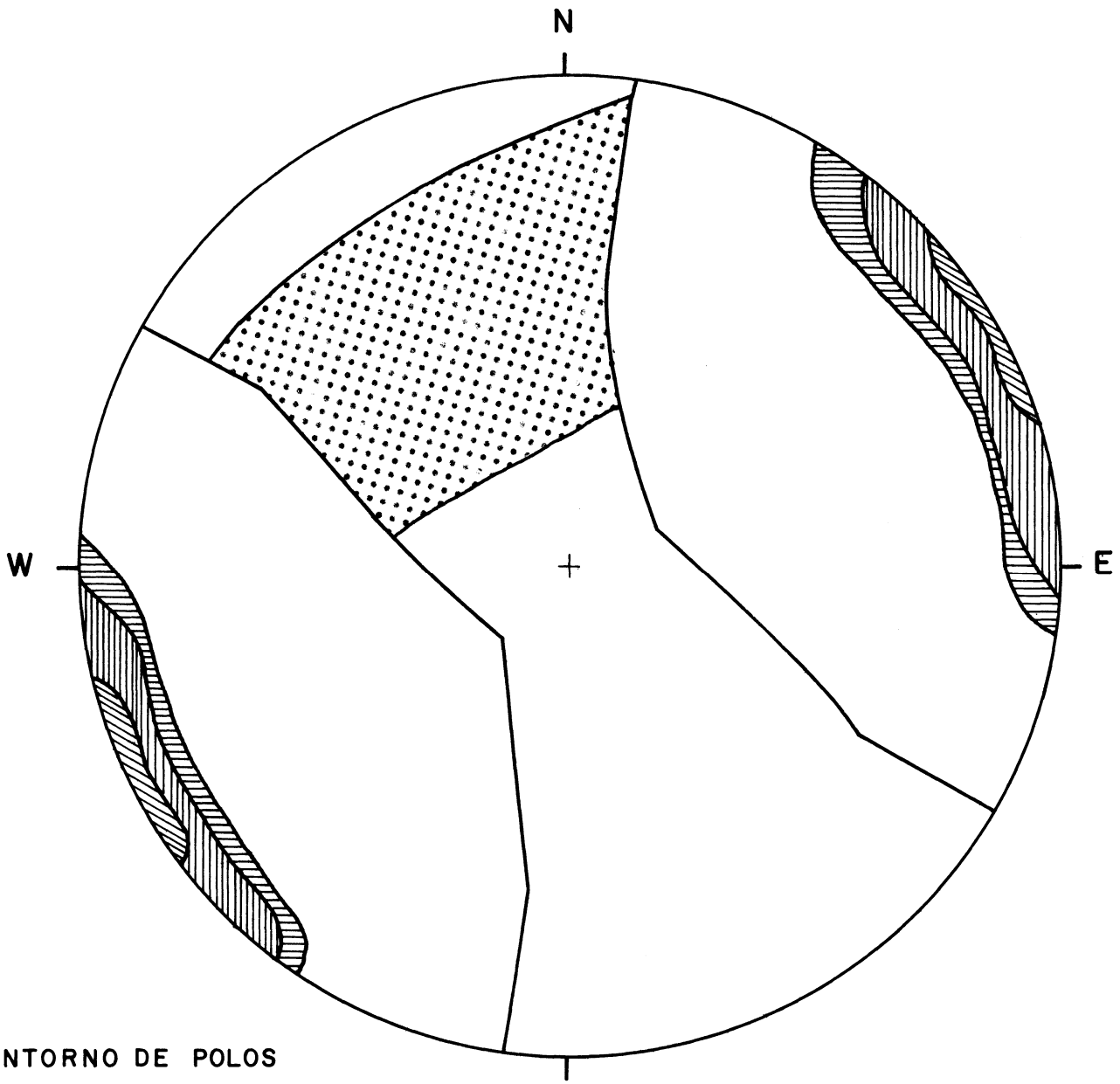
6% - 8%

4% - 6%

UBICACION DE LAS INTERSECCIONES FOLIACIONES - DIACLASAS

Fig. 2b.

ENVOLVENTE DE PLANOS DE DIACLASAS



CONTORNO DE POLOS

8 % - 10%

6% - 8%

4% - 6%

UBICACION DE LAS INTERSECCIONES FOLIACIONES _ DIACLASAS

A este propósito resulta cómodo imaginarnos las colinas conformante el área, como el conjunto de un número muy grande de pequeños taludes cada uno de los cuales, representando una pequeña porción de la ladera cresta o base de un relieve, está caracterizado por un valor bien definido de buzamiento y un valor, igualmente bien definido, de rumbo o sea de orientación de la pendiente.

Si hemos logrado ajustarnos a esta imaginación, tendremos simplemente que dedicarnos a cuantificar el problema, o sea definir y localizar para cada uno de estos taludes ideales, que por cierto son numerosísimos, las correspondientes características geométricas de rumbo y buzamiento.

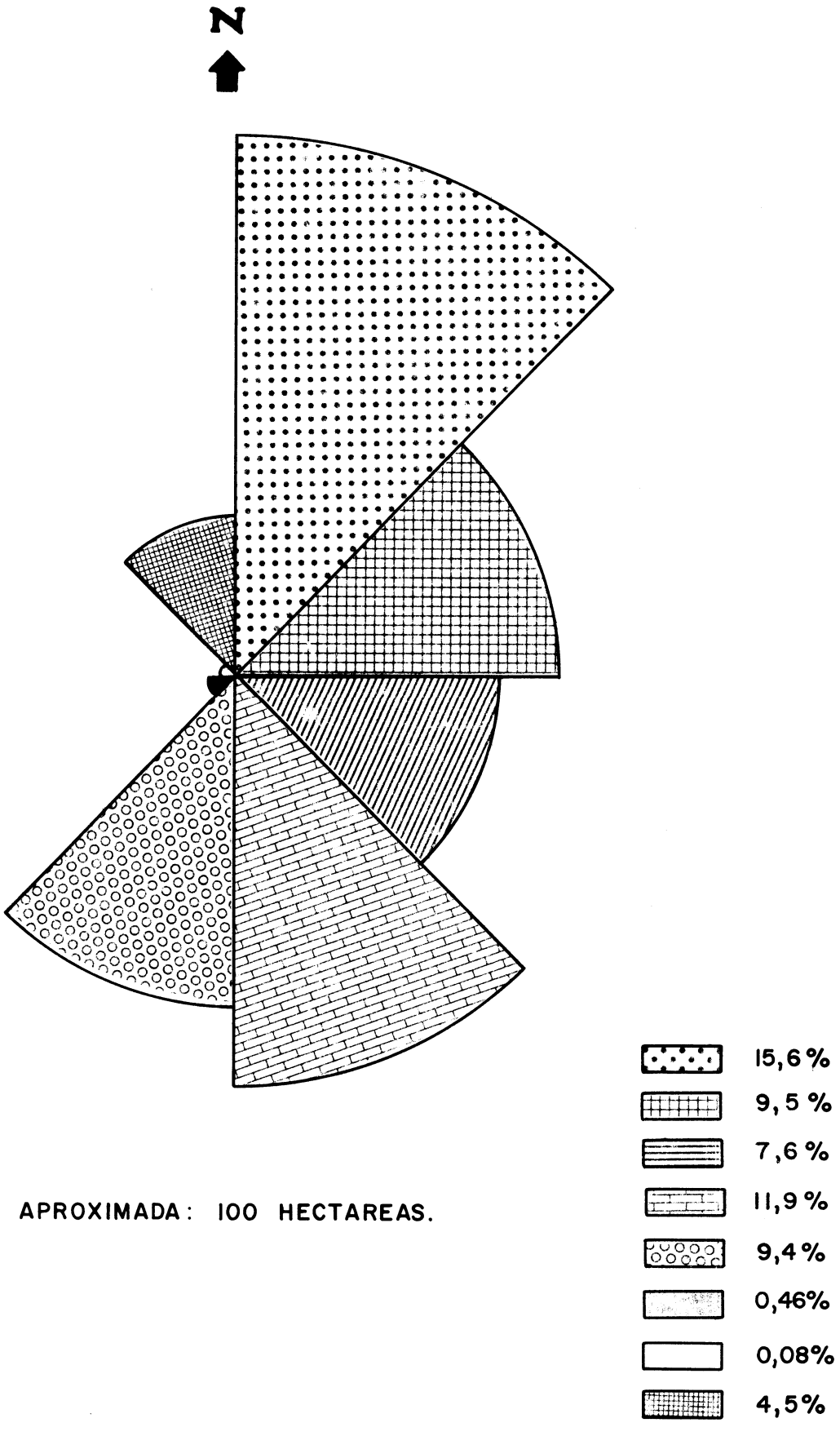
Con tal objeto hemos construído un mapa de pendientes, el cual además que estar caracterizado por los valores de buzamiento de cada porción del área, contiene en sí la información relativa a la orientación de estas pendientes o sea el rumbo mismo.

Se utilizaron cuatro rangos de buzamiento y ocho rangos de pendientes los mismos que están indicados en las figuras 3-a y 3-b en que se dan en forma de diagrama, los resultados cuantificados de este análisis para el área en estudio.

Ahora bien vamos a utilizar en forma original la idea mediante la cual hemos asociado al relieve de la roca un conjunto constituído por pequeños taludes los cuales, geométricamente, no son otra cosa que planos cuya orientación en el espacio, rumbo y buzamiento, conocemos con suficiente precisión. Así mismo sabemos representar en proyección hemisférica este conjunto de planos mediante un simple diagrama de concentración de polos el cual nos permite construír un diagrama de contornos de polos de pendientes y la envolvente de los círculos meridianos correspondientes. Estos mismos se reportan en la figura 4.a.

Fig. 3a.

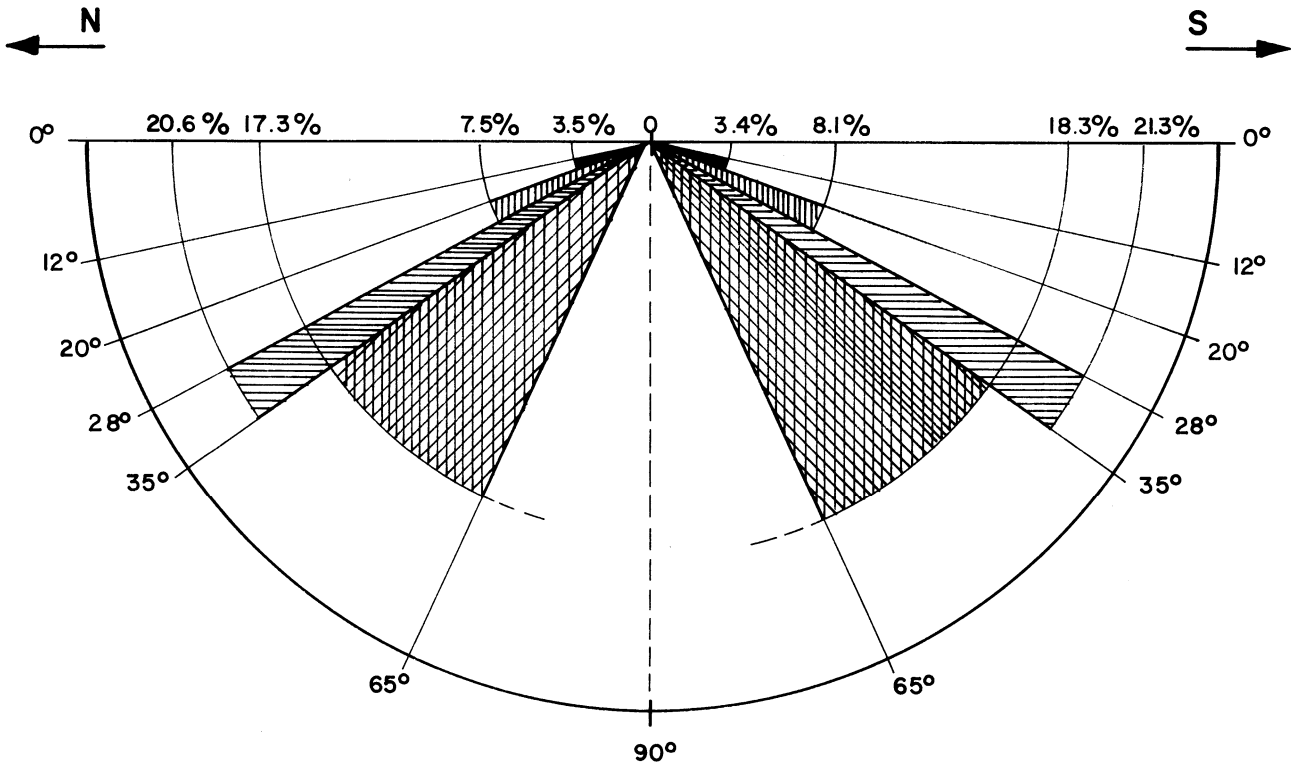
DISTRIBUCION DE ORIENTACION DE PENDIENTES



SUPERFICIE TOTAL APROXIMADA: 100 HECTAREAS.

Fig. 3b.

DISTRIBUCION DE BUZAMIENTOS DE PENDIENTES



(12° - 20°) 6.9%

(20° - 28°) 15.6%

(28° - 35°) 41.9%

(⅄ 35°) 35.6%

A este punto nos estamos acercando a las fases conclusivas del análisis. Una vez que hemos definido los aspectos cualitativos y sobre todo cuantitativo de los factores involucrados en el problema, nos queda de poner a confrontación los mismos y deducir las conclusiones correspondientes relativas a la estabilidad geoestructural del área estudiada.

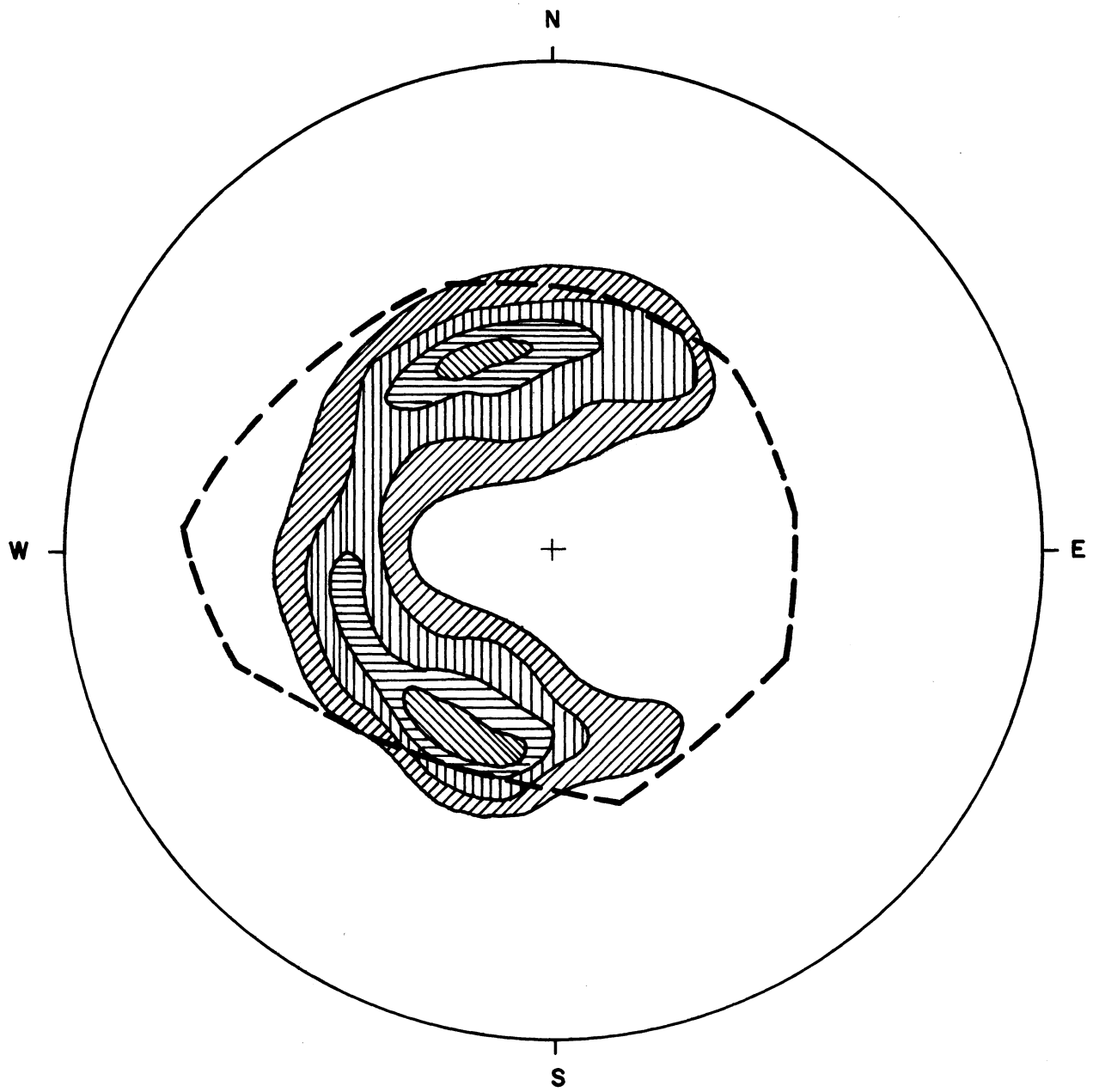
Recordando a las que hemos definido al comienzo de este artículo como las tres (a, b, c) características situaciones posibles frente al problema de la estabilidad de taludes en rocas, es evidente que nos interesa por un lado individualizar las condiciones cinemáticamente estables para ya no ocuparnos de ellas, y por el otro individualizar cuáles, entre las condiciones de inestabilidad cinemática, puedan revestir caracteres de inestabilidad mecánica y cuáles no.

A pesar de que dejaremos en general al análisis de detalle los cálculos exactos del factor de seguridad para los taludes cinemáticamente inestables, es casi siempre posible en esta fase de zonificación general, tomar en cuenta un valor mínimo del parámetro friccional de resistencia al corte que seguramente se va a desarrollar a lo largo de las diferentes superficies de discontinuidad analizadas.

Esto nos permitirá reducir aún más los casos a ser analizados detenidamente en la sucesiva fase de estudio de detalle incluyendo o sea, en el grupo de los taludes seguramente estables (cinemáticamente), también aquellos que lo son (mecánicamente) con la contribución del sólo parámetro friccional de resistencia al corte evaluado por ahora con sentido conservador.
Las técnicas de las proyecciones hemisféricas en efecto nos brindan esta posibilidad en manera extremadamente simple; solamente con el trazar en el diagrama un círculo concéntrico con la red que demarca, desde la periferia hacia el centro, el valor del ángulo de fricción disponible. En la figura 4-b, tomando en cuenta lo que acabamos de men-

Fig. 4a.

DIAGRAMA DE CONTORNO DE POLOS DE PENDIENTES
ENVOLVENTE DE PLANOS CORRESPONDIENTES



⊥ 5%

4% - 5%

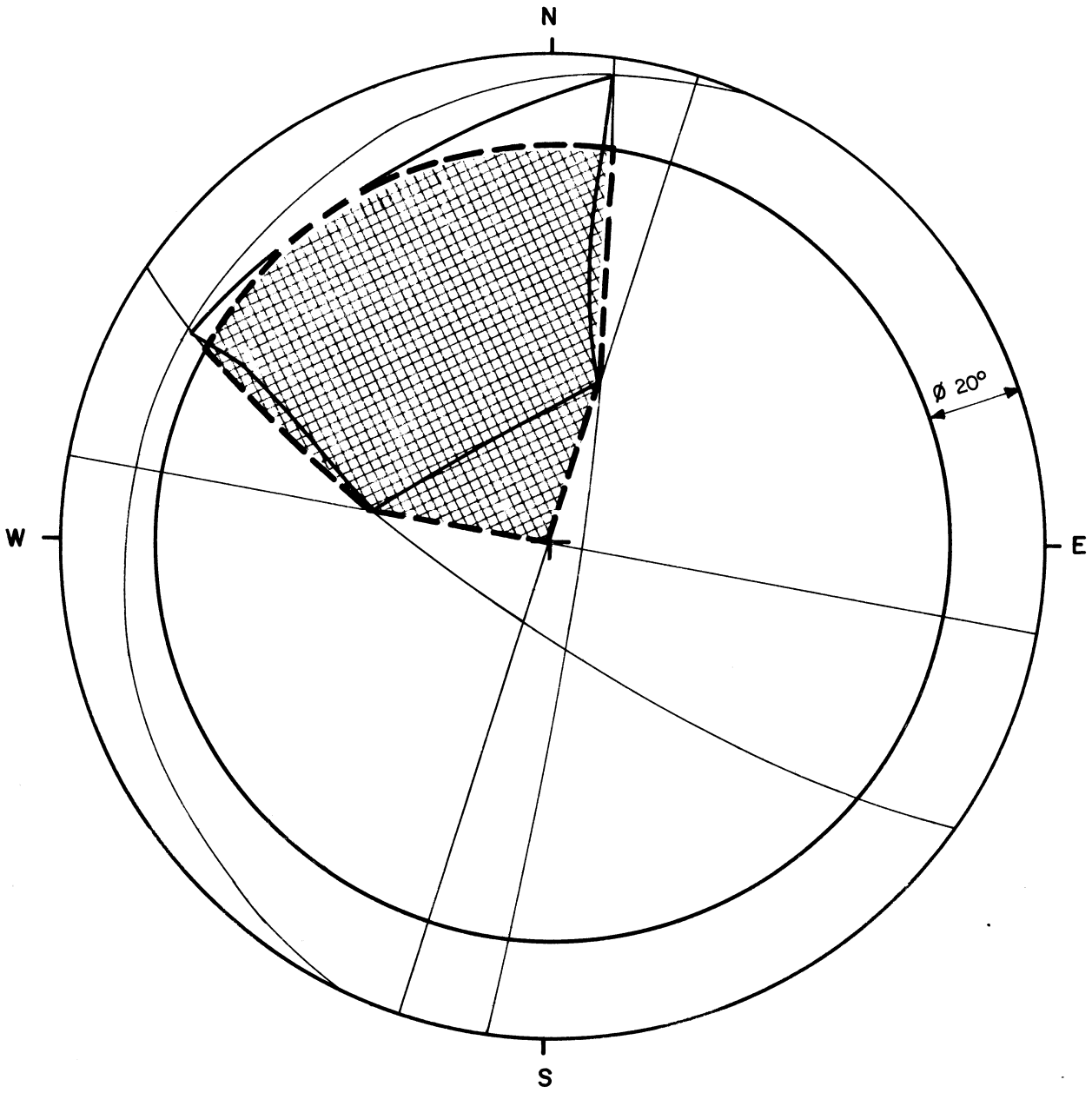
3% - 4%

2% - 3%

ENVOLVENTE

Fig. 4b.

ENVOLVENTE DE PLANOS DE PENDIENTES ESTABLES



AREA DE TALUDES POTENCIALMENTE INESTABLES

cionar, se delimita el área que no debe ser interceptada por los círculos meridianos de taludes estables con respecto a deslizamientos de cuñas.

Volviendo al ejemplo práctico que estamos analizando, el aspecto cualitativo del problema de la estabilidad resulta ya evidente y fácilmente deducible a la etapa de análisis en que hemos llegado con nuestra elaboración y representación de todo el conjunto de los datos recogidos: por un lado observamos que las estructuras de foliaciones buzan hacia el N-W, las de diaclasas son pseudo verticales con rumbo NE-SW y las estructuras de cuñas potenciales también buzan hacia el N-W; por el otro lado el relieve del área presenta pendientes que buzan predominantemente hacia N-E y S-E y en todo caso sin buzar hacia el W.

Sin embargo nuestros propósitos incluían también la cuantificación del problema y con tal objeto, sobre la base de los datos ya presentados, procedemos a realizar una simple y nueva elaboración de los mismos de la forma siguiente:

- Superponemos las representaciones reportadas en las figuras 4-a y 4-b.

- Demarcamos la figura delimitada por la envolvente de los planos de las pendientes y por el área de taludes potencialmente inestables.

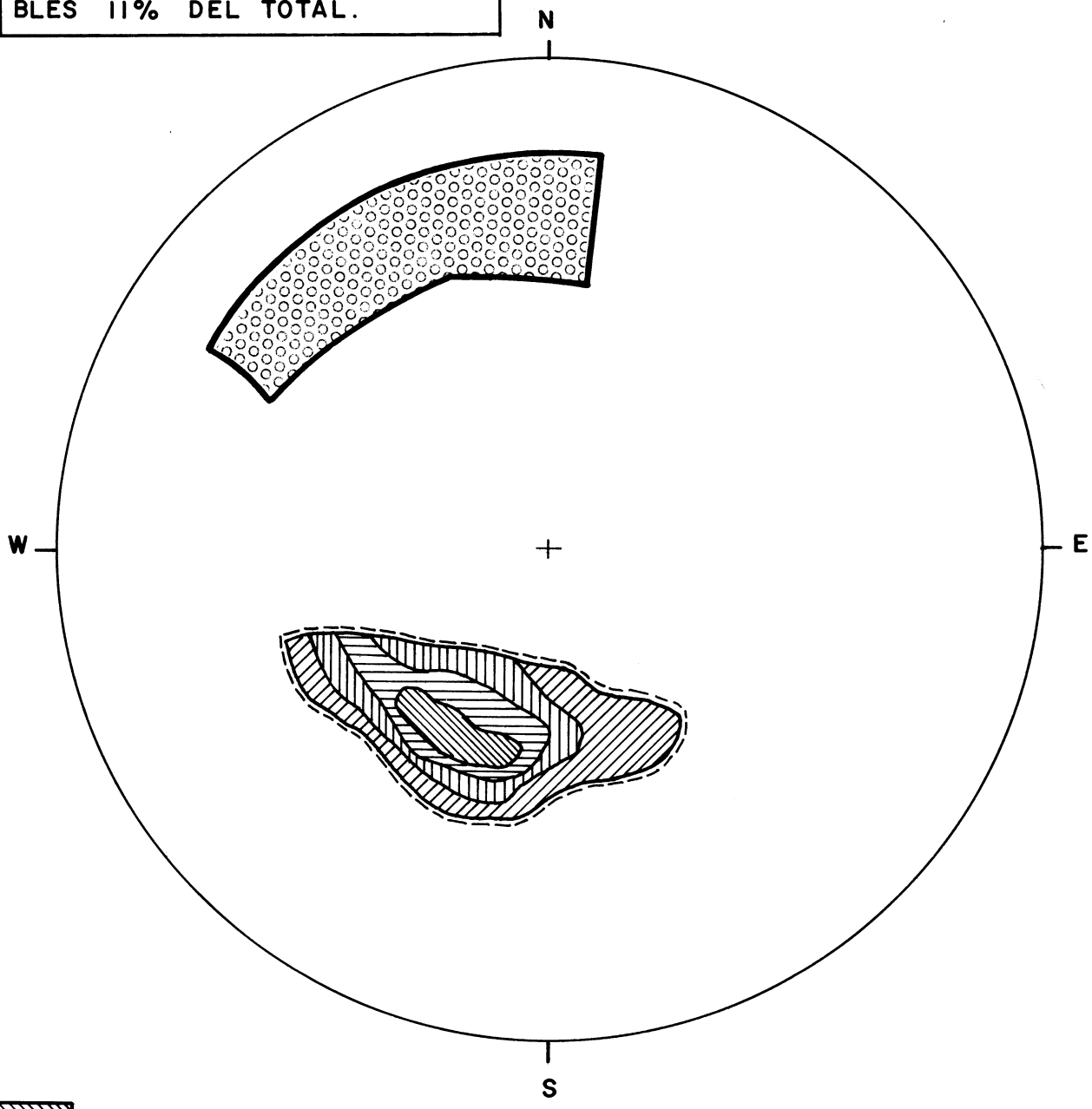
- Delimitamos la porción del diagrama de contorno de polos de las pendientes correspondientes solamente a los polos cuyos círculos meridianos están comprendidos en la figura delimitada en el paso anterior. En otras palabras, entre todas las pendientes existentes, individualizamos los polos de aquellas cuyos círculos meridianos interceptan en todo su largo la mencionada figura del paso anterior.

El resultado es la figura 5, de la observación y análisis de la cual

Fig. 5a.

DIAGRAMA DE CONTORNO DE POLOS DE PENDIENTES POTENCIALMENTE INESTABLES

TALUDES PROBABLEMENTE INESTABLES 11% DEL TOTAL.



≥ 5%

4% - 5%

3% - 4%

2% - 3%

UBICACION DE LAS INTERSECCIONES FOLIACIONES - DIACLASAS POTENCIALMENTE INESTABLES (50% DEL TOTAL).

CONTORNO DE POLOS DE PENDIENTES POTENCIALMENTE INESTABLES (22% DEL TOTAL.)

podemos observar que:

a) el área de ubicación de las intersecciones foliaciones - diaclasas potencialmente inestables (por poseer ángulo de buzamiento menor que el de los taludes) representa cerca del 50% del total del área de ubicación de estas intersecciones.

b) el área de contorno de polos de pendientes potencialmente inestables (por poseer ángulo de buzamiento mayor que el de las líneas de cuñas) representa cerca del 22% del total del área de contorno de polos de pendientes.

c) en consecuencia de (a) y (b) los taludes probablemente inestables (para los cuales se verifican simultáneamente las dos condiciones desfavorables) serán cerca del 11% del total existente en toda el área estudiada (obviamente de solamente todos aquellos reportados en el diagrama de contorno de polos y correspondientes a inclinaciones superiores a los 20°.

A este punto debería repetirse el procedimiento de análisis, que hemos ilustrado con referencia a la estabilidad de las cuñas estructurales, también para analizar la estabilidad relativa a los dos sistemas de discontinuidades presentes considerados en forma separada, siguiendo exactamente todos los mismos pasos ya descritos.

En este caso particular estos otros análisis revisten una importancia secundaria debido a que por un lado las diaclasas son perpendiculares y por el otro las foliaciones dan lugar a situaciones de inestabilidad coincidentes con las ya individualizadas para las cuñas. En consecuencia, cualitativa y cuantitativamente lo indicado en el anterior punto (c), no va a sufrir variaciones importantes.

Una vez cuantificado el problema nos queda simplemente ubicarlo en el área estudiada para un mayor provecho aplicativo. Esta última opera-

ción de esta etapa de zonificación general relativa al problema de la estabilidad geométrico - estructural de los taludes, es inmediata considerando que poseemos ya todas las informaciones necesarias para ello. Los resultados están reportados en el plano de la figura 6 que hemos denominado "Mapa de análisis de estabilidad", resumen en sí de todos los principales aspectos involucrados en el problema y antes comentados.

A pesar de haberse podido realizar una zonificación más detallada, o sea individualizando un número grande de rangos posibles así como lo hubiera permitido la gran cantidad de información disponible, hemos preferido utilizar una zonificación de solamente tres rangos, en consideración del grado de precisión disponible y sobre todo en consideración de los fines prácticos de la utilización de este tipo de análisis. En otras palabras consideramos que una subdivisión más detallada en esta etapa y a esta escala del estudio resultaría quizás una pura especulación académica.

Hemos utilizado los siguientes rangos de zonificación:

a) Zonas de potencial inestabilidad geométrico - estructural; que comprenden taludes con rumbo sub-paralelo al de las estructuras de foliación y buzando con ángulo mayor que 28° en el mismo sentido de la foliación.
   Así mismo estas zonas comprenden taludes con pendientes mayores que 28° en las caras de los cuales afloran líneas de intersección de discontinuidades con dirección pseudo-perpendicular al rumbo del talud; así como taludes con pendientes mayores que 35° en la cara de los cuales afloran líneas de intersección de discontinuidades con dirección no perpendicular al rumbo del talud.

b) Zonas de potencial inestabilidad geométrico - estructural reducida; comprenden taludes con pendientes mayores que 35° y en la cara de

los cuales eventualmente puedan aflorar líneas de intersección de discontinuidades con dirección pseudo-paralela al rumbo del talud. Así mismo están incluídos taludes con pendientes mayores que 28° en la cara de los cuales afloran discontinuidades con dirección no paralela al rumbo del talud.

c) Zonas de estabilidad geométrico - estructural; que comprenden taludes con pendientes menores que 28° y taludes con pendientes superiores que están orientados en forma tal de no permitir condiciones cinemáticas de inestabilidad debido a la ubicación favorable de las estructuras geológicas.

En el mismo plano de la figura 6 hemos representado también los resultados del análisis de estabilidad detallado realizado como segunda etapa, mediante cálculo del factor de seguridad para todos aquellos taludes ubicados en las zonas críticas definidas en la primera etapa de zonificación general. No entra en nuestros propósitos describir estos análisis detallados, los mismos que por otro lado hemos realizado utilizando las metodologías ya rutinarias de los cálculos hemisféricos gráficos, tomando en cuenta para cada discontinuidad los respectivos parámetros de resistencia al corte (cohesión y fricción) desarrollables (PERRI, 1979). (*)

CONCLUSION

Hemos presentado, con aplicación a un caso real, una metodología para la zonificación del territorio con respecto al problema de la estabilidad geoestructural de las pendientes en un medio rocoso caracterizado por la existencia de superficies (discontinuidades) de menor resistencia y comportamiento francamente anisotropo.

La metodología basada sobre el uso de las técnicas de las proyecciones hemisféricas, se encuadró en la problemática más amplia de la zonifica

(*) *Reproducido en anexo.*

ción de riesgos geológicos de un territorio, respecto a la cual constituye solamente una de las facetas fundamentales.

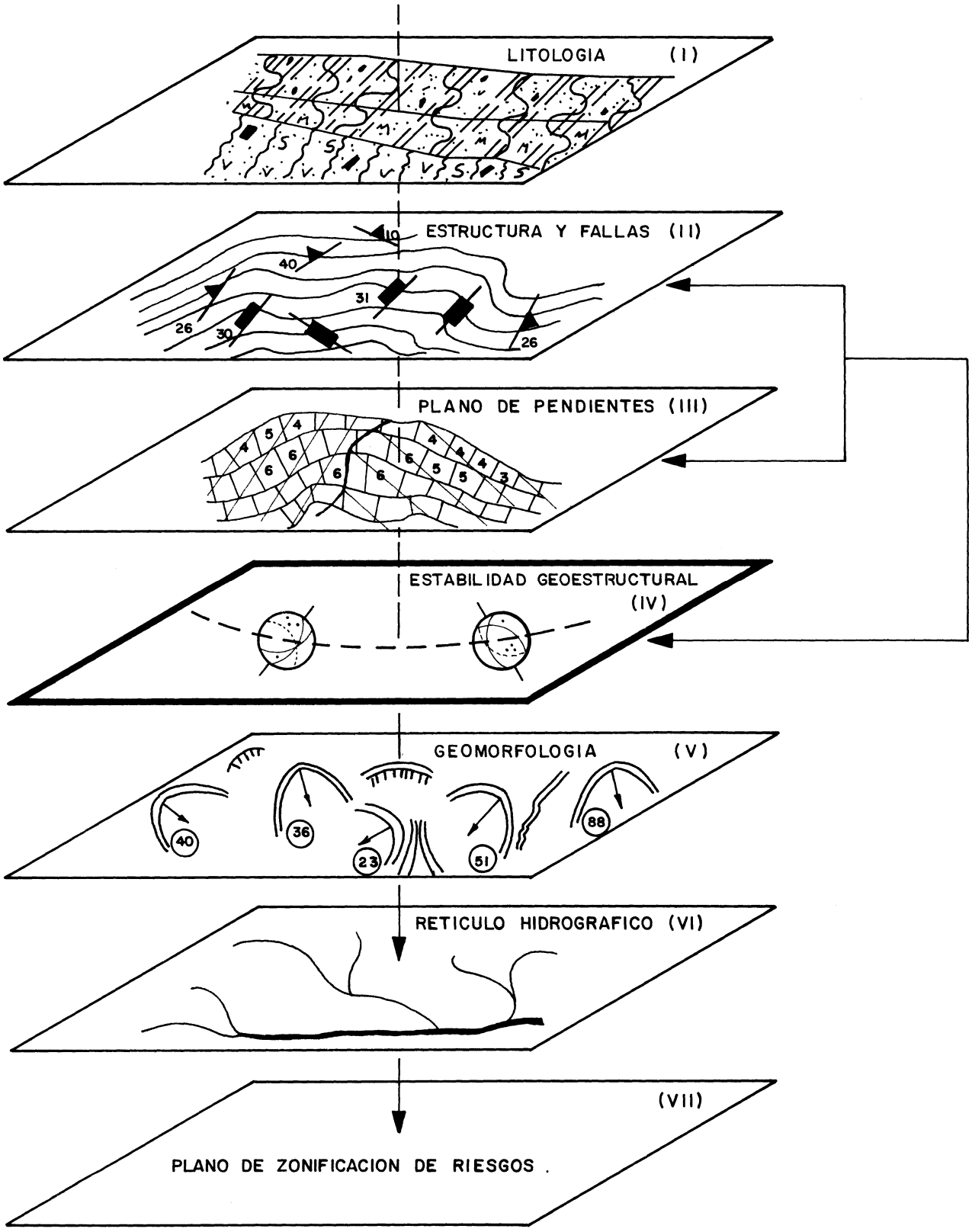
El resultado producido por el análisis de la estabilidad geoestructural es en efecto por sí mismo, insuficiente para una definición completa del problema.

Se trata en efecto de un análisis que hemos encontrado cómodo definir de tipo "frío", para subrayar que no toma en cuenta los factores geomorfológicos en toda su amplitud y principalmente en todos sus aspectos referentes a la degradación y alteración superficial y profunda, a las intervenciones naturales y artificiales, al control de las aguas, a la forestación, etc.

De hecho en nuestro trabajo completo de la zonificación de riesgos geológicos para el caso presentado, hemos analizado detalladamente los factores litológicos y esencialmente morfológicos del área produciendo específicamente un mapa de "zonificación morfológica" (el análisis de tipo "caliente") además de un mapa "Geológico - Estructural" y uno del "Retículo Hidrológico". Estos, sumados e integrados a los mapas de "Pendiente" y al ilustrado mapa del "Análisis de Estabilidad", finalmente representan el conjunto de aspectos que nos permiten elaborar el mapa de la "Zonificación de Riesgos Geológicos" que es el resultado deseado (ver figura 7).

Fig. 7

ANALISIS SECUENCIAL DE INFORMACION PARA LA OBTENCION DEL PLANO DE ZONIFICACION DE RIESGOS GEOLOGICOS



BIBLIOGRAFIA

AGUERREVERE, S.E. y ZULOAGA, G. (1937) "Observaciones geológicas en la parte central de la cordillera de la costa", Bol. Geol. y Min., Caracas, 1(2-4): pp. 3 - 22.

GOODMAN, R. (1976) "Methods of geological engineering in discontinous rocks", West Publishing Co., New York, t. pp. 472.

HOEK, E. y BRAY, J.W. (1974) "Rock slope engineering", Institution of mining and metallurgy, London, t. pp. 402.

PERRI, G. (1979) "La cohesión en el análisis estereográfico de estabilidad de taludes", Revista Latinoamericana de Geotecnia, Caracas, 5 (2): pp. 71 - 76.

A N E X O

LA COHESION EN EL ANALISIS ESTEREOGRAFICO DE ESTABILIDAD DE TALUDES

POR: GIANFRANCO PERRI (*)

(*) Profesor de Mecánica de Rocas en la U.C.V.

LA COHESION EN EL ANALISIS ESTEREOGRAFICO DE ESTABILIDAD DE TALUDES.-

por doctor Gianfranco PERRI (*)

(*) Ingeniero consultor.Profesor de Mecanica de Rocas, Universidad Central de Venezuela.

INTRODUCCION:

En las estructuras rocosas marcadamente anisotropas, caracterizadas por la presencia de discontinuidades estructurales bien definidas y distribuidas en forma de atribuir al problema de estabilidad del talud un caracter esencialmente tridimensional, es muy comun el empleo de las técnicas de la proyección estereográfica para el análisis y los cálculos de estabilidad.

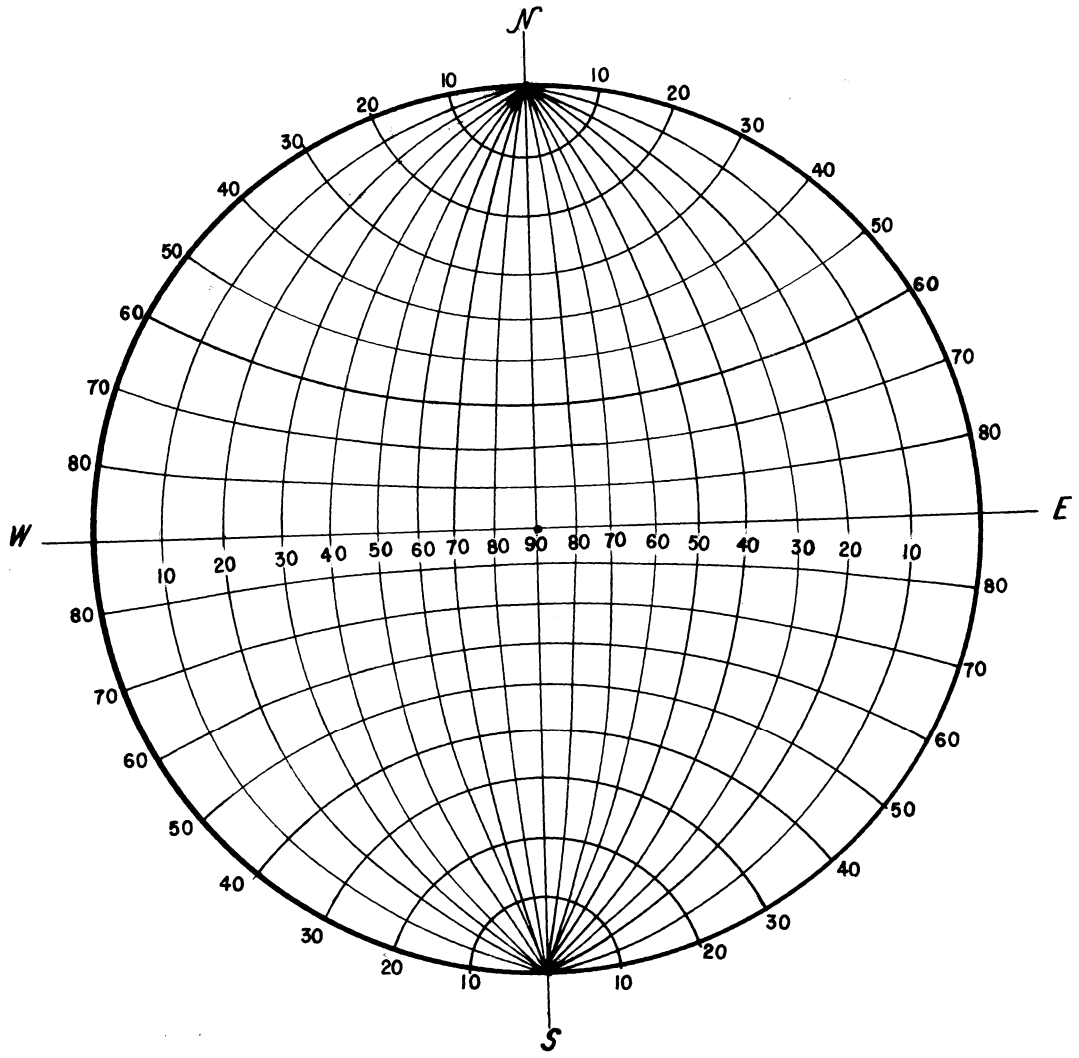
La proyección estereográfica resulta en efecto un instrumento muy eficaz y simple para el estudio de las relaciones angulares entre planos y rectas en el espacio; y las discontinuidades geológicas que cortan a las masas rocosas y a los taludes respectivos, pueden ser consideradas como planos en el espacio mientras que las intersecciones entre las discontinuidades o entre estas y los taludes, son rectas en el espacio.

Entre las diferentes proyecciones estereográficas existentes, aquella de Wulf denominada "de igual angulo" se ajusta muy bien para los fines del análisis de estabilidad de taludes en cuanto tiene como principal característica el hecho que en ella los ángulos entre planos y planos, planos y rectas, rectas y rectas, no estan sujetas a ninguna deformación, o sea quedan iguales a los correspondientes reales.

En el diagrama o reticulo de Wulf (Fig. -1-); un plano puede ser representado por un circulo grande (determinado por la orientación del respectivo diámetro, su rumbo, y por la distancia diametral del circulo grande desde el borde del reticulo, su inclinación) o por el correspondiente polo (diametralmente opuesto al circulo grande respectivo y a distancia complementar de el) y una recta está representada por su polo que define su rumbo e inclinación, (Ver Fig. -2-).

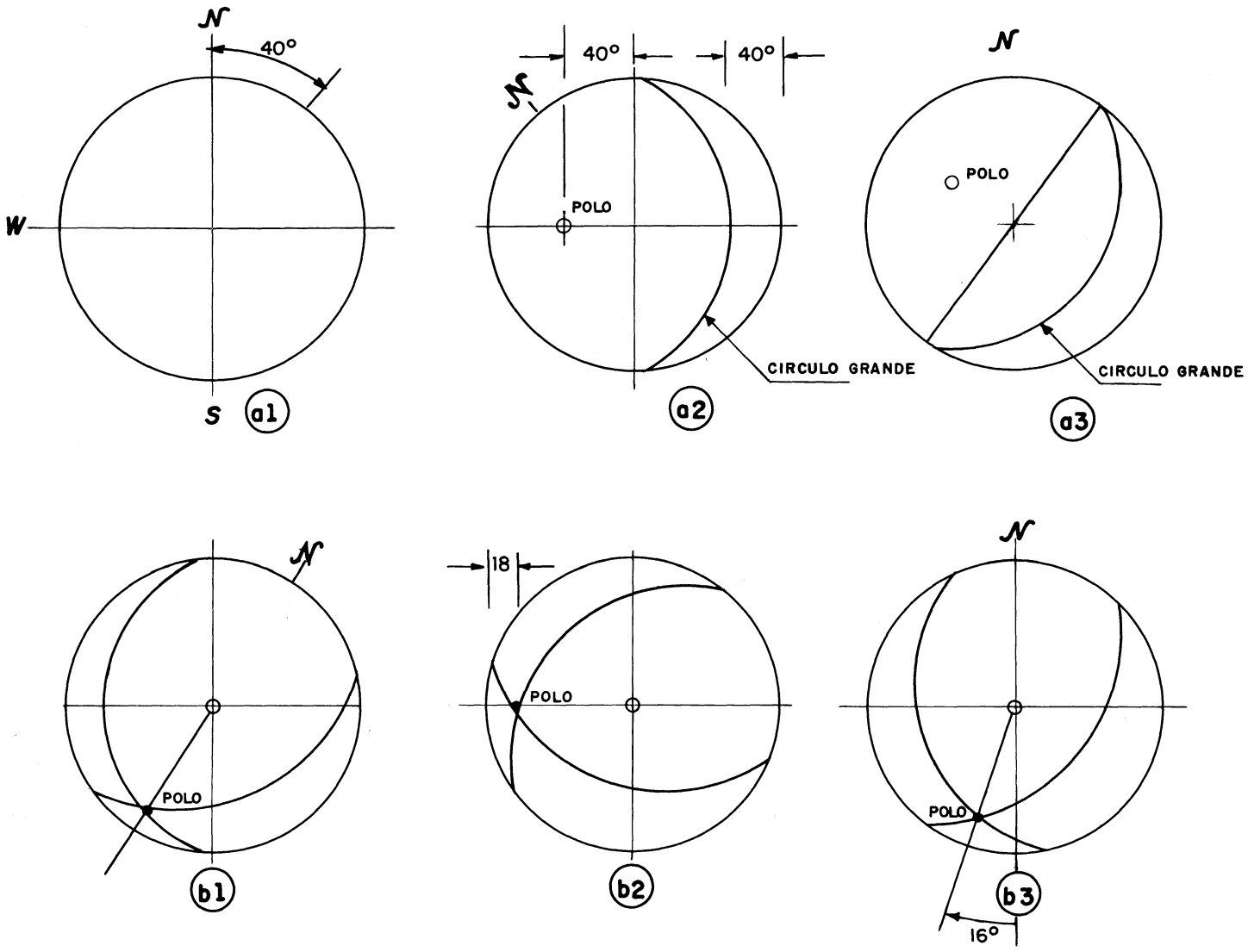
El análisis de estabilidad para planos, cuñas o bloques en general, de rocas perteneciendo a un talud, pasa por tres etapas fundamentales que en el orden son:

a) Verificación de la existencia de potencial inestabilidad en base a las características geométricas de la estructura en objeto. Para el caso de un simple plano de deslizamiento, el ángulo de inclinación, aparente o verdadero de la superficie potencial de deslizamiento, debe ser inferior al ángulo de inclinación de talud. En otras palabras es necesario que la super-



Reticulo estereográfico "de igual angulo" de Wulf

FIGURA -1-



(a) Ejemplificación de la construcción del circulo grande y del correspondiente polo relativos a un plano de rumbo N 40º E e inclinación 40º hacia S.

(b) Ejemplificación de la construcción del polo de la recta intersección de dos planos que resulta poseer rumbo S 16º W e inclinación 18º hacia S.

FIGURA - 2 -

ficie de deslizamiento aflore en la cara libre del talud. Como otro ejemplo, de igual manera, para lo que se refiere a cuñas deslizantes a lo largo de la linea de intersección entre las dos discontinuidades constituyentes la cuña, la condición geométrica para que la inestabilidad ocurra, es que la misma linea aflore en la cara libre del talud, o sea que la inclinación de la intersección esté dirigida hacia el exterior del talud según un angulo inferior a la correspondiente pendiente del mismo en una dada orientación.

b) Para las situaciones de potencial inestabilidad geométrica según explicado en "a", cuantificación de las resistencias al deslizamiento y cálculo del factor de seguridad. Este punto será tratado mas extensamente en los párrafos siguientes.

c) Para las situaciones correspondientes a factores de seguridad menores o iguales a la unidad determinados según la etapa "b", verificación y/o estimación de la existencia o no de los suficientes grados de libertad que permitan transformar la situación de potencial inestabilidad en "real inestabilidad".

LA RESISTENCIA AL CORTE EN LA PROYECCION ESTEREOGRAFICA:

Una característica y al mismo tiempo limitación de los métodos de proyección estereográfica en los análisis de estabilidad, esta dada por considerarse para la resistencia, la contribución de la sola fricción a lo largo de las superficies de potencial deslizamiento, despreciando o sea la contribución del segundo parámetro de resistencia al corte que es la cohesión.

En efecto para una roca con discontinuidades representadas por diaclasas, juntas de estratificación fallas y fracturas en general, abiertas en una roca de buenas características de resistencia de fricción y que no esten rellenadas por materiales de bajas calidades mecánicas, como generalmente ocurre en aquellos taludes rocosos en donde se aplica el método de la proyección estereográfica, siempre la contribución de la cohesión cuando no es realmente nula, resulta despreciable por respecto a aquella de la fricción.

De esta forma los calculos de estabilidad mediante proyección estereográfica se simplificanmucho debido a que el problema queda en terminos de relaciones. simplemente geométricas entre los elementos estructurales de la roca, el plano del talud y el ángulo o los ángulos de fricción existentes entre las superficies de potencial deslizamiento; en fin no entran en juego el peso específico de la roca y la altura del talud o del bloque en potencial deslizamiento.

Por otro lado no son raros en la práctica casos donde la naturaleza de la masa rocosa constituyante el talud es tal que actuando según las hipotesis de arriba, o sea despreciando la cohesión, secae en errores bastante grande de subestimación de la resistencia al corte desarrollable y entonces en un demasiado conservador diseño de la estructura.

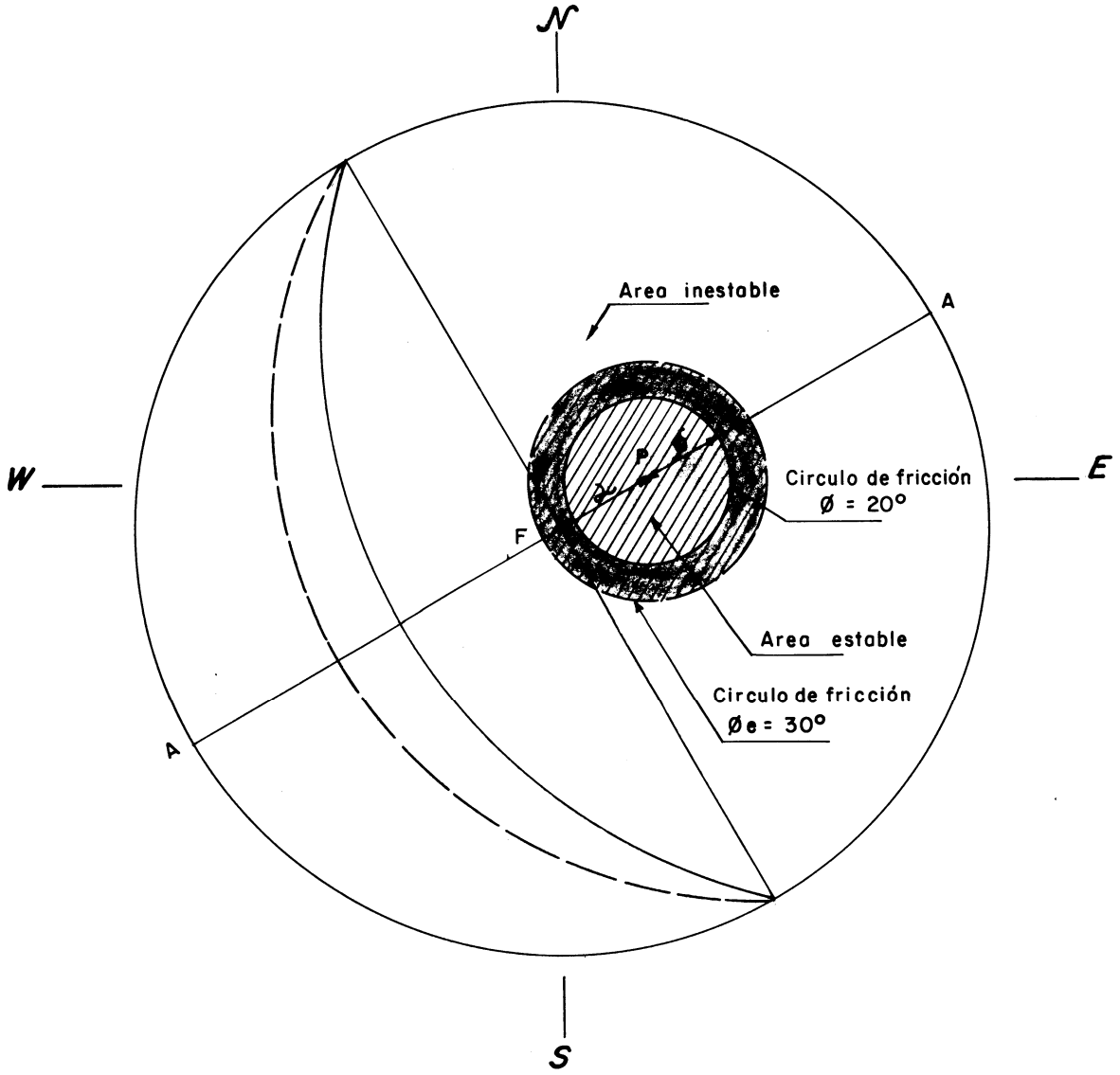
Se trata de aquellas rocas como por ejemplo algunos esquistos micaceos y/o filitas mas o menos meteorizadas, que tanto comunes son en la región de Caracas y en las cuales los valores del angulo de fricción desarrollable a lo largo de los planos de sedimentación o de foliación no son muy altos sino que estan comprendidos entre 5 y 20.

Para estas rocas, los cálculos demuestran en muchas cosas la considerable influencia de la cohesión en la determinación del valor del factor de seguridad y es para estos casos que debe renunciarse al interesante auxilio de los métodos clásicos que emplean proyección estereográfica en los cálculos de estabilidad, si no se toma en cuenta de alguna forma el efecto de la cohesión.

Ahora bien el fin de este trabajo es justamente aquel de presentar un método suficientemente simple que permita tomar en cuenta la existencia de la cohesión en los análisis de estabilidad sin alterar en lo minimo la metodología normalmente usada para el calculo del factor de seguridad en la proyección estereográfica.

CALCULO DEL FACTOR DE SEGURIDAD:

Conviene aquí comentar brevemente el método de calculo del factor de seguridad normalmente usado en la proyección estereográfica en presencia de la sola fricción a lo largo de las descontinuidades. Se hace el ejemplo simple del potencial deslizamiento a lo largo de un solo plano en donde se ha verificado la existencia de las condiciones geométricas de potencialidad del deslizamiento. Por ejemplo; plano de talud con inclinación i = 45º ; discontinuidad con el mismo rumbo e inclinación β = 25º < i (Ver Fig. -3-). El paso siguiente a la etapa "a" es trazar sobre el reticulo, alrededor del polo " p " del plano de discontinuidad, el circulo de fricción relativo al angulo de fricción (ϕ = 20º) existente a lo largo de la superficie de discontinuidad; dicho circulo del cual P no es necesariamente el centro, es la proyección estereográfica sobre el reticulo de Wulf del cono de fricción relativo al plano de la discontinuidad y al angulo de fricción correspondiente. Ahora bien, el circulo de fricción delimita en el reticulo de Wulf dos areas una interna a el denominada "area estable" y la otra externa a el denominada "area inestable"; cuando el polo de la fuerza resultante deslizante (generalmente el peso del volumen potencialmente deslizable) cae internamente al circulo de fricción hay estabilidad, cuando cae fuera hay inestabilidad; el factor de seguridad esta dado por:



——— Plano del talud: rumbo N 30º W, inclinación 45º hacia W

– – – – Plano de descontinuidad: rumbo N 30º W, inclinación 25º hacia W

•P Polo del plano de descontinuidad

•F Polo de la fuerza resultante deslizante.

FIGURA - 3 -

$$FS = \frac{\text{Tang } \phi}{\text{Tang } \alpha} = \frac{\text{Tang } 20}{\text{Tang } 25} = 0.78$$

siendo α la distancia angular entre el polo P y el polo de la resultante de las fuerzas deslizantes (F en el ejemplo de la figura 3) leido sobre el circulo grande pasante por P y F (en el ejemplo, el diametro A-A).

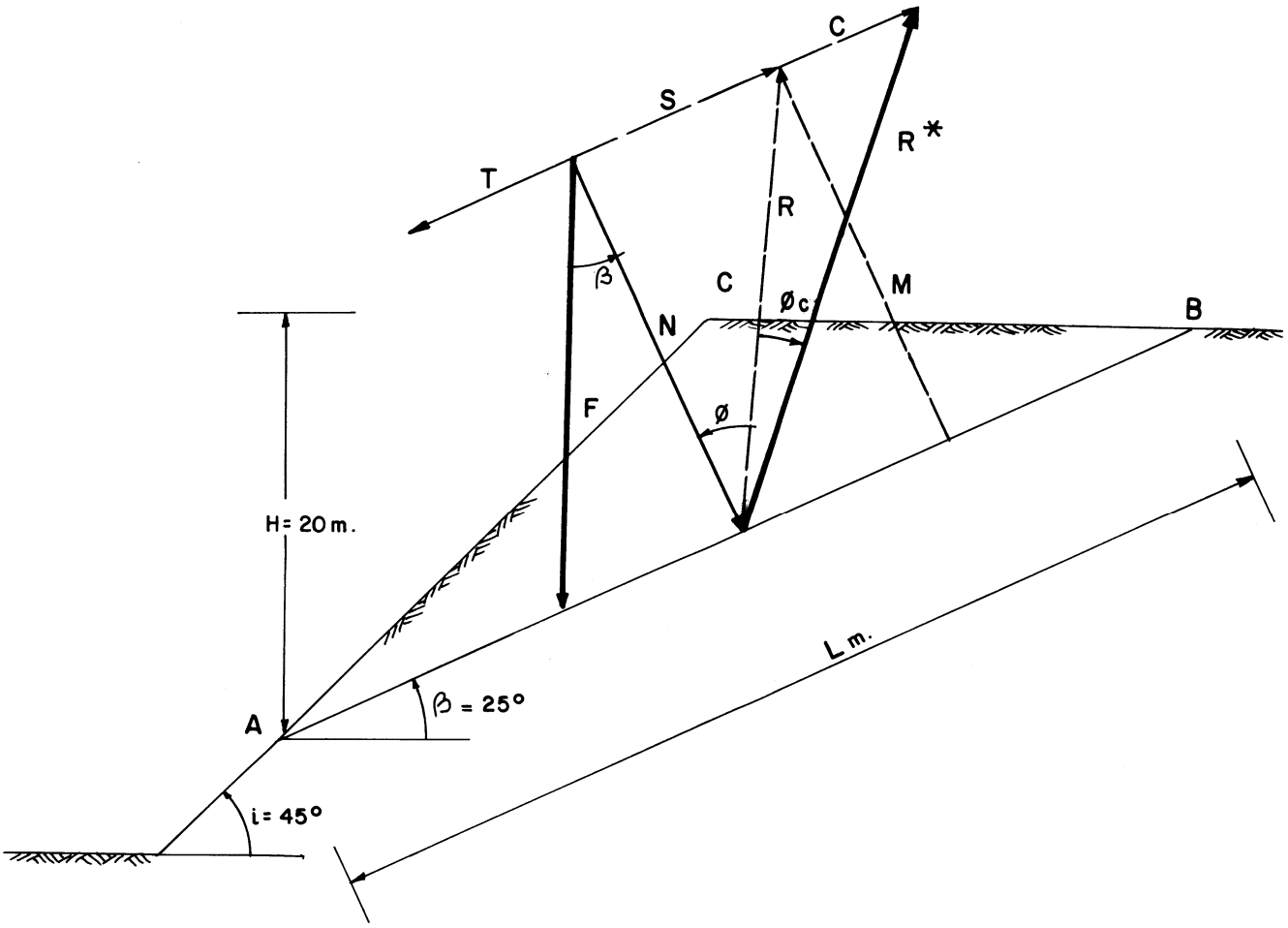
En caso mas general, el polo F no necesariamente coincide con el centro del reticulo y así mismo la delimitación del reticulo en un area estable y una inestable, no necesariamente esta dada por un solo circulo de fricción sino por la combinación de mas de ellos (por ejemplo dos en el caso de deslizamiento de cuñas sobre dos planos).

TOMANDO EN CUENTA EL EFECTO DE LA COHESION:

En la Figura 4, se esquematiza el problema de estabilidad de un talud a lo largo de un plano de descontinuidad que podría ser el mismo del ejemplo anterior si la sección representada es la N 60º E.

La fuerza activa sobre el plano de discontinuidad AB es el peso F del volumen en potencial inestabilidad ABC, con dirección vertical y con sus dos componentes N = F cos β, perpendicular a AB y T= Fsen β, paralela a AB; la fuerza resistente es R inclinada de ϕ respecto a la vertical de AB, siendo ϕ el angulo de fricción entre las caras de la descontinuidad y con sus dos componentes M = R cos ϕ paralela igual y contraria a N y S = R sen ϕ paralela y contraria a T.

PERFIL N 60° E



Representación gráfica de las fuerzas y angulos en juego para la determinacion del factor de seguridad en el ejemplo considerado.

FIGURA - 4 -

Ahora bien la condición de equilibrio limite está dada por $S = T$ ó $\phi = \beta$, ocurriendo la inestabilidad por $S < T$ ó $\phi < \beta$. Sobre el reticulo estereográfico el problema ya se había visualizado trazando el circulo de fricción alrededor del polo P de AB y el polo de la fuerza activa F que en este caso coincide con el centro del reticulo; efectivamente la condición de equilibrio limite ($\phi = \beta$) es aquella que vee el polo de F ubicado esactamente sobre el circulo de fricción, mientras que, como ya se comentó, la condición de inestabilidad ($\phi < \beta$) es aquella correspondiente al ejemplo que vee el polo F afuera del circulo de fricción.

Se considere ahora la existencia de cohesión a lo largo de AB (por ejemplo $c = 2$ ton/m2); la fuerza resistente de cohesión paralela a AB y con sentido igual a S vale $C = cxL$, L es el largo de AB. Resulta una fuerza resistente global de fricción y cohesión R* que resulta inclinada de un angulo que se llamará ϕ_c por respecto a la fuerza R, (reacción debida a la sola fricción).

Ahora bien resulta facil demostrar la existencia de la siguiente relación trigonométrica entre las variables involucradas:

$$\frac{4 \times c/\gamma x \cos \phi}{\gamma H x \operatorname{sen} 2\beta_x (\operatorname{cotg} \beta - \operatorname{cotg} i)} = \frac{\operatorname{sen} \phi_c}{\cos (\phi + \phi_c)}$$

en donde la unica variable aún no definida es γ que es el

peso especifico del material contenido en el volumen ABC en potencial deslizamiento. Para agilizar la formula puede escribirse:

$$K\,c = \frac{\operatorname{sen}\ \phi c}{\cos\ (\phi + \phi\ c)} \qquad (I)$$

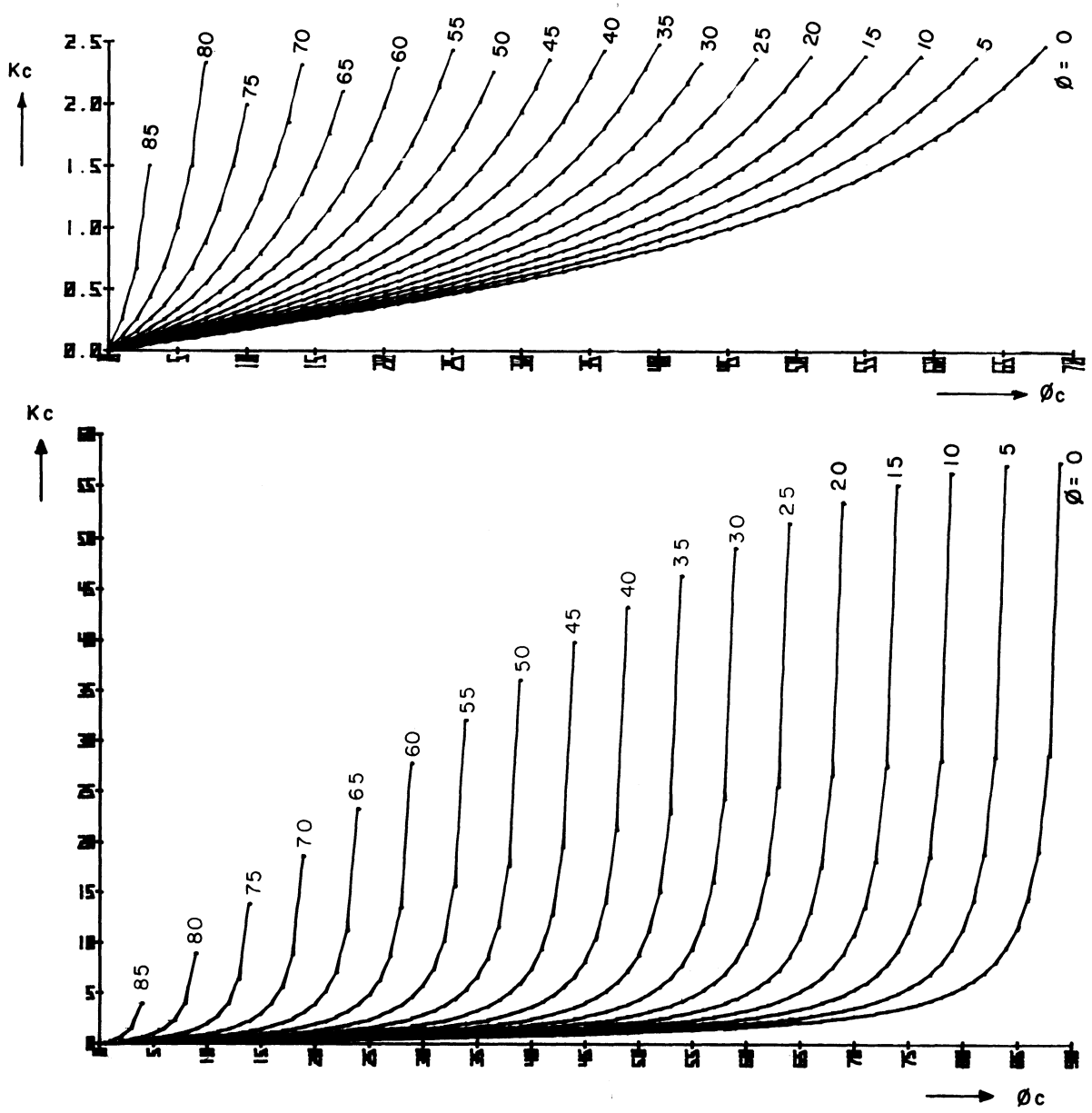
siendo K una caracteristica del problema en estudio y que vale $K = \frac{4x\cos\ \phi}{\gamma Hx\ \operatorname{sen}\ 2\ \beta x\ (\operatorname{cotg}\ \beta - \operatorname{cotg}\ i)}$

Finalmente el ultimo paso ha sido aquel de graficar la (I) resultando el diagrama representado en la figura 5.

En este diagrama se entra por un lado con el valor Kc, producto de la cohesión y del parametro K, que a su vez es función de la geometría del problema en estudio, del angulo de fricción ϕ y del peso especifico ; por el otro lado se escoje la curva en función del angulo de fricción ϕ y sobre el eje horizontal se obtiene directamente el valor de ϕ_c que puede bien definirse como "<u>angulo de fricción equivalente al efecto de la cohesión</u>"; Finalmente puede definirse un angulo de fricción equivalente ($\phi_e = \phi + \phi_c$)del efecto combinado de cohesión y fricción real y de esta forma tratar el problema del analisis de estabilidad exactamente en los mismos terminos del caso de existencia de solo fricción con la simple sustitución del valor real de ϕ con el valor ϕ_e.

Para completar el ejemplo anterior: (para γ= 2 ton/m3 y H=20

$$K = 0.108 \qquad y \qquad K_e = 0.216$$



Angulo de fricción (ϕ_c) equivalente al efecto de la cohesión (c) para diferentes valores del angulo de fricción real (Ø) y del paramento (k) caracteristico de la geometría del talud y del peso específico del volumen deslizable.

FIGURA -5-

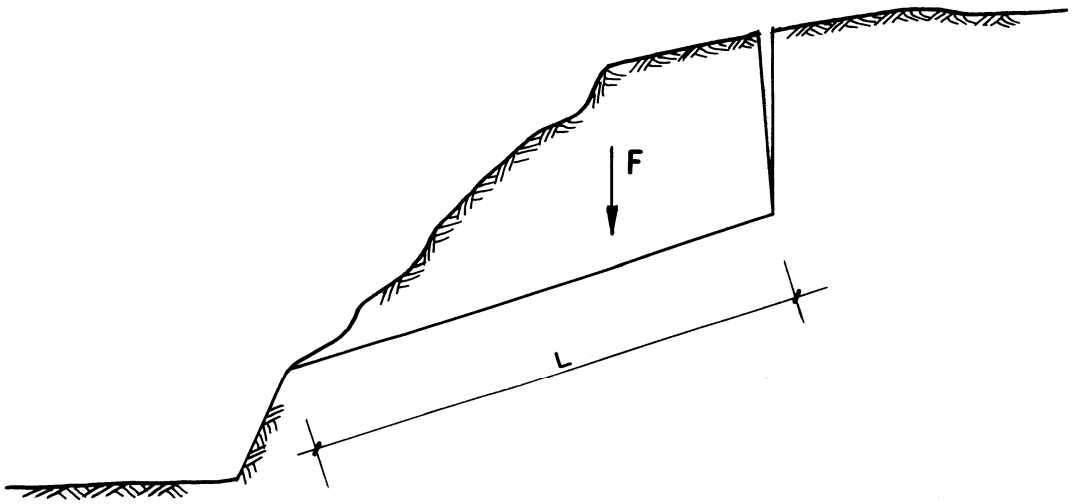
entonces en correspondencia de la curva ϕ = 20º el diagrama da ϕ_e = 10º o sea ϕ_e = 30º . Se traza el marco de un nuevo circulo de fricción correspondiente al valor de ϕ_e y se ve sobre el reticulo que la situación del talud es ahora de estabilidad siendo que el polo F, que no ha variado su posición, cae adentro del nuevo circulo de fricción.

Finalmente puede calcularse el nuevo valor del factor de seguridad $FS = \frac{\text{Tang } \phi_e}{\text{Tang } \alpha} = \frac{\text{Tang } 30}{\text{Tang } 25} = 1.24$

En aquellos casos de geometría del talud no tan regular (por ejemplo ver Figura 6) el diagrama de Figura 5 puede aun usarse siendo en el caso general $K = \frac{L \cos \phi}{F \cos B}$ en donde L es el largo del plano en que se desarrolla la cohesión y F el peso del volumen potencialmente inestable.

En conclusión se hacen unas nuevas consideraciones a cerca de lo que muestra el diagrama de la Figura 5:

- Para iguales condiciones geométricas e igual cohesión, el valor del "angulo de fricción correspondiente al efecto de la cohesión", aumenta con la disminución del ángulo de fricción real ; esto es decir que cuanto mas bajo es el angulo de fricción real tanto mas importancia cuantitativa toma la contribución de la cohesión.



Ejemplo de talud con geometría irregular

FIGURA - 6 -

- El angulo ϕ_c aumenta al aumentar el producto Kc y para valores de este, mayores que 5, el valor de ϕ_c queda practicamente igual a su valor máximo correspondiente a cada valor del angulo ϕ.
- desde un punto de vista práctico los valores numéricos de Kc estan limitados a un rango de 0 a pocas unidades.

Caracas, septiembre de 1978

GEOMEC

BOLETIN DE DIVULGACION GEOTECNICA

TUNELES EN MACIZOS ROCOSOS

"INTRODUCCION AL ANALISIS GEOMECANICO"

POR GIANFRANCO PERRI (*)

Nº 11

MAYO, 1982 caracas

TUNELES EN MACIZOS ROCOSOS

"INTRODUCCION AL ANALISIS GEOMECANICO"

POR GIANFRANCO PERRI (*)

(*) Profesor de Mecánica de Rocas en la U.C.V.

INTRODUCCION AL ANALISIS GEOMECANICO DE LOS TUNELES

1) ESTÁTICA DE LAS EXCAVACIONES PROFUNDAS:

Un elemento de terreno en el subsuelo, lejos de cualquier excavación o vacíos está sujeto, en primera aproximación, a una presión vertical dada por el producto γH (γ = peso específico medio de los terrenos suprayacentes a la profundidad a la cual se encuentra el elemento considerado), llamada presión litoestática.

Tal presión determinaría una expansión lateral del elemento de terreno, función de sus características mecánicas de deformabilidad, si éste no estuviese confinado. Sin embargo debido a que el terreno circundante impide dicha expansión, se determinará en su puesto una presión sobre las superficies laterales del elemento (empuje lateral), proporcional a γH según un coeficiente (Ko) llamado de empuje lateral en condiciones de reposo.

En tales condiciones de solicitación (estado de compresión triaxial), no se verifican fenómenos de ruptura cualquiera que sea el valor de la presión litoestática, con que el empuje lateral sea suficientemente grande para garantizar la estabilidad; y dado que este empuje aumenta proporcionalmente a la presión litoestática hasta justamente lograr va

lores necesarios para evitar la deformación lateral, la estabilidad de un elemento de terreno en el subsuelo lejos de todo vacío está siempre asegurada.

Ahora bien la creación de un vacío en un determinado punto y profundidad del subsuelo, modifica (obviamente en sentido desfavorable a la estabilidad) el estado de solicitaciones en la roca inmediatamente circundante la excavación misma, debido a dos órdenes diferentes de fenómenos:

a) La eliminación de un cierto volúmen de terreno determina que la carga vertical inicialmente soportada por el mismo, se transfiera sobre el terreno adyacente que ha quedado en el sitio; en otras palabras se verifica una concentración de esfuerzos verticales que puede ser muy grande (2 - 3 y más veces la presión litoestática original).

b) La eliminación del impedimento lateral contra la expansión del terreno hace que éste, alrededor de la excavación, ya no esté sujeto a compresión triaxial y sea libre de deformarse y, si los esfuerzos son suficientemente elevados, de romperse.

En efecto puede afirmarse que en cualquier terreno, a partir de una profundidad dada (función de las características mecánicas y geoestructurales del macizo, además que

del tamaño y forma de la cavidad) la estabilidad de la excavación debe ser asegurada artificialmente mediante la creación de obras de sostenimientos.

Estas, en consideración del hecho que normalmente son puestas en obra después de realizada la excavación, no esperan reconducir los terrenos circundantes a su estado de solicitación original (lo que sería prácticamente imposible) sino evitar (indefinidamente o por un tiempo más o menos largo según el tipo y función de la obra) que los terrenos puedan invadir el vacío creado por la excavación.

Más especificamente podrían mencionarse, como principales, las siguientes posibles funciones para las cuales, conjunta o individualmente, se diseña y se pone en obra el sostenimiento de un túnel:

a) Sostener elementos de rocas aislados por alguna discontinuidad, los cuales caerían en la cavidad desde el techo o las paredes laterales de la misma (es el caso de túneles excavados en rocas competentes y a pequeñas profundidades, cuyas paredes serían autoestables en ausencia de lesiones);

b) Sostener el peso de la roca contenida en un dado volúmen alrededor de la cavidad, en el cual se han determinado

solicitaciones y luego fracturaciones excesivas, mientras que externamente a dicho volúmen se ha constituído una superficie natural autoestable.

c) Determinar, impidiendo el deslizamiento del terreno hacia el vacío, el regreso a un nuevo estado de compresión triaxial en el terreno, compatible con la estabilidad de la excavación durante un tiempo o más o menos largo;

d) Transformar en autosostenimiento un espesor de terreno alrededor de la cavidad, impidiendo los deslizamientos relativos de los elementos en que podría dividirse la roca misma (por ejemplo mediante la aplicación de pernos de anclajes que liguen entre ellos los estratos).

Estas estructuras de sostenimiento pueden ser discontinuas, o sea constituídas por una sucesición de elementos resistentes y separados entre ellos, o en otros casos, en los que se denominan comúmente revestimientos, están constituídas por una estructura resistente contínua. A veces, para grandes obras, se utiliza los dos tipos al mismo tiempo: el primero con la función de sostenimiento primario y el segundo con la función de sostenimiento definitivo.

Para lo que se refiere a las tipologías, materiales y métodos de construcción de los sostenimientos, deberían emplear

se muchas páginas para su descripción aunque sumaria y general; lo que en todo caso caería afuera de los límites e intenciones de este trabajo. Puede solamente mencionarse que hoy en día, y especialmente para obras de cierta envergadura, se emplean sostenimientos metálicos y en concreto, mientras que ya no se justifica técnicamente el uso de madera y otros materiales de mampostería.

Igualmente conviene desde ya señalar, que, desde el punto de vista de la mecánica de rocas y del cálculo de las cargas sobre los sostenimientos y luego del dimensionamiento de los mismos, la principal característica de la estructura de sostenimiento que entra en juego es su rigidez, o en otras palabras su actitud a permitir deformaciones más o menos grandes bajo las cargas de los terrenos. A este respecto, que es en realidad un problema de rigidez relativa y de interacción terreno-estructura, está ligada la problemática fundamental del análisis y cálculo de los sostenimientos de los túneles así como se tendrá oportunidad de examinar más adelante.

2) LAS CARGAS SOBRE LOS SOSTENIMIENTOS:

La carga que actúa sobre el sostenimiento de un túnel es el producto de un típico fenómeno de deformación y rotura. En efecto si se imagina que se pudiese excavar untunel y construír su revestimiento sin alterar el estado de soli

citaciones al que está sometido el macizo, el esfuerzo inicial sobre el revestimiento sería igual a dicho estado de solicitaciones. La fuerza vertical sobre el túnel alcanzaría un valor igual al peso total de la roca que lo cubre y la presión horizontal tendría la magnitud ($K_o \gamma H$). De una manera general, la superficie exterior del revestimiento estaría sometida a un estado de tensiones normales y tangenciales, las que serían iguales a las solicitaciones propias naturales del macizo en los distintos planos tangentes a dicha superficie.

No es necesario decir que el razonamiento efectuado representa una situación puramente imaginaria. Todos los métodos constructivos utilizados para excavar túneles exponen, por lo menos durante un cierto tiempo, su superficie interior y la roca debe, durante este período, sostenerse por sí misma.

Este simple hecho modifica radicalmente el estado de solicitaciones del macizo en las inmediaciones del túnel: las tensiones normales a lo largo de su superficie perimetral se reducen a cero y se produce una redistribución de las tensiones tangenciales.

En cuanto especificamente se refiere a las cargas sobre los sostenimientos, hay que enfatizar el hecho que el problema del sostenimiento de una galería subterránea es

un problema estáticamente indeterminado o hiperestático. En realidad excavar una galería significa eliminar un núcleo de roca muy rígido y sustituírlo por una estructura cualquiera de sostenimiento, mucho más deformable. Durante esta operación la cavidad creada tiende a cerrarse y se vé inmediatamente que la solución final dependerá de la forma en que se introduzca el cuerpo extraño que es la estructura de sostenimiento, dependiendo además del momento en el que se realice esta operación. De esto resulta que el empuje que actuará finalmente sobre el revestimiento o sobre la entibación será el resultado de la interacción de los diversos factores mencionados y que, contrariamente a una opinión todavía muy difundida, esta carga no es un valor natural dado a priori.

Hay que repetir que la intensidad de esta reacción dependerá entre otro del momento de la colocación del revestimiento, de su rigidez y sobre todo de las deformaciones que el terreno haya sufrido hasta el momento.

Con el objeto de aclarar un tanto más los conceptos que se acaban de expresar, puede hacerse recurso a otra esquematización extrema del fenómeno de la excavación de un túnel, en la que se imagine una galería circular bajo un estado de solicitación natural del terreno de tipo hidroestático, y con un sostenimiento constituído por una membrana perfectamente deformable. Adicionalmente debe asu-

mirse que en el interior del túnel, exista una presión uniforme regulable, por ejemplo un líquido, que puede mantener el terreno en equilibrio. (Fig. 1).

Al principio se asume que dicha presión interna equivalga exactamente al estado de esfuerzos natural hidroestático existente y por lo tanto en las paredes del túnel no ocurrirá ningún tipo de deformación. Ahora bien, si se disminuye la presión interna gradualmente, el radio de la excavación comenzará a disminuir como consecuencia de una deformación (inicialmente elástica) del terreno en correspondencia de las paredes del túnel y en un primer instante esta deformación habrá seguido las leyes de la elasticidad y estará representada, por tanto, por un tramo recto (A-B) en el gráfico de la misma figura 1. A partir de un cierto momento se producirán en el caso más general, en torno a la cavidad fenómenos de rotura y de plasticidad, de forma que el aumento de la deformación se producirá de forma no proporcional a la disminución de la presión interna de estabilización (tramo B-C) y la curva se inclinará bastante más rápidamente.

Pueden presentarse dos casos: el primero, para el cual las deformaciones crecen sin límite al disminuir la presión interna hasta el hundimiento de la cavidad. Se trata, por tanto, de una cavidad que no es estable por sí misma. La otra posibilidad, es aquella según la cual

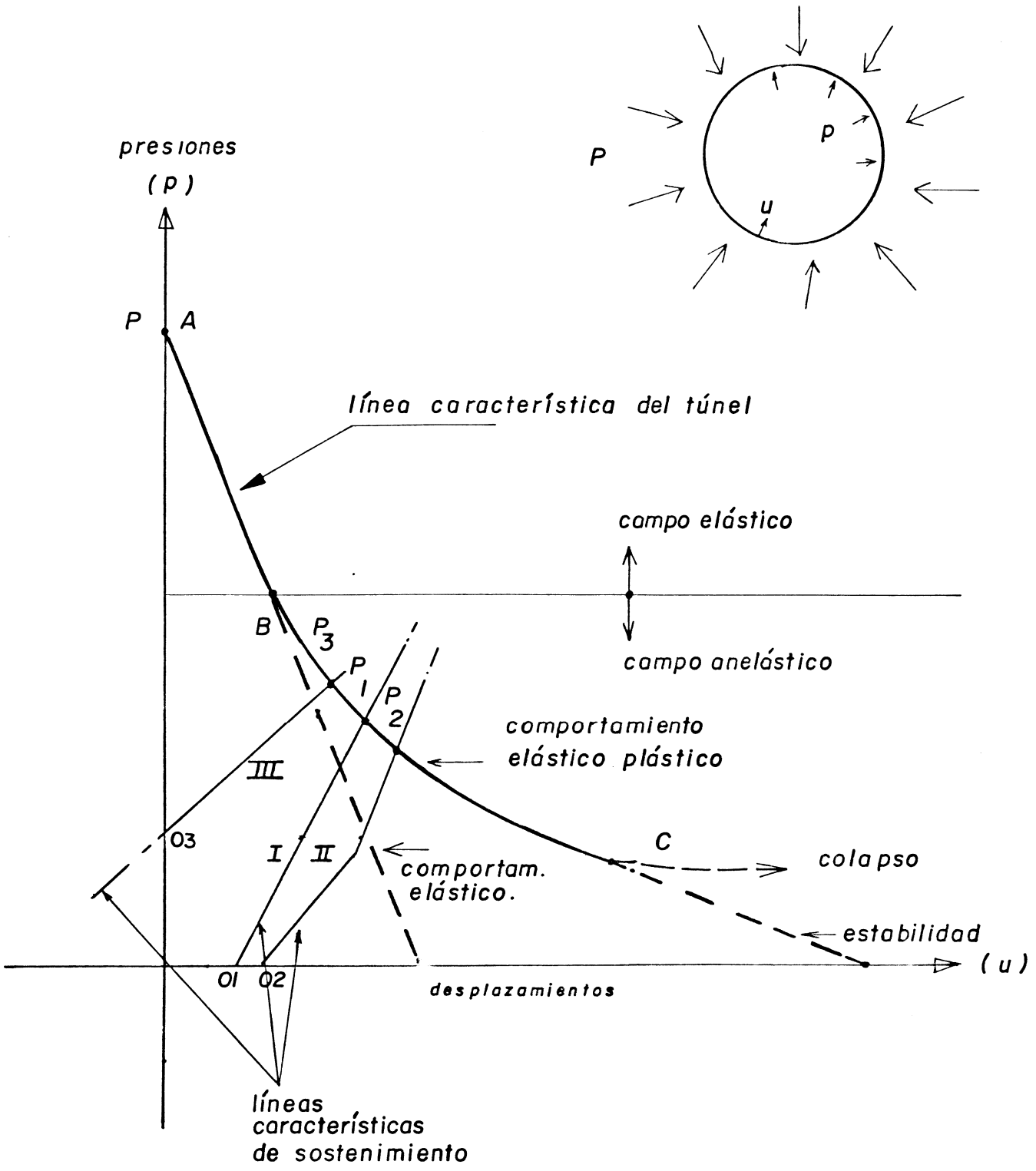

presiones
(p)
P
A
P
u
línea característica del túnel
campo elástico
campo anelástico
B
P3
P1
P2
comportamiento
elástico plástico
III
03
I
II
comportam.
elástico.
C
colapso
estabilidad
(u)
01
02
desplazamientos
líneas
características
de sostenimiento

FIG. -1-

la curva corta al eje de deformaciones en un punto caracterizado por valor finito de aquellas. En este caso la cavidad sería estable incluso sin sostenimiento.

Evidentemente, si el comportamiento del terreno fuera puramente elástico, la línea característica sería una recta que se prolongaría hasta cortar el eje de las deformaciones mientras que en el caso contrario, es decir en presencia de deformaciones plásticas, se tendrá una línea curva.

En la realidad los sostenimientos aplicados no poseen las características de la membrana mencionada capaz de ajustarse a cualquier tipo de deformación impuesta por el terreno. Se trata en efecto de estructuras de acero o concreto las cuales son relativamente rígidas y ocurrirá que las deformaciones radiales de las paredes rocosas del túnel deberán ser congruentes, o sea coincidir, con las deformaciones radiales del sostenimiento. Se debe entonces definir el comportamiento de éste último, o sea la curva característica (presión-deformación) del sostenimiento y buscar por confrontación con la anterior (presión deformación de las rocas de las paredes del túnel) el punto de equilibrio.

En la misma figura 1 se han representado, en relación con las líneas características de la cavidad, las de di

versas estructuras de sostenimiento. La línea I corresponde a un revestimiento rígido-elástico; la línea II a la combinación de un primer revestimiento deformable con un segundo revestimiento más rígido, colocado posteriormente; la línea III representa el caso de anclajes pretensados para los cuales la deformación en ausencia de fuerzas sería negativa.

La intersección de la línea característica de la cavidad con la del sostenimiento proporciona el punto de equilibrio, es decir la solución del problema hiperestático. Los diversos puntos P_1, P_2 y P_3 representan otros tantos estados de equilibrio posibles, correspondiendo cada uno de ellos a un tipo de sostenimiento dado. En general cada punto de la línea característica del túnel representa un posible estado de equilibrio teórico y corresponde a un valor posible de la presión de montaña.

Este hecho es de la máxima importancia, ya que vuelve a confirmar que la carga de la masa rocosa sobre un sostenimiento no está determinada a priori sino que depende:

- del estado de solicitación natural del macizo.
- de las propiedades mecánicas del terreno.
- de la rigidez y deformabilidad del revestimiento o

del sostenimiento y, en particular,

- del procedimiento constructivo.

La figura 1 muestra todos estos factores:

El estado natural de solicitación P fija el orígen de la línea característica de la cavidad. Las propiedades mecánicas del terreno determinan la forma. La deformabilidad del sostenimiento se representa por la línea característica correspondiente, mientras que el procedimiento constructivo usado permite precisar el orígen de esta línea característica (0_1 - 0_2 - 0_3).

De hecho existen métodos de cálculo, de uso corriente, que permiten calcular la línea característica de una cavidad en función de las propiedades mecánicas del terreno y de los demás parámetros, si bien no se puede dar ninguna indicación respecto a la posición relativa de las dos líneas características del revestimiento o de la cavidad.

En efecto la incógnita hiperestática que interesa es el valor de deformación inicial del túnel al momento de la puesta en obra del sostenimiento, y para resolver este problema será necesario examinar la zona del frente de excavación, con extremo detalle.

Aunque el problema reviste obviamente una más amplia complejidad, debiéndose incluír en los análisis los factores tiempo y los aspectos reológicos en general, cuanto ilustrado, aunque en forma solamente cualitativa permite fijar la siguiente conclusión sobre el problema de la determinación de las cargas sobre los sostenimientos en túneles:

- Los esfuerzos ejercitados por el terreno sobre el sostenimiento de un túnel, no son de magnitud ligada a priori a la naturaleza del sitio y entonces intrínsecos a la "montaña", sino que son el resultado de la interacción entre el estado de solicitaciones natural existente en el sitio, las propiedades mecánicas del macizo rocoso, el método de construcción elegido para la obra y el tipo de sostenimiento: especialmente su rigidez (Lombardi, 1975).

3) MÉTODOS EMPÍRICOS, ANALÍTICOS Y NUMÉRICOS:

Tradicionalmente, para el diseño de los sostenimientos de túneles, han sido utilizados métodos empíricos y semiempíricos.

Estos métodos, por ejemplo Terzaghi (1946), Deere (1969), Whickham (1972), Bienawski (1974), Barton (1974), se prestan muy eficientemente para ser empleados en las

etapas preliminares del diseño en las cuales la información geotécnica sobre las condiciones del subsuelo se conoce por lo general en términos solamente cualitativos.

Sin embargo una formulación racional en términos análiticos, tambien para estas fases del diseño, presentaría muchas ventajas sobre los métodos empíricos.

Por ejemplo entre otras, según Schwartz (1978):

a) Los métodos análiticos no dependen fuertemente de la experiencia previa, permitiéndose su utilización por parte de ingenieros con menor experiencia profesional y en todo caso cuando no se dispone de experiencia relevante sobre el tipo de macizo rocoso en que se proyecta construír el túnel.

b) En las fases preliminares del diseño, cuando se dispone de muy poca información cuantificada, esta puede ser utilizada directamente en los procedimientos analíticos, y las condiciones geológicas cualitativas más abundantemente disponibles pueden ser usualmente correlacionadas con algun parámetro cuantificado, pudiéndose utilizar el proceso analítico para la calibración misma de la correlación.

c) Los métodos análiticos pueden resultar muy efectivos durante las etapas de ajustes y adaptación iniciales del proyecto, pudiéndose ir incorporando de manera inmediata y directa toda la información cuantitativa a medida en que ésta se vá recopilando, no siendo necesario el empleo de una clasificación cualitativa del macizo como paso intermedio.

d) Puede ser cuantificado el factor de seguridad del diseño.

e) Idealmente, los métodos analíticos de diseño constituyen el medio más eficaz hacia el logro de un tratamiento más completo en la determinación de los niveles de riesgo y en la optimización del diseño de los sostenimientos de túneles.

Adicionalmente, ya ahora haciendo referencia a una comparación con los métodos numéricos, pueden añadirse las siguientes ventajas ofrecidas por las soluciones analíticas:

a) Menor costo de ejecución, incluyendo en este aspecto la falta de necesidad de uso de medios complejos de cálculo sea como "hardware" sea como "software".

b) mayor rapidez de solución y por consecuencia mayor versatilidad en los procesos de ajuste, adaptación, modificación y análisis de sensibilidad paramétrica.

c) Mayor o más natural compatibilidad entre los niveles de precisión y detalle de los "inputs" de los métodos de cálculo, en relación con los "inputs" reales comunmente disponibles en las varias etapas del proyecto de un túnel, especialmente los relativos al macizo natural.

Aunque existen muchas soluciones analíticas para el diseño de túneles, cada una de las cuales con sus alcances y limitaciones específicas, pueden individualizarse por lo menos dos características generales comunes a todas las soluciones:

a) Asunción de un modelo de medio contínuo para el subsuelo.

b) Asunción de condiciones de deformaciones planas para la sección del túnel.

Por supuesto ambas características imponen importantes limitaciones a todos los métodos posibles de análisis y diseño.

En cuanto a las características especificas de las distintas soluciones disponibles, éstas pueden agruparse como - sigue:

a) Soluciones elásticas sin soporte:

Con las que pueden considerarse los casos siguientes:

- Medio elástico lineal isotrópico y anisotrópico.
- Cavidades múltiples y aisladas.
- Formas circulares y otras figuras geométricas regulares.
- Estado de solecitación inicial arbitrario.
- Eventual presencia de presiones internas a la cavidad.

Los "inputs" necesarios son: los módulos de elasticidad y el estado de solicitación inicial.

b) Soluciones elastoplásticas sin soporte:

Con las que pueden considerarse los casos siguientes:

- Medio elasto-plástico isotrópico.
- Diferentes criterios de plastificación.
- Diferentes comportamientos post-plastificación.
- Cavidades aisladas de forma circular.

- Estado de solecitación inicial isotrópico y uniforme.
- Eventual presencia de presiones internas a la cavidad.

Los "inputs" necesarios son: los módulos de elasticidad, los parámetros que definen el criterio de plastificación adoptado, los parámetros que definen el comportamiento post-plastificación y el estado de solecitación inicial.

c) Soluciones elásticas con soporte:

Con las que pueden considerarse los casos siguientes:

- Medio elástico líneal isotrópico.
- Cavidades aisladas de formas circulares o elípticas
- Estado de solecitación inicial arbitrario.
- Condiciones de cargas preexistentes o siguientes a la excavación.
- Condiciones de perfecta adherencia o perfecta inadherencia al contacto terreno-sostenimiento.

Los "inputs" necesarios son: los módulos elásticos del terreno y del sostenimiento, las propiedades geometricas de la sección del sostenimiento y el estado de solecitación inicial.

d) Soluciones viscosas:

Con las que pueden considerarse los casos siguientes:

- Medio viscoelástico líneal isotrópico.
- Cavidades aisladas de forma circular.
- Estado de solecitación inicial isotrópico y uniforme.
- Eventual presencia de presiones internas a la cavidad.

Los "inputs" necesarios son los módulos elásticos y los parámetros viscosos del terreno y el estado de solecitación inicial.

Esta esquemática presentación de las características principales de los métodos analíticos actualmente disponibles para el diseño de túneles, puede directamente utilizarse con el objeto de señalar todas las limitaciones intrínsecas al uso de éstas soluciones.

En efecto la lista de los casos y circunstancias que no pueden considerarse en los varios métodos, sería ciertamente mucho más larga que las listas que se han presentado para ilustrar los alcances de cada uno de los cuatro grupos de métodos análiticos descritos.

Podrían quizá, únicamente a manera de ejemplo, mencionarse los siguientes aspectos que no pueden considerarse en las soluciones analíticas:

- Análisis tridimensional de los frentes de excavación.
- Heterogeneidades en los macizos.
- Geometrías complejas e irregulares de las cavidades.
- Análisis de los procedimientos constructivos.
- Irregularidades en las condiciones de contorno.

Con lo anterior resultan evidentes los límites de todas las soluciones analíticas, mientras que son los métodos numéricos, el método de los elementos finitos en particular, los únicos que hoy en día permiten de alguna manera incluír en los análisis y cálculos la mayor parte de los hechos, parámetros y circunstancias relacionadas y relacionables con la construcción y funcionamiento real de una obra tan compleja como es todo tipo de túnel.

Finalmente, es necesario aclarar que los logros mencionados, alcanzables mediante el uso de métodos numéricos de cálculo por elementos finitos, son posibles solamente a cambio de costos y tiempos elevados los cuales aumentan rápidamente con el nivel de sofisticación de los modelos y códigos de cálculo hoy en día disponibles y quizas a menudo de uso no justificado si relacionados con la general pobre definición disponible para las condiciones geomecánicas y reológicas reales del subsuelo.

En efecto, la evolución de estos métodos numéricos ha sido paralela al rapidísimo desarrollo de los medios electrónicos de cálculo y ha sido tan asombrosa que, en lo que específicamente se refiere el campo de la geotécnia, puede tranquilamente afirmarse que esta evolución es sobrada: ciertos métodos de cálculo numérico son teóricamente tan versátiles y potentes que la limitación práctica para su aplicabilidad en geotécnia lo representa la insuficiente capacidad de poder suministrar los "inputs" con el grado de detalle tan avanzado que los códigos de cálculo pueden recibir y elaborar.

Es por estas razones que probablemente el justo equilibrio está, como casi siempre, en el medio: es tan incorrecto e involuto querer seguir utilizando métodos de análisis y cálculo superados y con evidentísimas fallas conceptuales y/o suposiciones injustificadamente demasiado conservadoras, como es tan incorrecto y utópico querer introducir en los métodos de análisis procedimientos de cálculo extremadamente sofisticados y necesariamente muy costosos cuyas supuestas teóricas rigurosidad y precisión matemáticas se estrellan contra la realisticamente incierta aproximación física que puede hoy en día lograrse para la definición del comportamiento y de los parámetros naturales propios del terreno.

Para concluir este capítulo se presenta una tabla resumen de los principales métodos geotécnicos de análisis y diseño para túneles.

METODOS GEOTECNICOS DE ANALISIS Y DISEÑO

- METODOS EMPIRICOS:

- TERZAGHI (1946)
- LAUFFER (1958)
- DEERE (1969)
- PROTODIAKONOV (1970)
- WHICKHAM (1972)
- BIENIAWSKI (1973)
- LOUIS (1974)
- BARTON (1974)

- METODOS MATEMATICOS:

Analíticos:
ELASTICIDAD PLANA
ELASTO PLASTICIDAD
RIGIDEZ RELATIVA
LINEAS CARACTERISTICAS

Numéricos: M.E.F.

Los métodos de diseño denominados empíricos son aquellos que no se basan sobre formulaciones teóricas sino simplemente sobre la experiencia y la observación del comportamiento real de las estructuras, y con ellos se pretende establecer criterios, lo más simples posibles, que permitan sobre la base de pocos y claros datos, clasificar el subsuelo y por consecuencia definir en forma más o menos precisa la necesidad y características del sostenimiento en unos casos, o los valores de las cargas sobre estos sostenimientos en otros casos.

Los métodos matemáticos, por el contrario se basan en asunciones teóricas sobre el comportamiento mecánico del subsuelo y pretenden llegar a la definición de fórmulas o datos numéricos para el cálculo estructural de la obra; en unos casos, limitándose a la determinación del estado tensional alrededor de la excavación o las cargas sobre las estructuras de sostenimiento y, en otros casos llegando hasta el dimensionamiento estructural de la obra completa.

Los métodos analíticos, normalmente hacen recurso a hipótesis muy simplificativas sobre el comportamiento mecánico de las estructuras involucradas (subsuelo y sostenimiento), así como sobre la geometría y condiciones de contorno del problema.

Los métodos numéricos, basados sobre el uso del M.E.F., superan muchas de las restricciones anteriores y representan sin dudas, el método de cálculo más potente y prometedor que existe al momento. Por el contrario, el M.E.F. encuentra limitaciones en el costo de aplicación debido a la necesidad de disponer de potentes máquinas de cálculo y de muchas informaciones en la definición de los " imputs " .

A manera de información adicional en las tablas que siguen se resumen respectivamente, las principales soluciones analíticas en forma cerrada y las principales soluciones numéricas mediante el M.E.F., directamente aplicables a problemas de diseño de túneles.

PRINCIPALES
SOLUCIONES
ANALITICAS

Investigators	Date	Lined Tunnel	Unlined w/ Internal Pressure	K≠1 Initial Stresses	Variation of Stress w/ Depth	Elastic Ground Properties	Inelastic Ground Properties	1) Reduced Residual Strength	2) Dilatancy	Ground Movements Before Support	Time Effects	Remarks
Kirsch	1898											
Bjorkman & Richards	1976		X	X		X						Inverse Elasticity Problem
Daemen & Fairhurst	1972	X				X				X		
Fenner	1938		X		X		X					Cohesionless Ground
Green & Taylor	1945			X		X						Anisotropic Ground Behavior
Kastner	1962						X					Two Solutions
Ladanyi	1974		X				X	X	X		X	Empirical Dilatancy Coefficient
Lombardi	1973		X			X	X			X		
Mindlin	1940/48			X	X	X						Includes Effect of Ground Surface
Newmark/	1969		X				X	X				Basis for Hendron & Aiyer
Hendron & Aiyer	1972	X	X				X	X	X			Detailed Elasto-Plastic Solution
Peck,Hendron,Mohraz/	1972	X		X		X						
Hoeg/	1965/68	X		X		X						Relative Stiffness Solution
Burns & Richard	1964	X		X		X						
Rabcewicz	1973	X		?			X	X				Shear Body Analysis
Savin	1970	X	X	X		X	X		?			Conformal Mapping Approach
Terzaghi & Richart	1952			X		X						2-D & 3-D Unlined Openings

PRINCIPALES SOLUCIONES NUMERICAS (M.E.F.)

Investigators	Date	Type of Analysis			Loading		Initial Stresses			Support			Ground				Time Effects		Remarks
		2-D Plane Strain	2-D Axisymmetric	3-D	External Loading	Excavation Unloading	Isotropic	Nonisotropic	Variation w/ Depth	Elastic	Yielding	Delayed Installation	Elastic	Inelastic	Dilatant	Discontinuous	"Bracketing" Cases	Analytic Formulation	
GEOSYS	1973	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	Computer Program
Allgood & Katona	1975	X			X			X	X	X	X		X	X	X	X			Culvert Analysis
Baudendistel	1973	X			?		X	X		X		X		X	?				Design Charts
Daemen & Fairhurst	1972		X		X		X							X	X				Brittle Rock
Descoeudres	1974			X	X		X	X					X	X	?				In French
Ghaboussi & Ranken	1974	X				X		X	X	X		X	X	X	X			X	
Goodman	1966	X				X		X					X			X			Nonhomogeneous
Goodman et. al.	1968	X														X			
Goodman & Dubois	1972	X														X			Development of
Goodman et. al.	1973	X														X			Joint Finite Element
Heuze & Goodman	1973	X														X			
Hocking	1976		X		X		X						X						Boundary Integral
Hoyaux & Ladanyi	1969	X			X			X	X					X	?				Brittle Rock
Korbin & Brekke	1975	X			X		X							X	X		X		
Krizek et. al.	1976	X			X			X	?		X			X	?				Culvert Analysis
Kulhawy	1974/5	X				X	X	X	X				X			X			4 Papers
Langhagen	1977	X			X			X					X	X		X			
Peck et. al.	1972	X				X		X		X			X						Shallow Tunnels
Ranken & Ghaboussi	1975		X			X	X			X		X	X	X	X				Advancing Tunnels
Ranken & Ghaboussi	1976	X			-	X		X	X	X		X	X	X	X				Twin Tunnels
Reyes/Reyes&Deere	1966	X				X		X						X	X				

REFERENCES

Abraham, K.H., Barth, St., Brautigam, F., Hereth, A., Müller, L., Pahl, A., Rescher, O.J. (1974), "Vergleich von Statik, Spannungsoptik und Messungen beim Bau der Kaverne Waldeck II." Rock Mechanics, Supplementum 3, pp. 143-166.

Abraham, K.H. and Pahl, A. (1974), "Planung und Berechnung grosser Felsbauten unter Berücksichtigung felsmechnischer Kontrollmöglichkeiten," (in German), 3rd International Conference on Rock Mechanics, Denver.

Abraham, K.H. and Pahl, A. (1976), "Bauwerksbeobachtung der grossen Untertageräume des Pumpspeicherwerkes Waldeck II" (in German), Bautechnik, Vol. 53, No. 5, pp. 145-155.

Agbabian Associates (1973), "Analytic Modeling of Rock-Structure Interaction," prepared for Advanced Research Projects Agency, U.S. Bureau of Mines, NTIS AD-761648.

Allgood, J.R. and Katona, M.G. (1975), "Lateral and Concomitant Responses of Culverts," Proceedings Seminar on Lateral Soil Pressures Generated by Pipes, Piles, Tunnels, Caissons, Dayton Section, ASCE, February.

Atkinson, J.H. and Potts, D.H. (1977), "Subsidence Above Shallow Tunnels in Soft Ground," JGED, ASCE, Vol. 103, No. GT4, pp. 307-325.

Atrott, G. (1972), "The Application of the NATM to the Construction of the Underground Railway, Frankfurt Main" (Translated from German by Meynadier), Baumaschine and Bautechnik, February, pp. 65-71.

Attewell, P.B. and Farmer, I.W. (1974), "Ground Deformations Resulting from Shield Tunneling in London Clay," Canadian Geotechnical Journal, Vol. 11, No. 3, August, pp. 380-395.

Baecher, G.B. (1972), "Site Exploration, A Probabilistic Approach," Ph. D. Thesis, Dept. of Civil Engineering, MIT.

Barton, N., Lien, R. and Lunde, J. (1974), "Engineering Classification of Rock Masses for the Design of Tunnel Support," Rock Mechanics, No. 6, pp. 189-236.

Bartlett, J.V., Biggart, A.R., Triggs, R.L. (1973) "The Bentonite Tunneling Machine," Proceedings Institution of Civil Engineers, Vol. 54, pp. 605-624.

Bathe, K.-J. (1976a), "ADINA - A Finite Element Program for Automatic Dynamic Incremental Nonlinear Analysis," Report 82448-1, Acoustics and Vibration Laboratory, Mechanical Engineering Department, MIT, May.

Burns, J.Q. and Richard, R.M., "Attenuation of Stresses for Buried Cylinders," Proceedings, Symposium on Soil Structure Interaction, Tucson, 1964, pp. 378-392.

Butler, R.A. and Hampton, D. (1975), "Subsidence Over Soft Ground Tunnel," JGED, ASCE, Vol. 101, No. GT1, pp. 35-49.

Caron, C. (1967), "Applications et Essais dans le Domaine de l'Electro-Osmose des Terrains Sableux et Argileux," (in French), presented at a conference of the Swiss Society of Soil Mechanics, Zurich, 20 October, 4 pp.

Casagrande, L. (1952) "Electro-osmotic Stabilization of Soils," Harvard Soil Mechanics Series No. 38, 1952.

Chambosse, G., "Messungen und Setzungsurachen beim Tunnelvortrieb im Frankfurter Ton" (in German), Mitteilungen der Versuchsanstalt für Bodenmechanik und Grundbau, TH Darmstadt, No. 10, 103 pp.

Chelapati, C.V. (1964), "Arching in Soil Due to Deflection of a Rigid Horizontal Strip," Conference on Soil-Structure Interaction, Tucson, 1964.

Clough, R.W. (1976), "European Stabilization Practice Using Chemical Systems in Urban Tunneling" Proceedings 3rd RETC, AIME, New York, Chapter 43, pp. 809-831.

Clough, G.W. and Davidson, R.W. (1977), "Effects of Construction on Geotechnical Performance," Stanford University, Dept. of Civil Engineering, Report No. CE-214, January.

Clough, G.W. and Denby, G.M. (1977), "Stabilizing Berm Design for Temporary Walls in Clay," ASCE, Journal Geotechnical Engineering Division, Vol. 103, No. GT2, pp. 75-90.

Cording E. J., Deere, D.U. (1972), "Rock Tunnel Supports and Field Measurements," Proc. 1st NARETC, Chicago, pp. 601-622.

Cording et al. (1975), "Methods for Geotechnical Observations and Instrumentation in Tunneling," NSF Grant GI-33644X.

Cording, E.J., Hansmire, W.H., MacPherson, H.H., Lenzini, P.A. and Vonderohe, A.P. (1976), "Displacements Around Tunnels in Soil," University of Illinois, August, DOT-TST-76T-22.

Daemen, J.J.K. and Fairhurst, C. (1972), "Rock Failure and Tunnel Support Loading," Proceedings, International Symposium on Underground Openings," Lucerne, pp. 356-369.

Daemen, J.J.K. and Fairhurst, C. (1973), "Tunnels and Shafts in Rock: Part 2: Ground Support Interaction: Fundamentals and Design Implications," Contract No. DACW 45-72C-0018, MRD - U.S. Army Corps of Engineers.

Deere, D.U., Peck, R.B., Monsees, J.B. and Schmidt, B. (1969), "Design of Tunnel Liners and Support Systems," Report to OHSGT-DOT, PB-183799.

Golder Associates and McLaren (1976), "Tunneling Technology", published by Ontario Ministry of Transportation and Communication, Toronto, Ontario.

Golser, J. (1973), "Praktische Beispiele empirischer Dimensionierung von Tunneln" (in German), Rock Mechanics, Supplementum 2, pp. 225-241.

Golser, J. (1976), Personal Communication, 13 October 1976.

Goldberg, D.T., Jaworski, W.E. and Gordon, M.D. (1976), "Lateral Support Systems and Underpinning," Vol. I to III and "Concepts for Improved Lateral Support Systems," for FHWA Off. of R & D, Contract No. DOT-FH-11-8499.

Goodman, R.E. (1966), "On the Distribution of Stresses Around Circular Tunnels in Non-Homogeneous Rocks", Proceedings First Congress of the International Society of Rock Mechanics, Lisbon, Vol. 2, pp. 249-255.

Goodman, R.E. and Dubois, J. (1972), "Duplication of Dilatancy in Analysis of Jointed Rocks," Journal of the Soil Mechanics and Foundation Engineering Division, ASCE, Vol. 98, No. SM4, April 1972, pp. 399-422.

Goodman, R.E., Taylor, R.L. and Brekke, T.L. (1968), "A Model for the Mechanics of Jointed Rock," Journal Soil Mechanics and Foundation Engineering Division, ASCE, Vol. 94, No. SM3, pp. 637-659.

Gould, J.P. (1976), "The Construction Contract: Investigation, Specifications and Monitoring," Boston Society of Civil Engineers - Lecture Series on Lateral Earth Pressure, Fall 1976, Boston.

Green, A.E. and Taylor, G.I. (1945), "Stress Analysis in Aeolotropic Plates III," Proceedings, Royal Society of London, Series A, pp. 181-195.

Gysi, H.J., Linder, A. and Leoni, R. (1976), "Prestressed Diaphragm Walls," (in German), Proc. 6th European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Vienna, Vol. 1.1, Theme I/2-7, pp. 141-148.

Gysi, H.J., Linder, A. and Leoni, R. (1977), "Behavior of a Prestressed Diaphragm Wall," Preprint of Paper of Proceedings of the 9th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Tokyo, 8 pp.

Hackl, E. (1973), Discussion (in German), 20th Geomechanik Kolloquium, Rock Mechanics Supplementum 2, pp. 376-381, Springer, Wien.

Hackl, E. (1974), "Erfahrungen aus dem Vortrieb des Tauerntunnels" (in German), Rock Mechanics, Vol. 6, No. 2, pp. 81-90.

Hackl, E. and Müller, G. (1974), "Geomechanische Messungen - Kontrolle und Mittel der empirischwissenschaftlichen Bemessung von Tunnelbauten" (in German), Interfels Messtechnik Information, Bentheim, Germany.

Hansmire, W.H. and Cording, E.J. (1972), "Performance of a Soft Ground Tunnel on the Washington, D.C. Metro," Proceedings, First Rapid Excavation Tunneling Conference, Chicago, Vol. 1, pp. 371-389.

Jacob, E.J. (1976), "Urban Tunneling Technology--European Experiences," Proceedings 3rd RETC, AIME, New York, 1976, pp. 794-808.

Jaeger, J.C. and Cook, N.G.W. (1969), "Fundamentals of Rock Mechanics," Methuen and Co., London.

Jagsch, D., Müller, L., Hereth, A. (1974), "Bericht über die Messungen und Messergebnisse beim Bau der Stadtbahn Bochum, Baulos A2," (in German), Interfels Messtechnik Information, Bentheim, Germany.

Jamois, R. (1974), "Programme de Construction de l'Autoroute A8," (in French), Les Prócedes Modernes de Construction des Tunnels, 16-17 October, NICE, Edition Sépaly, Décines, pp. 60-63.

Jaworski, W.E. (1973), "An Evaluation of the Performance of a Braced Excavation," Ph.D. Thesis, Massachusetts Institute of Technology.

John, M. (1976), "Geotechnical Measurements in the Arlberg-Tunnel and their Consequences on Construction," (in German), Rock Mechanics, Supplementum No. 5, Springer, New York, pp. 157-177.

Johnson, E.G. (1976), "The Sixty State Street Building, A Case Study," BSCE Lecture Series on Lateral Earth Pressure, Fall 1976, BSCE, Boston,

Judtmann, . (1976), "Ausschreibungsunterlagen und Anwendung" (in German), Fachtagung NATM by Meynadier AG Zurich, 19 March 1976.

Karlsrud, K. (1976), Personal Communication.

Kastner, H. (1962), "Statik des Tunnel-und Stollenbaus" (in German), Springer-Verlag.

Köhler, H. (1973), "Pumpspeicherwerk Waldeck II - Maschinen-Kaverne und Triebwasserleitung," (in German), Seperate Print from Porr - Nachrichten, No. 55.

Korbin, G. and Brekke, T. (1975), "A Model Study of Spiling Reinforcement in Underground Openings," Technical Report MRD 2-75, Missouri River Division, U.S. Army Corps of Engineers, 258 pp.

Krimmer, H. (1976), "Erfahrungen bei der Weiterentwicklung der Spritzbetonbauweise im Frankfurter U-Bahnbau" (in German), ROCK MECHANICS, Supplementum 5, pp. 209-222.

Kulhawy, F.H. (1975), "Stresses and Displacements around Openings in Homogeneous Rock," pp. 43-57; "Stresses and Displacements around Openings in Rock Containing an Elastic Discontinuity," pp. 59-72; "Stresses and Displacements around Openings in Rock Containing an Inelastic Discontinuity," pp. 73-78, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, Vol. 12, No. 1.

Lombardi, G. (1974), "Tunnel Support", Advances in Rock Mechanics, Proceedings 3rd Congress International Society for Rock Mechanics, Denver, Vol. 1, Part B.

Louis, C. (1974), "Reconnaissance des Massifs Rocheux par Sondages et Classification Géotechnique des Roches, Annales I.T.B.T.P., No. 319, Juillet-Août, pp. 97-122.

Louis, C. (1974), "Technology and Utilization of Shotcrete," prepared discussion during Tunnel Conference, Journées d'Études de Nice, pp. 121-124, Ed. Sepaly, Decines, France.

Maillant, M. (1974), "Realisation de l'Autoroute A8 dans le Département des Alpes-Maritimes," (in French), Les Prócedes Modernes de Construction de Tunnels, 16-18 Octobre, NICE, Editions Sépaly, Décines, p. 59.

Mayreder, . (1975), "The Arlberg-Highway-Tunnel, Section West" (in German), Seperate Print from Mayreder-Zeitschrift (1975, No. 11) and (1976, No. 6), 19 pp.

Mayrhauser, W. (1976), "Anpassung an besondere Gebirgsverhältnisse" (in German), Fachtagung Meynadier AG, Zurich, 19 March 1976.

McCutcheon (1949), "The Behavior of Rock and Rock Masses in Relation to Military Geology," Quarterly, Colorado School of Mines.

Mindlin, R.D. (1940), "Stress Distribution Around a Tunnel," Transactions ASCE, Vol. 105, pp. 117-153.

Mindlin, R.D. (1948), "Stress Distribution Around a Hole Near the Edge of a Plate in Tension," Proceedings of the Society for Experimental Stress Analysis.

Moavenzadeh, F. et al., (1974), "Tunnel Cost Model," Reports No. 1-7, MIT, Dept. of Civil Engineering,

Müller, G. (1973), "Geomechanische Messungen der Interfels in den Tunneln der Tauernautobahn" (in German), Interfels Messtechnik Information, Bentheim, Germany.

Müller, L., Spaun, G. and Hereth, A. (1976), "Möglichkeiten und Grenzen von Kostensenkungen im Tunnelbau" (in German), Proceedings 2. Nationale Tagung über Felsmechanik, Deutsche Gesellschaft für Erd - und Grundbau, 1.-2. April 1976, Aachen, Germany.

Müller, L. (1976), Personal Communication, draft of textbook on Rock Construction (in German).

Müller, L., Sauer, C., and Chambosse, G. (1977), "Berechnungen, Modellversuche und in-situ Messungen bei einem bergmännischen Vortrieb in tonigem Untergrund, Bauingenieur Vol. 52, No. 1, pp. 1-8.

Müller, L. (1977), "The Use of Deformation Measurements in Dimensioning the Lining of Subway Tunnels," Preprint International Symposium on Field Measurements in Rock Mechanics, ETH, Zurich, April 4-6, 21 pp.

Peck, R.B. (1969a), "Advantages and Limitations of the Observational Method in Applied Soil Mechanics," 9th Rankine Lecture, Geotechnique, Vol. 19, No. 2, pp. 171-187.

Peck, R.B. (1969b), "Deep Excavations and Tunneling in Soft Ground," Seventh International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Mexico City, State of the Art Volume, pp. 225-290.

Peck, R.B., Hendron, A.J. Jr. and Mohraz B. (1972), "State of the Art of Soft Ground Tunneling," Proceedings, First Rapid Excavation Tunneling Conference, Chicago, AIME, Vol. 1, pp. 259-286.

Peck, R.B. (1976a), Personal Communication.

Peck, R.B. (1976b), "Performance of Lateral Support Systems," BSCE Lecture Series on Lateral Earth Pressure, 25 pp.

Pöchhacker, H. (1974), "Tunneling in Squeezing Rock, Theory and Practice," Separate Print from Porr-Nachrichten No. 57 and No. 59, 28 pp.; english translation in Proceedings of 3rd RETC, Chapter 27, pp. 464-512.

Pöchhacker, H. (1976), "Wirtschaftliche Aspekte des Hohlraumbaues in druckhaftem Gebirge" (in German), Rock Mechanics, Supplementum 5, pp. 101-114.

Poulos, H.G. and Davis, E.H. (1974), "Elastic Solutions for Soil and Rock Mechanics," John Wiley and Sons, New York, 411 pp.

Proctor, R.V. and White, T.L. (1946), "Rock Tunneling with Steel Supports," The Commercial Shearing and Stamping Co., Youngstown, Ohio.

Rabcewicz, L.v. (1957) "Bolting Replaces Conventional Tunnel Support" (in German), Schweizerische Bauzeitung, Vol. 79, No. 9, pp. 123-131.

Rabcewicz, L.v., (1965) "The Stability of Tunnels Under Rock Load", Water Power, Part 1, June 1969, pp. 225-229; Part 2 July 1969, pp. 266-273; Part 3 July 1969, pp. 297-302.

Rabcewicz, L.v. and Sattler, K. (1965), "The New Austrian Tunneling Method" (in German), Der Bauingenieur, Vol. 40, No. 8, pp. 289-301.

Rabcewicz, L. (1970), The Semi-stiff Shell as a Means for the Empirical Scientific Dimensioning of Underground Excavations" Rock Mechanics, Supplementum 1, Springer, Wien and New York, pp. 58-68.

Rabcewicz, L., Golser, T. and Hackl, E., (1972) "Die Bedeutung der Messung im Hohlraumbau" Bauingenieur, Vol. 47, No. 7, pp. 225-234 and No. 8 pp. 278-287.

Rabcewicz, L., (1973) "Die Entwicklung der Messtechnik im Rahmen der Neuen Osterreichischen Tunnelbauweise" (in German) Interfels Messtechnik Information (1973), Bentheim Germany.

Rabcewicz, L., (1973) "Theorie and Praxis bei den Untertagearbeiten Dammbauvorhabens" (in German), Rock Mechanics Supplementum No. 2, 1973, pp. 193-224.

Sauer, G. (1976) "Spannungsumlagerungen und Oberflächensenkung beim Vortrieb von Tunneln mit geringer Überdeckung", (in German) Veröffentlichungen des Institutes für Boden-und Felsmechanik, Universitat Karlsruhe, Heft 67.

Savin, G.N. (1970) "Stress Distribution Around Holes," NASA Technical Translation, NASA TT F-607, November 1970.

Schäfer, U. (1975) "Tieback Wall Below the Watertable as Part of a Building With Permanent Drainage" (in German), Schweizerische Bauzeitung, Vol. 93, No. 7 pp. 69-76.

Seeber, G. (1976) "Zur Tunnelberechnung in druckhaftem Gebirge" (in German) Preprint of a presentation at the 25th geomechanics colloquium 14/15 October 1976, Salzburg.

Seeber G. (1977) , Personal Communication.

Semple, R.M., Hendron A.T., and Mesri, G., (1973) "The Effects of Time-Dependent Properties of Altered Rock on Tunnel Support Requirements", Report No. FRA-ORD - 74-30, Federal Railroad Administration, US. Dept. of Transportation.

Smith, M. (1974), "Test-sections on the British Side of the Channel Tunnel," (in French), Proceedings of the tunneling conference at Nice, France, 16-18 Oct. 1974 AFTES, ed. Sépaly, Décines, France, pp. 148-149.

Sonderegger, A. (1956), "Shotcrete in Tunneling," (in German), Schweizerische Bauzeitung, Vol. 74, No. 14, pp. 210-212.

Springer, D.E., Healy, T., Gnaedinger, J.P. (1977), "Mediation-Arbitration: A New Approach to Conflict Resolution in the Construction Industry," Journal Boston Soc. of Civil Eng., Sec.-ASCE, Vol. 64, No. 2 pp. 99-105.

Steinhauer, E.R. (1976) "Effects of Ground Behavior on Tunnel Supports", unpublished Master of Science Thesis, MIT, May 1976.

Stini T., (1950) "Tunnelbaugeologie" Wien, Springer - Verlag.

Stroh, D. and Chambosse, G. (1973) "Measurements and Causes of Settlements During Tunneling in the Frankfurt Clay. (in German) Strasse, Brücke, Tunnel, 1973, No. 2, pp. 38-42.

Szechy, K., "The Art of Tunneling", Akademiai Kiado, Budapest, 1967.

Terzaghi, K. (1943) "Theoretical Soil Mechanics", John Wiley & Sons, New York.

Terzaghi, K. (1946) "An Introduction to Tunnel Geology" in Rock Tunneling with Steel Supports, by Proctor, R.V. and White, T.L., The Commercial Shearing and Stamping Co., Youngstown, Ohio, USA.

Terzaghi, K. and Richart, F.E. (1952) "Stresses in Rock About Cavities," Geotechnique Vol. 2, No. 1, pp. 57-90.

Timoshenko, S.P. and Goodier, J.N. (1934) "Theory of Elasticity" McGraw-Hill, New York, 567 pp.

TUNELES EN MACIZOS ROCOSOS

"EVALUACION DE LA ESTABILIDAD MEDIANTE EL METODO DEL BLOQUE CRITICO"

POR: DANIEL SALCEDO R. (*)

(*) Profesor de Geotécnia en la U.C.V.

EVALUACION DE LA ESTABILIDAD DE TUNELES EN MACIZOS ROCOSOS MEDIANTE EL METODO DEL BLOQUE CRITICO

RESUMEN

Se presenta en este trabajo una aplicación del nuevo concepto del "Bloque crítico" (Shi y Goodman, 1981) para evaluar la estabilidad de un túnel vial a ejecutarse en un macizo rocoso constituído por cuatro sistemas de discontinuidades.

Se realiza en primer lugar una breve descripción de la metodología, se identifican los posibles bloques que desde el punto de vista cinemático resultan potencialmente inestables y luego se analiza la estabilidad de ellos de acuerdo a la metodología propuesta por Pierre Londe (1.969 y 1.970). Se concluye indicando las ventajas técnico-económicas que representará la aplicación de este novel concepto al diseño y construcción de excavaciones.

INTRODUCCION

El concepto del bloque "clave" o "crítico" (Keyblock) fue introducido por Gen Hua Shi (1978) y luego por Shi y Goodman (1981). El método se fundamenta en el principio que en una masa de roca formada por n discontinuidades y m superficies libres producto de excavaciones, existen teóricamente $2^{(n+m)}$ tipos de bloques de roca, formados por la intersección de dichas discontinuidades.

De los bloques de rocas que pueden existir, solamente un número muy pequeño existen como bloques finitos y un número aún más pequeño, tiene realmente la posibilidad de moverse hacia el espacio libre excavado. Estos últimos se denominan "bloques críticos". Una vez que uno

de estos bloques se mueve, otros pueden quedar libre y convertirse en nuevos bloques críticos.

En la Figura 69 se identifican los bloques críticos con el número 1. Su movimiento y caída permitirá el movimiento hacia la excavación de los bloques identificados con el número 2, permitiendo sucesivamente el desplazamiento progresivo de 3, 4 y 5.

La secuencia de ese proceso explica muchas fallas reportadas en túneles donde se formaron, encima del techo, vacíos hasta de 60 m con deslizamiento de volúmenes de roca hasta de 20.000 m^3. En todos estos casos citados por Shi y Goodman (1981), el movimiento empezó en forma muy pequeña y se fué extendiendo progresivamente.

En base a lo expuesto puede verse que se obtendrá una excavación segura, si se identifican los bloques críticos existentes y se aplican las medidas de soporte necesarias.

Como se explicará mas adelante el método permite además, conocer las discontinuidades que constituyen los bloques críticos por lo que posteriormente pueden ser identificados durante la excavación.

DESCRIPCION DE LA METODOLOGIA

La base teórica del concepto del bloque crítico descansa en dos teoremas deducidos por topología matemática.

Un bloque de roca representa la intersección de N medios espacios determinados por N planos de orientación y posición conocida. Si se elabora un diagrama, trasladando, sin rotación, cada plano hasta que pase por un origen común, el primer teorema de Shi puede enunciarse así:

"Si la intersección de los medios espacios en el diagrama resultante, contiene cualquiera de los puntos que no sea el origen mismo, el bloque se considera infinito en extensión. Asimismo, si la intersección de los medios espacios en el diagrama contiene solamente un punto común que es el origen, el bloque de roca se considera finito".

En las figuras 70 y 71 se presenta una aplicación del teorema a un bloque bidimensional infinito y a otro finito, respectivamente.

El segundo teorema de Shi dice: "Si un bloque de roca es finito por la intersección de superficies no paralelas, sin superficie libre, será restringido cuando se realice el corte. Asimismo si un bloque de roca es infinito por la intersección de superficies no paralelas, sin superficie libre, será no restringido cuando se realice el corte. En la figura 72 se muestra la aplicación de este teorema.

La aplicación del método en tres dimensiones puede realizarse mediante proyecciones estereográficas. La figura 105 muestra una sección vertical a través de una esfera de referencia de radio R. En base a esta figura, conociendo la orientación de un plano con inclinación máxima igual a α, se pueden deducir las siguientes fórmulas:

El polo normal al plano está proyectado en D.

$$OD = R \tan \alpha/2$$

El centro del círculo mayor está definido por el punto C, el cual puede ser ubicado desde el centro de la proyección por:

$$OC = R \tan \alpha$$

El radio (R_1) del círculo mayor correspondiente al plano dado es igual

$$R_1 = R/\cos \alpha$$

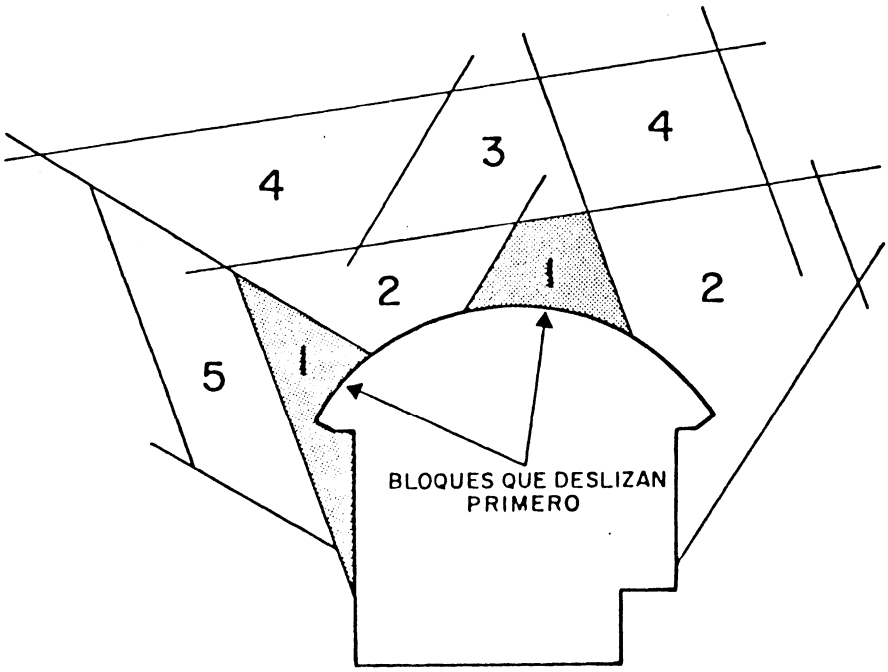


FIGURA 69
SHI (1978)

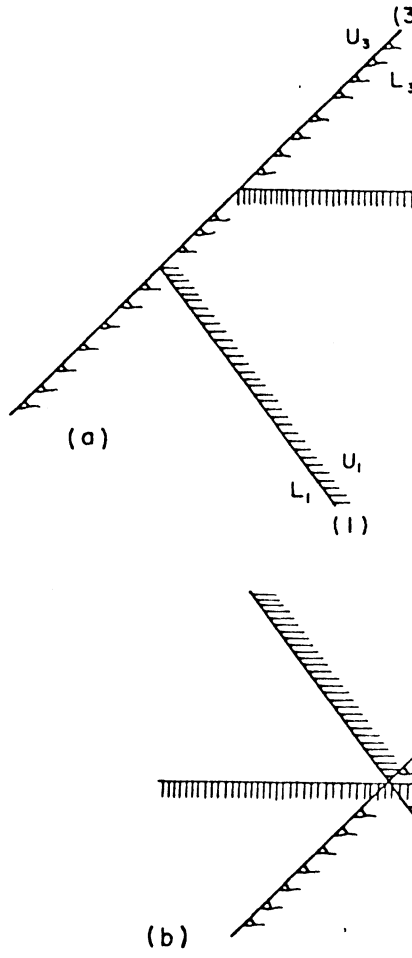


FIGURA 70
APLICACION DEL PRIMER TEOREMA DE
BIDIMENSIONAL (SHI Y GO

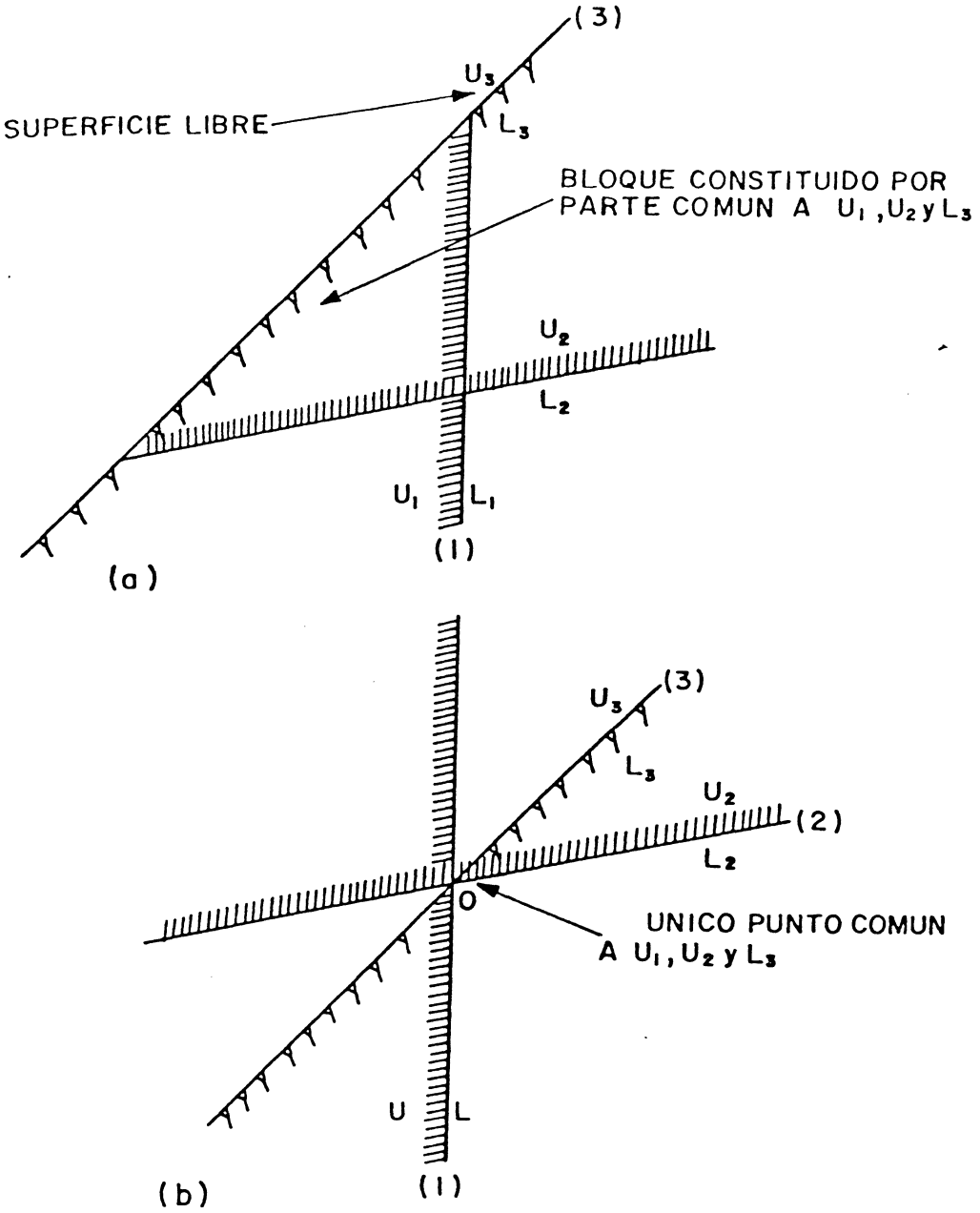
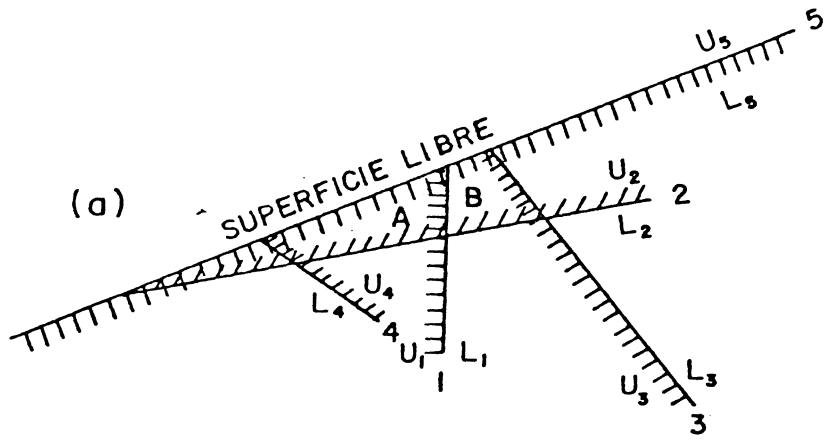
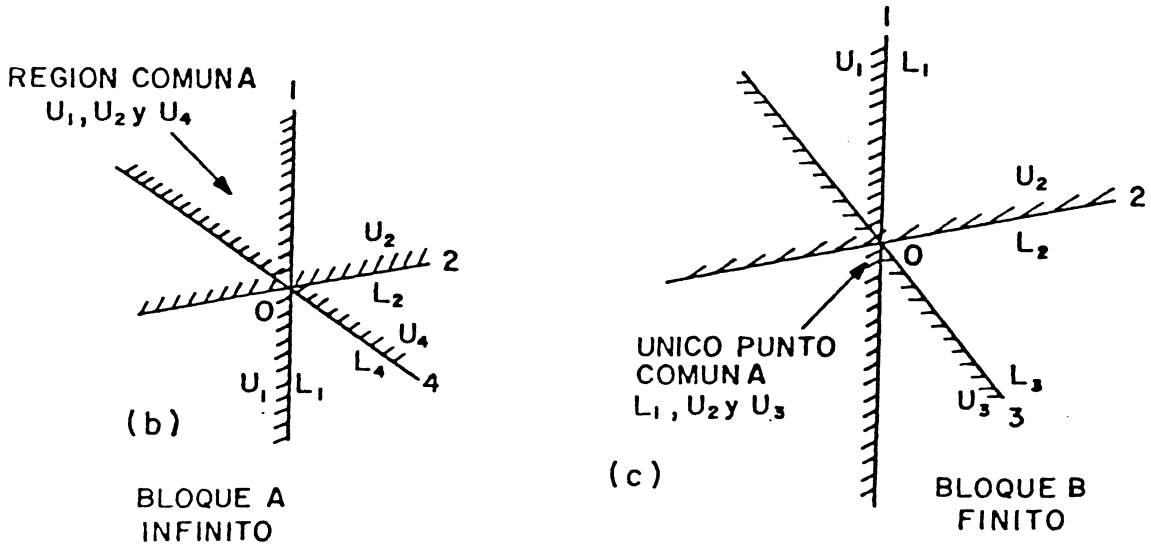


FIGURA 71

APLICACION DEL PRIMER TEOREMA DE SHI A UN BLOQUE FINITO BIDIMENSIONAL (SHI Y GOODMAN 1981)



A(U_1, U_2, U_4) NO RESTRINGIDO (PUEDE MOVERSE HACIA EXCAVACION)
B(L_1, U_2; U_3) RESTRINGIDO (NO PUEDE MOVERSE HACIA EXCAVACION)



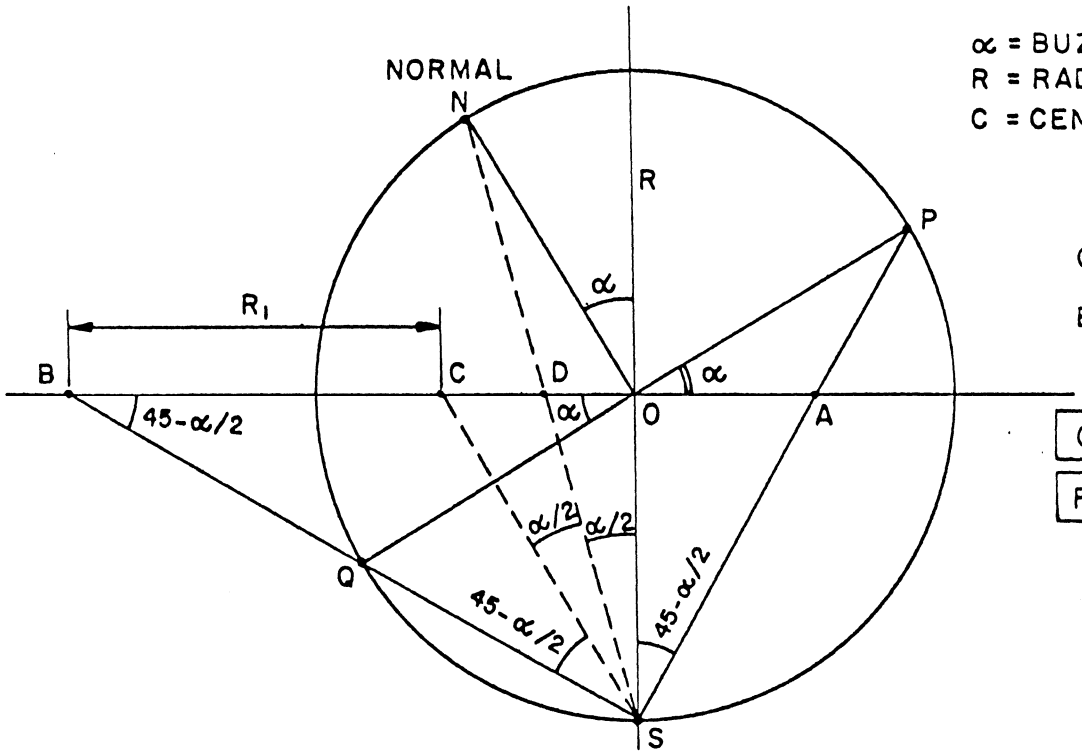
SIN SUPERFICIE LIBRE

FIGURA 72

APLICACION DE SEGUNDO TEOREMA DE SHI (SHI Y GOODMAN 1981)

UN BLOQUE FINITO SIN SUPERFICIE LIBRE ES RESTRINGIDO CUANDO SE REALIZA EL CORTE. EJEMPLO BLOQUE B

EL BLOQUE A ES INFINITO SIN SUPERFICIE LIBRE Y NO RESTRINGIDO CUANDO SE EFECTUA EL CORTE



α = BUZAMIENTO
R = RADIO DEL CIR
C = CENTRO DEL

OD = R tang

BC = CA

OC = R tang

$R_1 = R/\cos \alpha$

FIGURA 73

PROYECCION ESTEREOGRAFICA. HEMISFERIO SUPERIOR
SECCION VERTICAL A TRAVES DE UNA ESFERA
DE REFERENCIA CON RADIO R
(SHI Y GOODMAN 1981)

Con estas expresiones se puede representar un plano cualquiera de rumbo y buzamiento conocidos.

En la figura 74 se muestra un ejemplo de como representar un plano de dirección de buzamiento y buzamiento conocidos, utilizando el hemisferio superior de referencia.

De acuerdo a Shi (1981), el número de combinaciones posibles de N sistemas de discontinuidades es 2^N y un macizo rocoso formado por N discontinuidades no paralelas, formará en la proyección estereográfica un número de regiones (N_R) igual a:

$$N_R = (N)\ (N-1) + 2$$

De estas, el número de regiones (N_H) que pueden estar comprendidas en un hemisferio es:

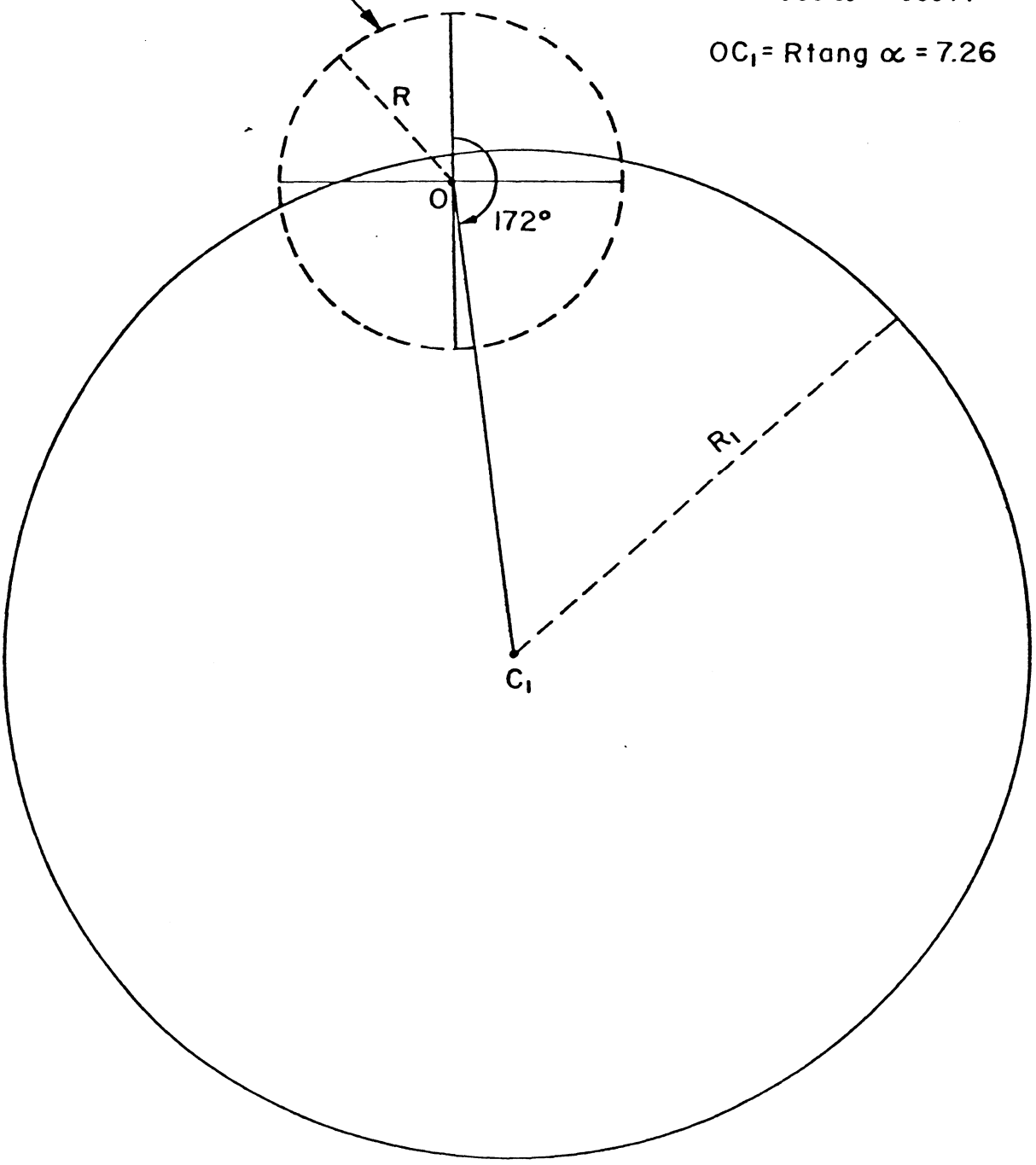
$$N_H = 1/2\ (N^2 - 3N + 2)$$

Para el caso de cuatro discontinuidades, por ejemplo, el número de combinaciones 2^N es igual a 16, $N_R = 14$ y $N_H = 3$. Esto significa que hay dos combinaciones de medios espacios que no tienen intersección con la esfera; estos son obviamente "Bloques finitos". Debido a que estos bloques finitos existen sin superficie libre, serán restringidos cuando sean cortados y por lo tanto no pueden ser bloques críticos.

En la figura 75 se muestran las posibles combinaciones 2^N para el caso de cuatro discontinuidades. La letra "U" significa la parte superior de la discontinuidad y la letra "L" la parte inferior; el subíndice se refiere al número de la discontinuidad.

En la figura 76 se presenta un ejemplo de cuatro discontinuidades proyectadas y la definición de los distintos modos de deslizamiento.

P_1 { β DIRECCION DE BUZAMIENTO 172° } α BUZAMIENTO 71°



$$R_1 = \frac{R}{\cos\alpha} = \frac{2.5}{\cos 71^\circ} = 7.68$$

$$OC_1 = R\,\text{tang}\,\alpha = 7.26$$

FIGURA 74
EJEMPLO DE REPRESENTACION DE UN PLANO. HEMISFERIO SUPERIOR DE REFERENCIA

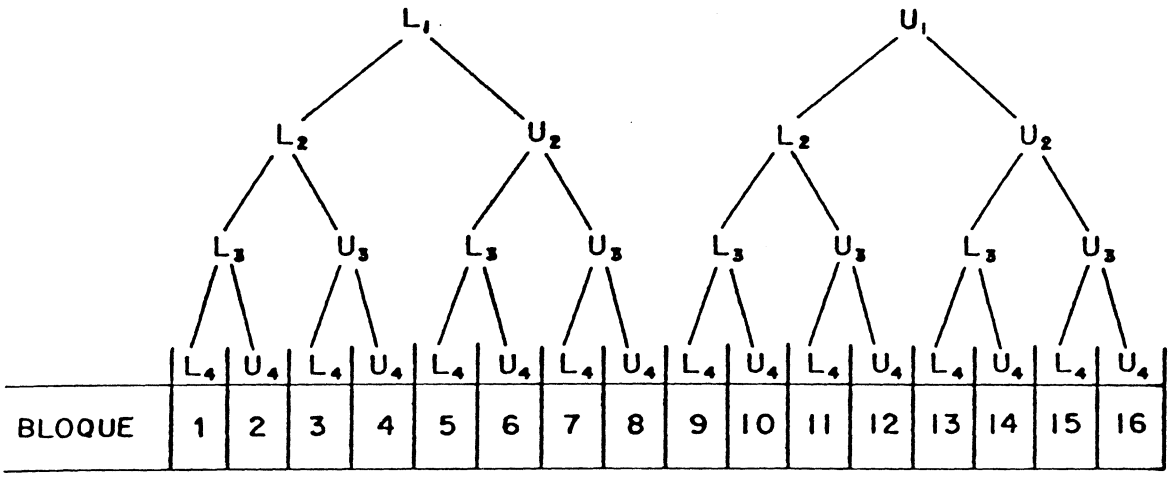


FIGURA 75
COMBINACIONES POSIBLES DE BLOQUES PARA EL CASO
DE CUATRO DISCONTINUIDADES

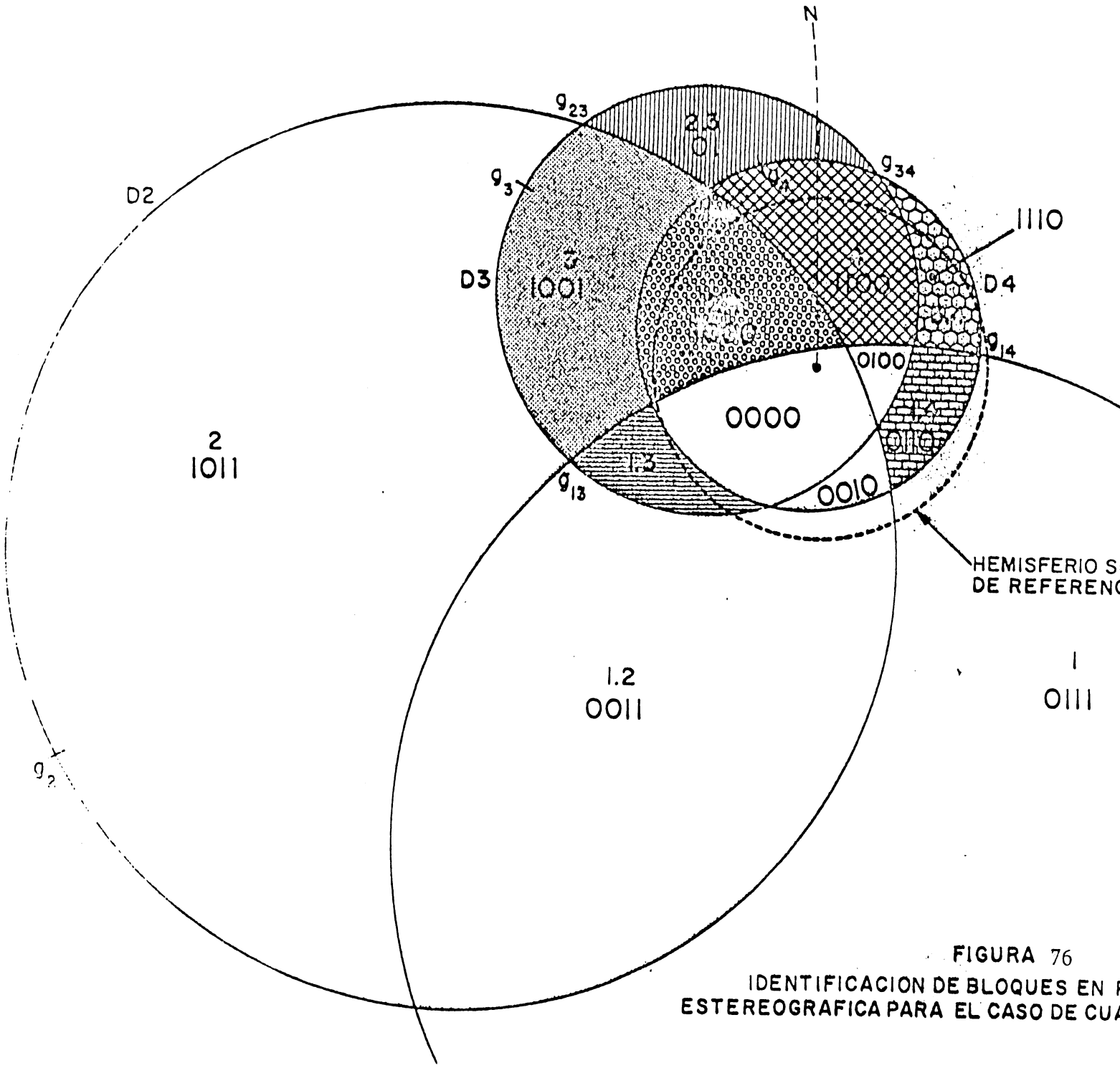


FIGURA 76
IDENTIFICACION DE BLOQUES EN
ESTEREOGRAFICA PARA EL CASO DE CU

Los bloques de rocas en la proyección son representados por polígonos esféricos formados por la intersección de las discontinuidades. Los números dentro de la zona indican el modo de deslizamiento; por ejemplo 13 significa deslizamiento según la recta de intersección de las discontinuidades 1 y 3 (g_{13}); el número 2 significa un modo de deslizamiento planar en la discontinuidad 2 según la dirección g_2. Nótese que en total son 14 zonas, porque dos bloques finitos al llevarlos a un origen común en la proyección estereográfica, representan un sólo punto que es el mismo origen. En la figura 8 pueden también observarse las 3 zonas dentro del hemisferio que fueron denominadas N_H.

La importancia de la figura 76 radica en el hecho que en todo momento se puede identificar por cuales discontinuidades están formados cada uno de los bloques. Por ejemplo el polígono esférico "3" corresponde a un bloque formado por:

- Lado inferior de la discontinuidad 1 (L_1)
- Lado superior de la discontinuidad 2 (U_2)
- Lado superior de la discontinuidad 3 (U_3)
- Lado inferior de la discontinuidad 4 (L_4)

De esta forma si este llega a resultar un bloque crítico cuando se realice la excavación, puede ser identificado fácilmente en el corte ejecutado.

En la figura 76 se identificaron además los bloques con la nomenclatura 0010 ó 1101, por ejemplo. El símbolo 0 significa que corresponde al lado superior (U) de la discontinuidad y el símbolo 1 significa que corresponde al lado inferior (L). El orden de las cifras corresponde al número de la discontinuidad; por ejemplo el bloque identificado como 0101 estará formado por:

0 = Lado superior de discontinuidad Uno (U_1)

1 = Lado inferior de discontinuidad Dos (L_2)

0 = Lado inferior de discontinuidad Tres (U_3)

1 = Lado inferior de discontinuidad Cuatro (L_4)

En la figura 77 se ha incorporado en líneas segmentadas la proyección de un corte o superficie libre de orientación conocida. En esta figura se ha omitido el círculo correspondiente al hemisferio de referencia para facilitar la visualización. Los bloques críticos son aquellos que quedan completamente incluídos dentro del área que corresponde a la superficie libre del corte, en este caso la parte interior del círculo. En este ejemplo los bloques críticos potencialmente inestables resultaron los tres indicados en la figura.

Especial cuidado debe tenerse en la definición de la parte correspondiente la superficie libre (aire) y la parte correspondiente a la roca. Por ejemplo en el caso de evaluar la estabilidad de un techo horizontal de una excavación, el medio espacio que constituye la "roca" estaría dentro del círculo que en este caso coincidiría con el hemisferio de referencia; el medio espacio que corresponde al "aire" sería toda la zona fuera del círculo y es allí donde debe observarse si existen polígonos esféricos completamente incluídos, los cuales representarían bloques críticos potenciales. El caso contrario sería la evaluación de la estabilidad de un piso horizontal de un túnel; nótese por ejemplo en la figura 76 que para el caso del piso existen tres "Bloques" que pueden moverse; estos bloques se denominan "removibles" y solo pueden moverse de su sitio mediante una fuerza contraria a la gravedad.

Vale la pena destacar además, la importancia relativa que tienen los diferentes bloques críticos. Polígonos esféricos con áreas pequeñas

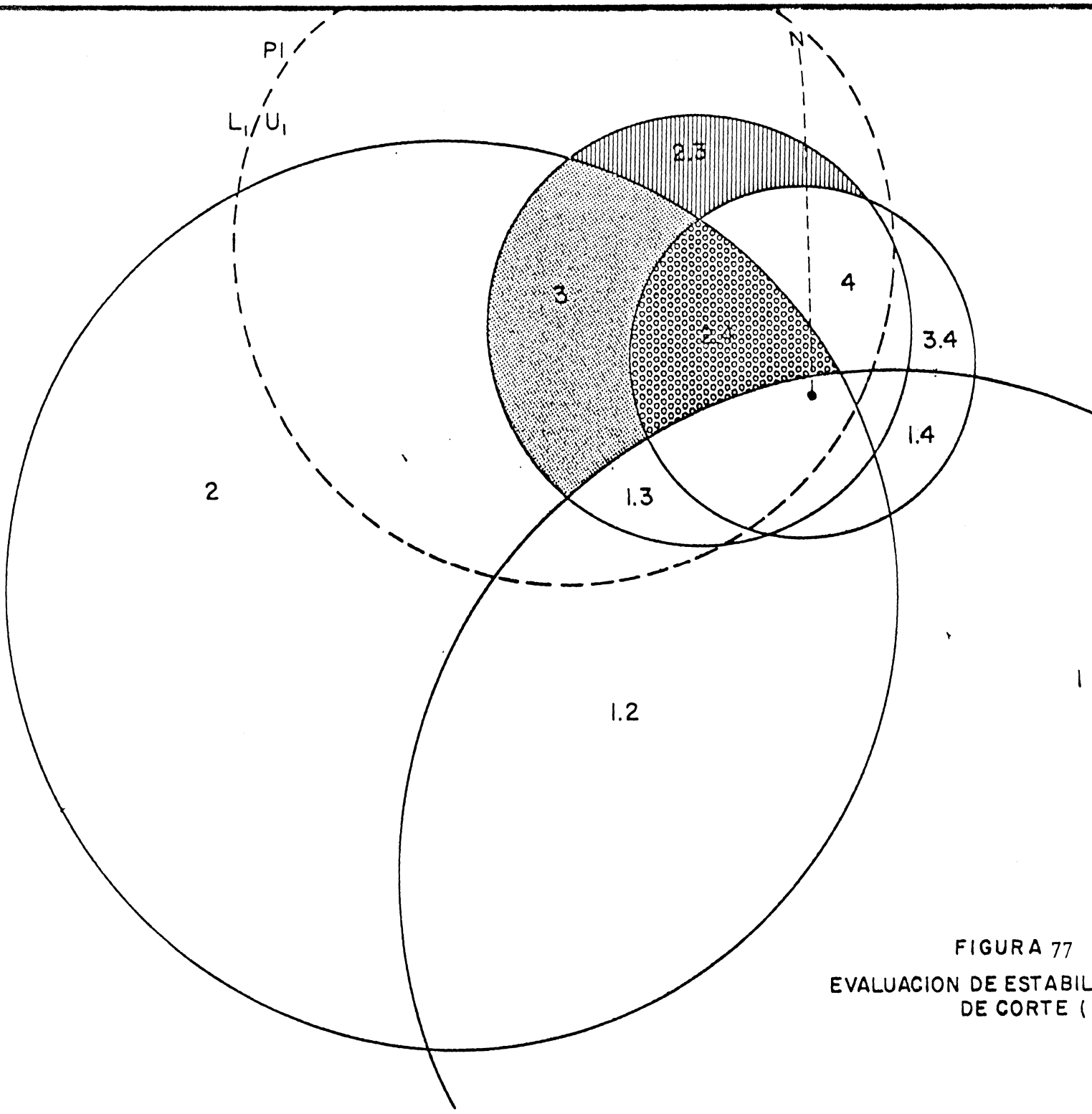


FIGURA 77

EVALUACION DE ESTABIL
DE CORTE (

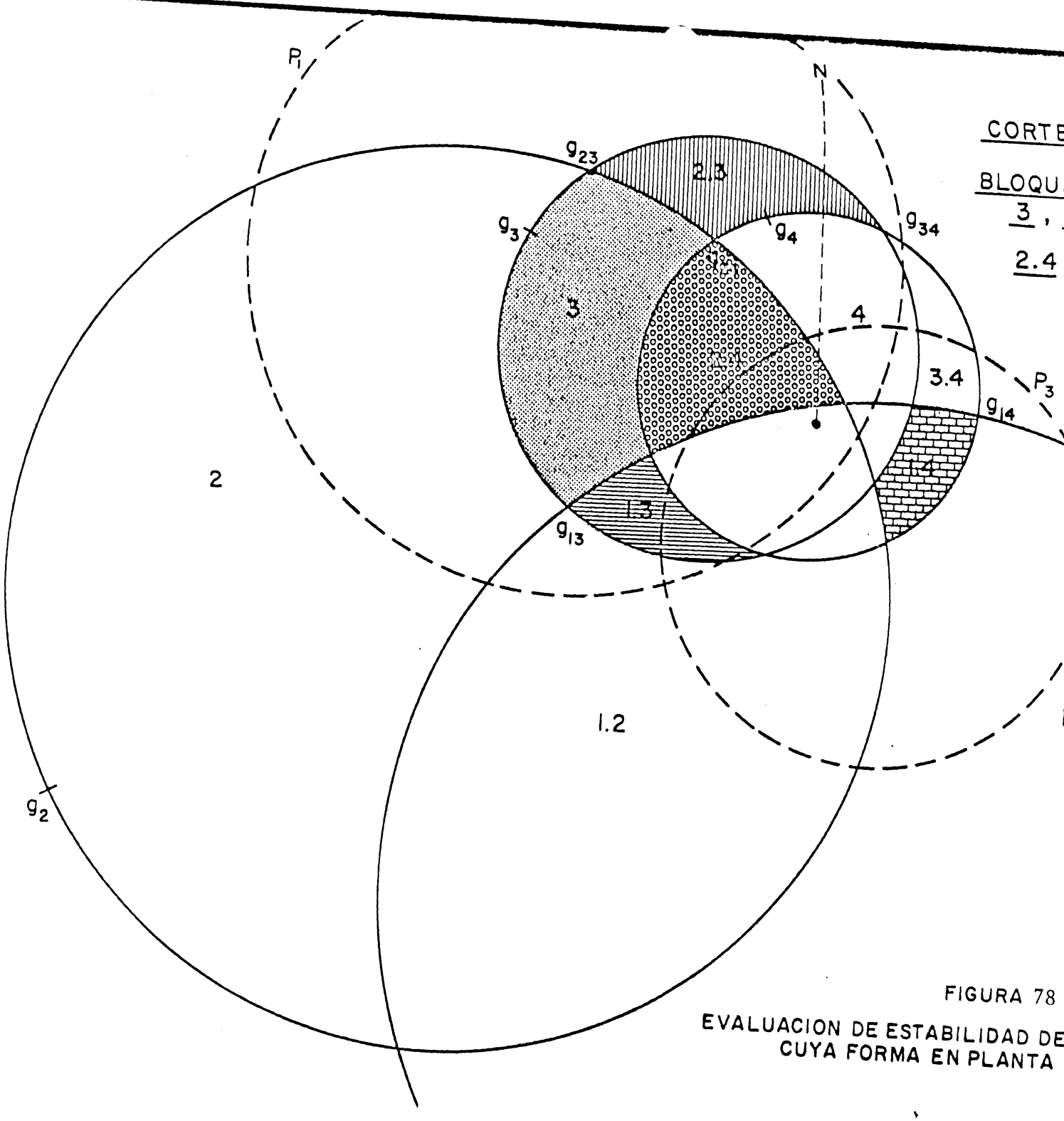
representan bloques alargados en forma de aguja, difíciles de moverse debido a que pueden "colgarse" de cualquier pequeña rugosidad. Asi mismo, bloques con esquinas muy próximas a la superficie libre, significa que la línea de intersección que forma el borde del bloque es casi paralela a la superficie libre y por lo tanto el bloque debe tener una forma aplanada. Este bloque tendría un volúmen pequeño y requeriría de fuerzas de soporte moderadas a bajas. Los bloques críticos que no tengan bordes cerca de la superficie libre evaluada son por lo tanto los de mayor importancia.

Otro aspecto de destacar referente a la extraordinaria importancia del método es la posibilidad de evaluar taludes con diferentes formas. Por ejemplo en las figuras 78 y 79 se evalúa la estabilidad de un talud de corte completo cuya vista en planta tiene forma convexa y forma cóncava, respectivamente. Nótese en la figura 79 que para el caso del corte ejecutado en forma convexa, el medio espacio correspondiente a la superficie libre (aire) es toda la zona interna comprendida en los dos círculos trazados en líneas segmentadas, resultando 5 bloques críticos potenciales.

En la figura 11 puede observarse que para el caso del mismo talud pero cortado en forma cóncava, la parte de "aire" solo está comprendida en la zona de intersección de los dos círculos P_1 y P_3 y no tiene bloques críticos.

La evaluación de los cortes P_1 y P_3 en forma independiente, permite identificar los siguientes bloques críticos:

PLANO	ORIENTACION	BLOQUES CRITICOS
P_1	β = 300° (N30E)	3 2.3 y 2.4
	α = 60° (60N)	
P_3	β = 150° (N60E)	1.4
	α = 40° (40S)	



CORTE

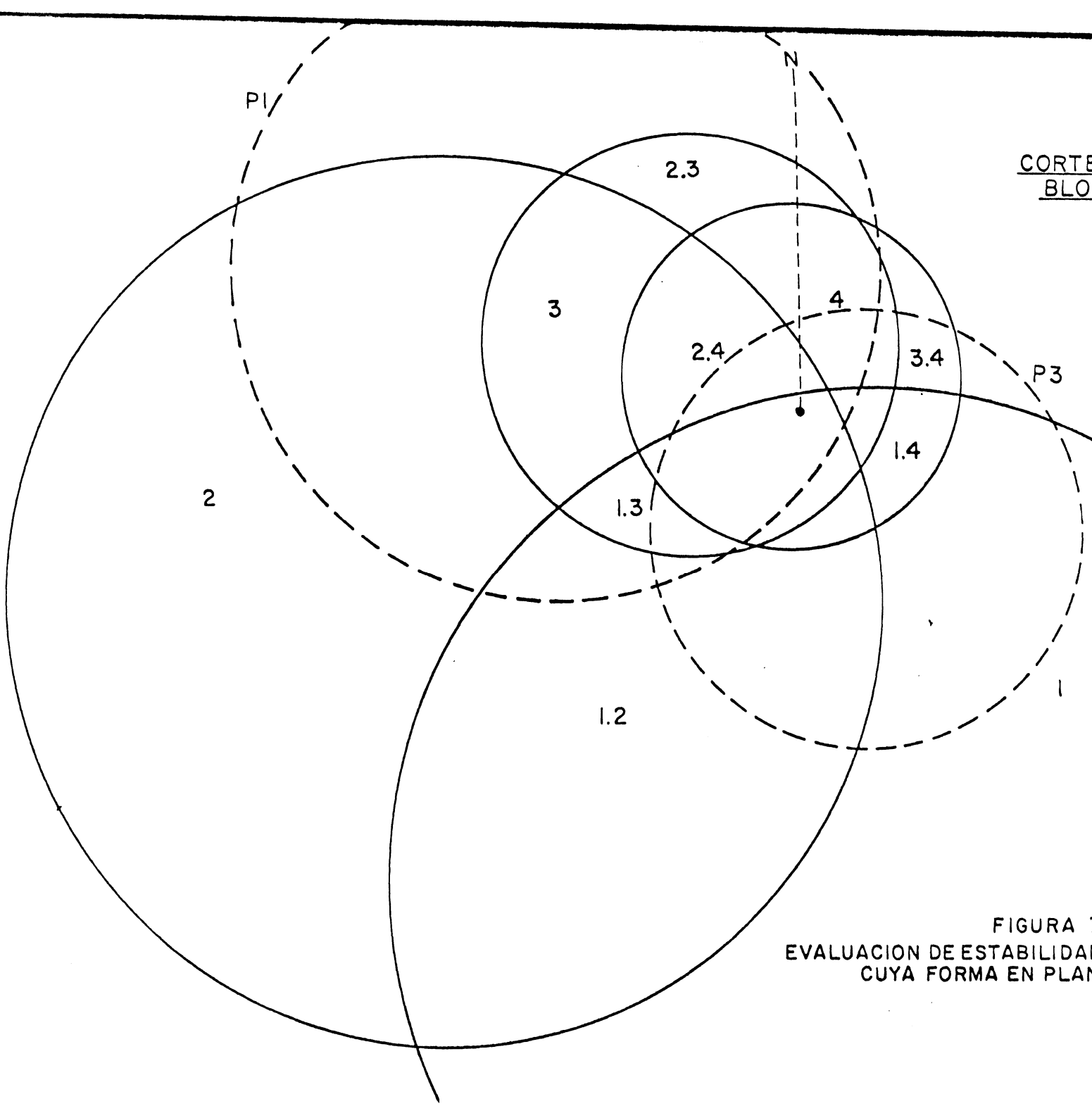
BLOQU

3 ,

2.4

FIGURA 78

EVALUACION DE ESTABILIDAD DE
CUYA FORMA EN PLANTA



CORTE
BLO

FIGURA
EVALUACION DE ESTABILIDA
CUYA FORMA EN PLA

Una vez identificados los bloques críticos, su estabilidad deberá ser luego analizada en base a los parámetros de resistencia al corte en los diferentes planos de discontinuidad y de acuerdo a las condiciones esperadas de presión de poros y/o sismo. Para ello puede utilizarse la metodología propuesta por Pierre Londe (1969 y 1970). El Dr. Gen Hua Shi ha desarrollado programas de computación mediante los cuales se puede, de una manera más rápida, calcular el volumen máximo de cada uno de los bloques críticos y dibujarlos desde cualquier orientación visual. Otros métodos han sido publicados por Goodman (1976), Hoek y Brown (1980), Priest (1980) y Warburton (1981). Conocido el volumen, la forma del bloque y su modo de deslizamiento, se pueden calcular las fuerzas de soporte necesarias, así como la longitud y orientación de anclajes.

APLICACION DEL METODO A UN TUNEL VIAL

Con el fin de introducir una aplicación práctica del concepto del bloque crítico a una obra ingenieril, se realizó la evaluación y análisis de la estabilidad de un túnel vial, de aproximadamente un kilómetro de longitud, proyectado en una zona del Estado Miranda, Venezuela.

Para la aplicación del método se parte de las siguientes premisas:

a. La resistencia al corte de la roca intacta es muy alta y desde el punto de vista de estabilidad, los movimientos solo pueden ocurrir por caídas de bloques o deslizamientos de bloques rígidos. El mecanismo de rotura está por lo tanto controlado por la orientación de las discontinuidades, sin deformación o rotura de la roca intacta.

b. La orientación de las discontinuidades se asume constante durante la evaluación y análisis aunque si se desea, existen metodologías que incluyen distribuciones estadísticas para las orientaciones. De todas formas, previo a la selección defini

tiva de las orientaciones de discontinuidades que se incorporarán al análisis, es recomendable la aplicación de métodos estadísticos.

Entre las numerosas referencias que aplican la estadística en este sentido se pueden citar Mahtab et. all (1972), Mc Mahon (1971), Davis (1973) Piteau (1973) y Herget (1978).

Las características geológicas del área de estudio indican la predominancia de esquistos gneisoides en general poco meteorizados, duros, con planos de foliación bien definidos, a veces abiertos, y varios sistemas de diaclasas.

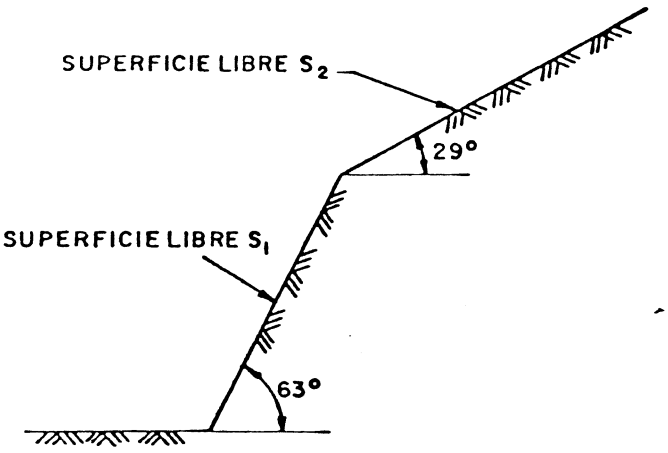
En base a una revisión detallada de las observaciones geológicas y estableciendo la importancia de las discontinuidades en el macizo rocoso en función de su desarrollo, abertura y continuidad, se consideró que para fines prácticos el macizo rocoso está caracterizado por la siguiente orientación de discontinuidades:

N°	Discontinuidad	Dirección de Buzamiento	Buzamiento	Continuidad
1	Foliación	175°	50°	Continua
2	Diaclasa	90°	88°	Continua
3	Diaclasa	340°	40°	Discontinua
4	Diaclasa	20°	40°	Discontinua

Los datos adicionales necesarios para la evaluación de la estabilidad

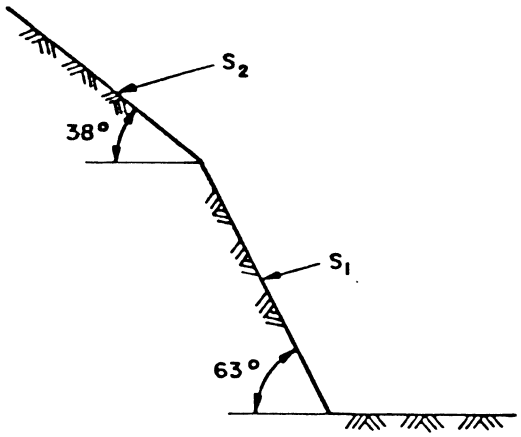
mediante el método del bloque crítico se dan a continuación:

1. PORTAL OESTE



Superficie libre	Dirección de Buzamiento	Buzamiento
S_1	290°	63°
S_2	290°	29°

2. PORTAL ESTE



Superficie libre	Dirección de Buzamiento	Buzamiento
S_1	110°	63°
S_2	110°	38°

3. TECHO, HASTIALES Y FRENTE EXCAVACION DEL TUNEL

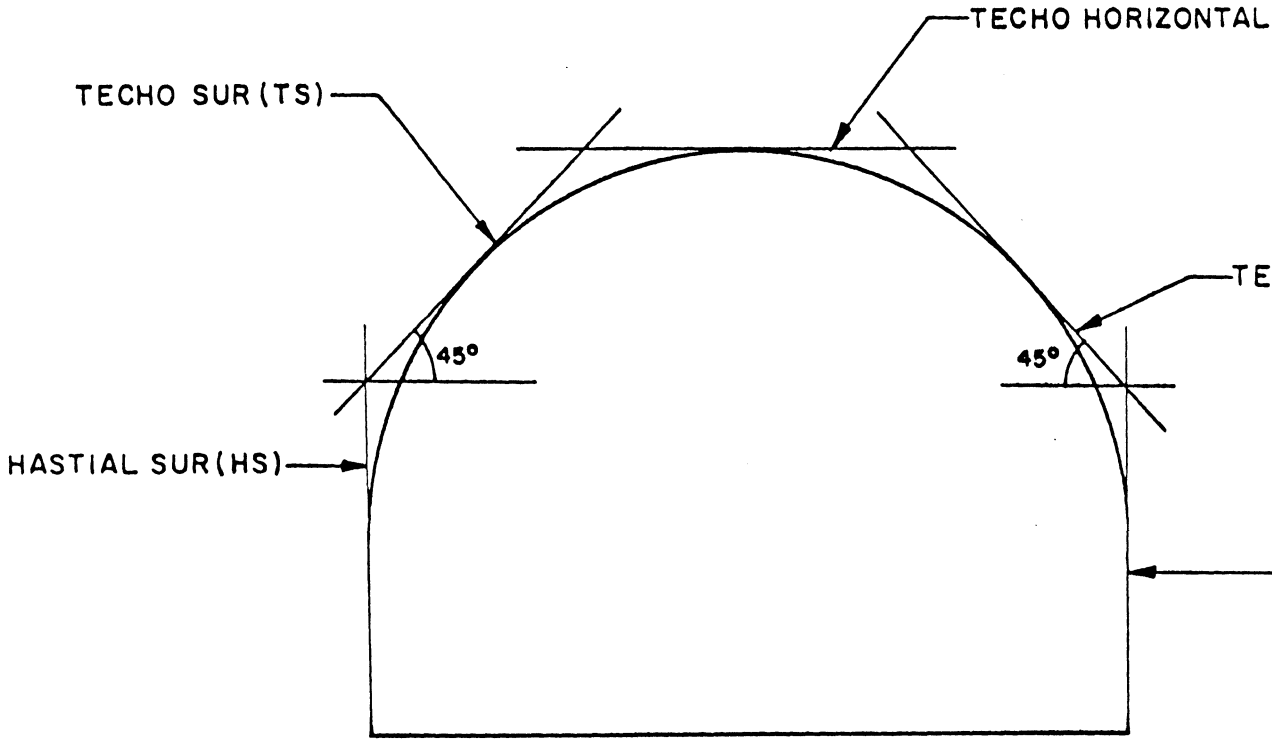
Para fines de evaluación y análisis de estabilidad, la forma del techo fue aproximada a tres tangentes sucesivas, resultando dos superficies laterales que forman 45° con la horizontal y un plano horizontal, como se muestra en la figura 80.

Cada una de las superficies libres fue evaluada separadamente de acuerdo al siguiente esquema:

Superficie libre	Dirección de Buzamiento	Buzamiento
Techo Norte (TN)	20°	45°
Techo Horizontal (TH)	--	--
Techo Sur (TS)	200°	45°
Hastial Norte (HN)	20°	90°
Hastial Sur (HS)	200°	90°
Frente Excavación Este	110°	90°
Frente Excavación Oeste	290°	90°

Asimismo, se evaluó la estabilidad de superficies libres combinadas como se indica a continuación:

- Techo Norte y Horizontal (TN y TH)
- Techo Sur y Horizontal (TS y TH)
- Techo Completo (TN, TS y TH)
- Hastial y Techo Norte (HN y TN)
- Hastial y Techo Sur (HS y TS)



UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA
Facultad de Ingeniería
BIBLIOTECA

FIGURA 80

APROXIMACION DE LA FORMA DE LA SECCION DEL TUNEL PARA EVALUACION Y ANALISIS DE ESTABILIDAD

ESC

La evaluación de la estabilidad se realizó por el método de Shi y Goodman de acuerdo a la orientación de las discontinuidades antes indicadas, incorporando en principio todas ellas y luego descartando la discontinuidad 3 o 4 por ser éstas discontínuas. Para cada una de estas condiciones se definieron los bloques críticos.

En figuras se indican las diferentes proyecciones con la definición de los distintos bloques y su modo de deslizamiento. En la Tabla se resumen los resultados de la evaluación de la estabilidad, indicando los bloques críticos y el modo de deslizamiento.

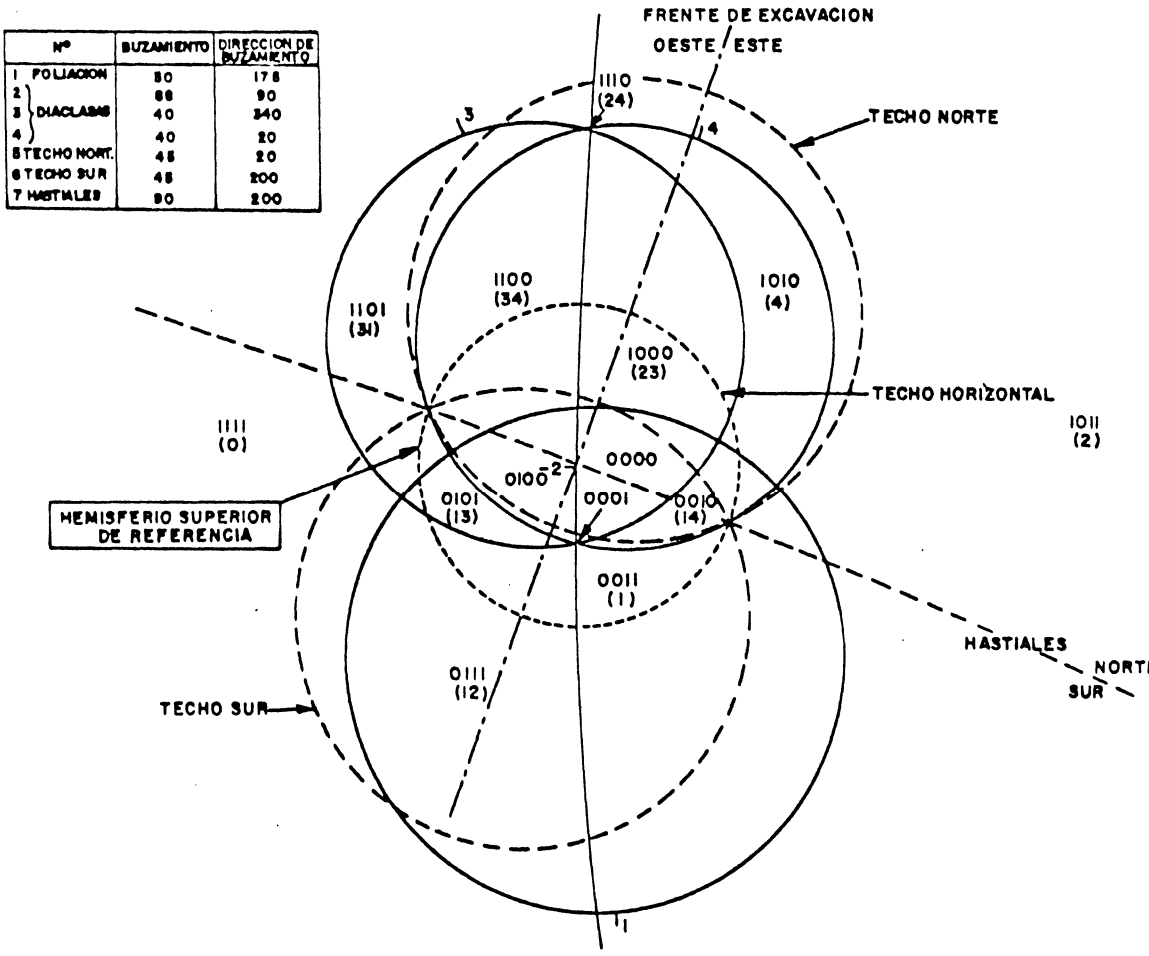


FIGURA 81

EVALUACION DE LA ESTABILIDAD DE TECHO Y HASTIALES CON TODAS LAS DISCONTINUIDADES

Nº		BUZAMIENTO	DIRECCION DE BUZAMIENTO
1	FOLIACION	50	175
2	DIACLASAS	88	90
3	DIACLASAS	40	340
4	DIACLASAS	40	20
5	TECHO NOR	45	20
6	TECHO SUR	45	200
7	HASTIALES	90	200

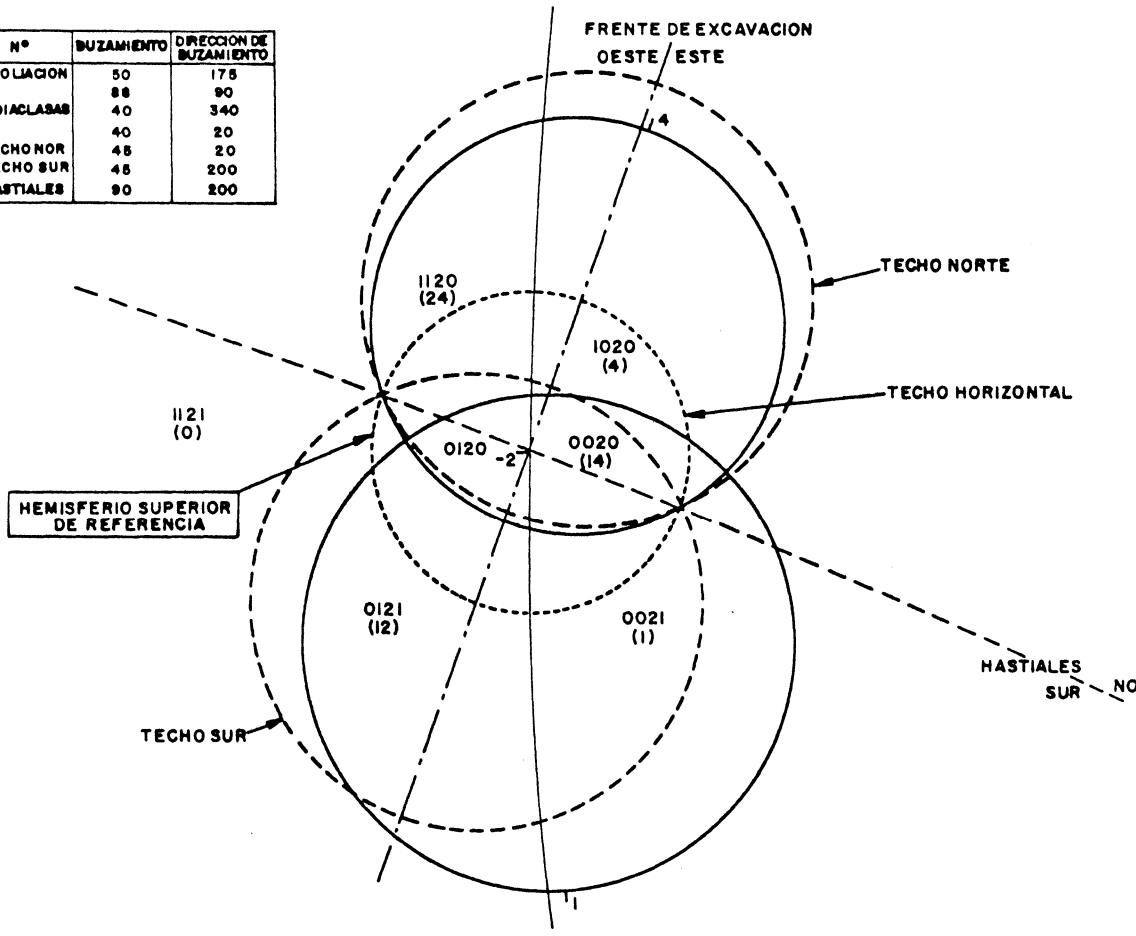


FIGURA 14

EVALUACION DE LA ESTABILIDAD DE TECHO Y HASTIALES SIN LA DISCONTINUIDAD Nº 3

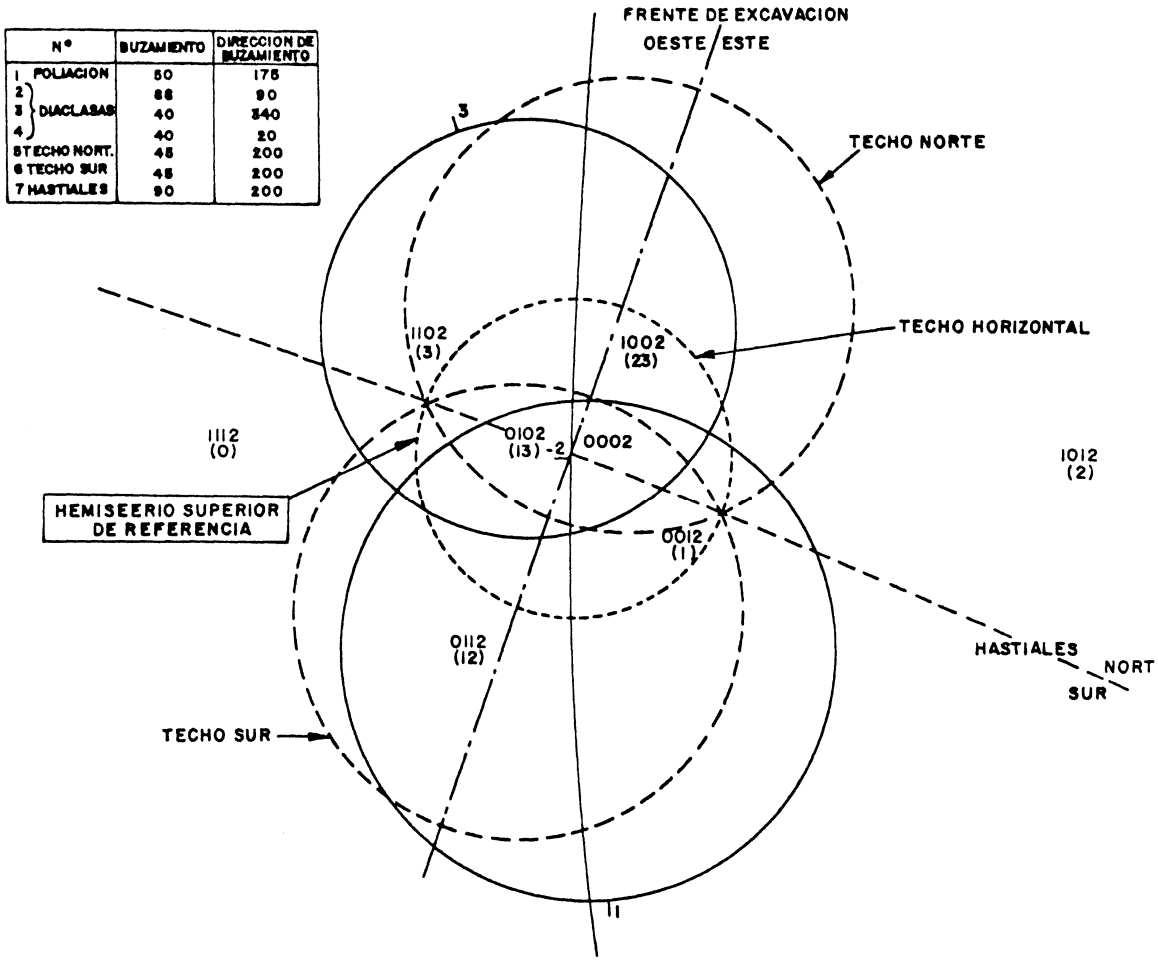


FIGURA 15

EVALUACION DE LA ESTABILIDAD DETECHO Y HASTIALES SIN LA DISCONTINUIDAD N°4

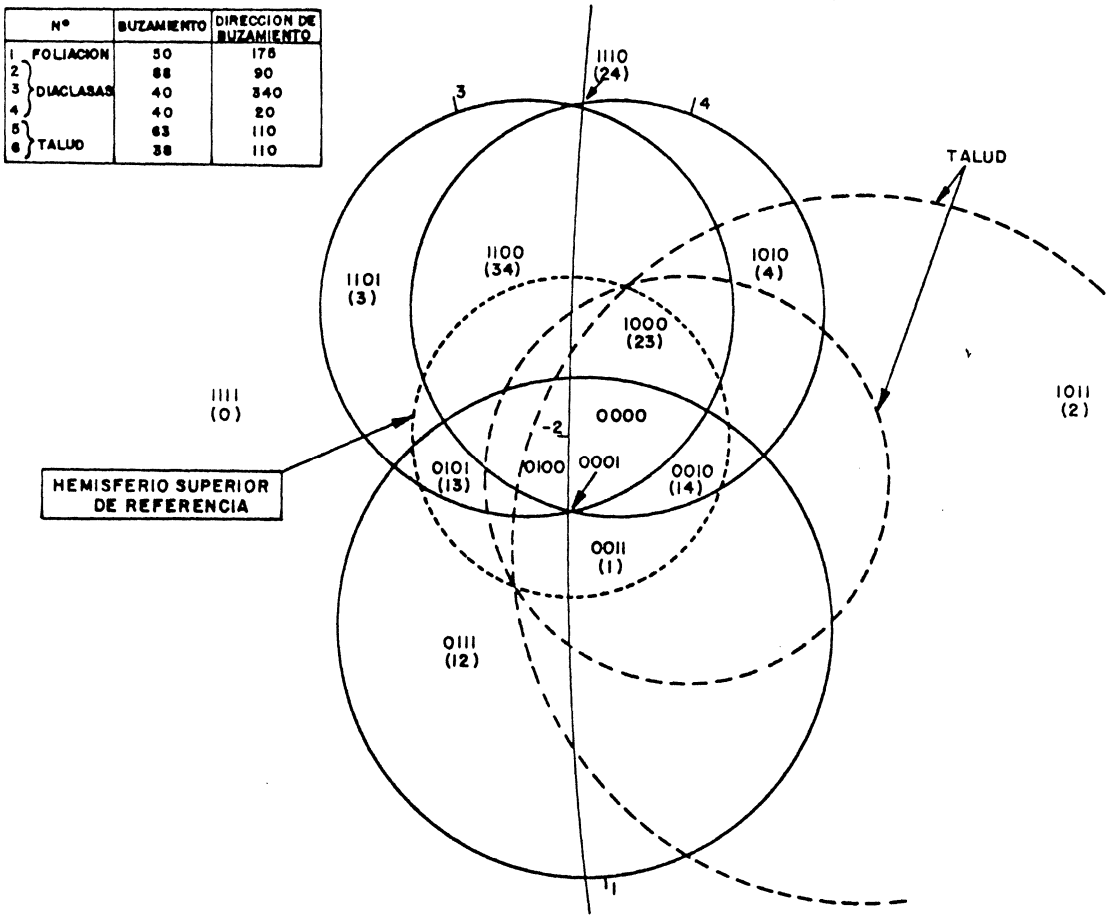


FIGURA 16

EVALUACION DE LA ESTABILIDAD DEL PORTAL ESTE CON TODAS LAS DISCONTINUIDADES

Nº		BUZAMIENTO	DIRECCION DE BUZAMIENTO
1	FOLIACION	50	175
2	DIACLASA	88	90
3	DIACLASA	40	340
4	DIACLASA	40	20
5	TALUD	63	110
6	TALUD	38	110

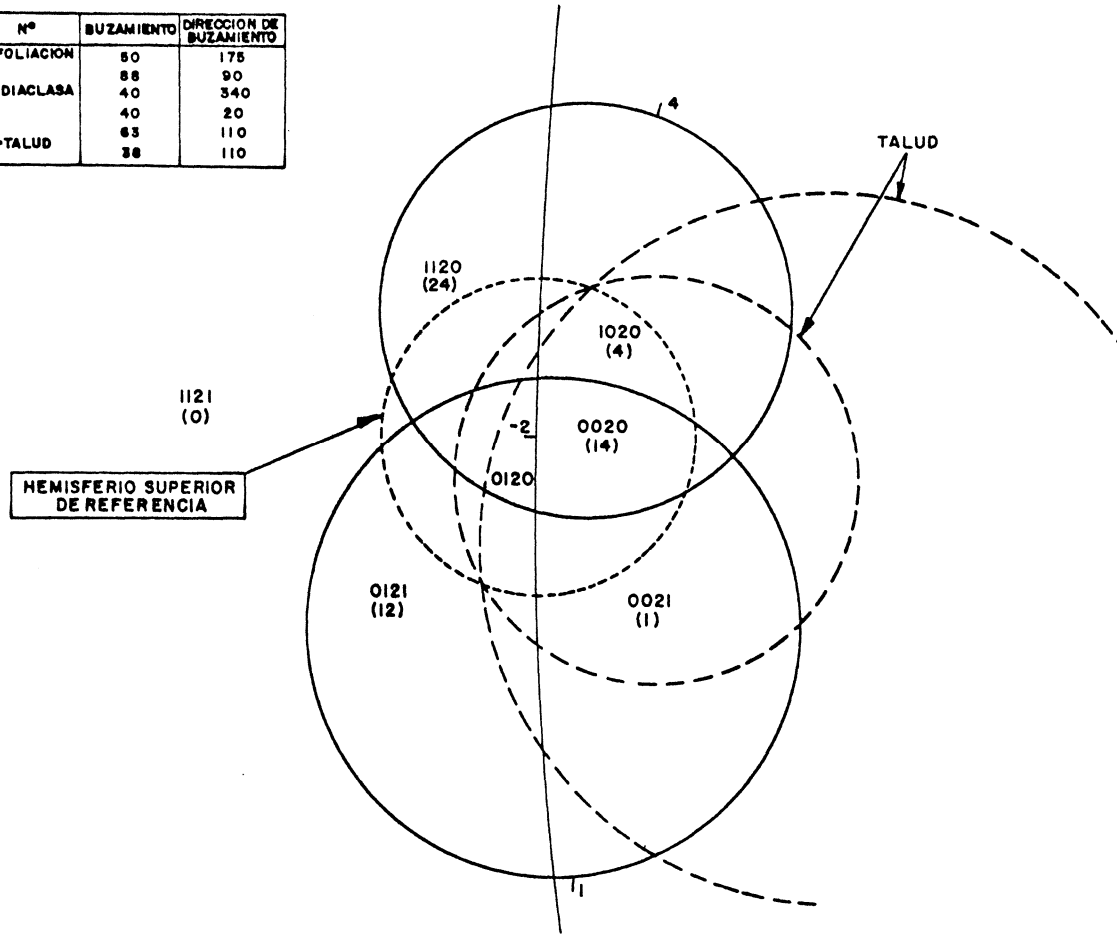


FIGURA 17

EVALUACION DE LA ESTABILIDAD DEL PORTAL ESTE SIN LA DISCONTINUIDAD Nº 3

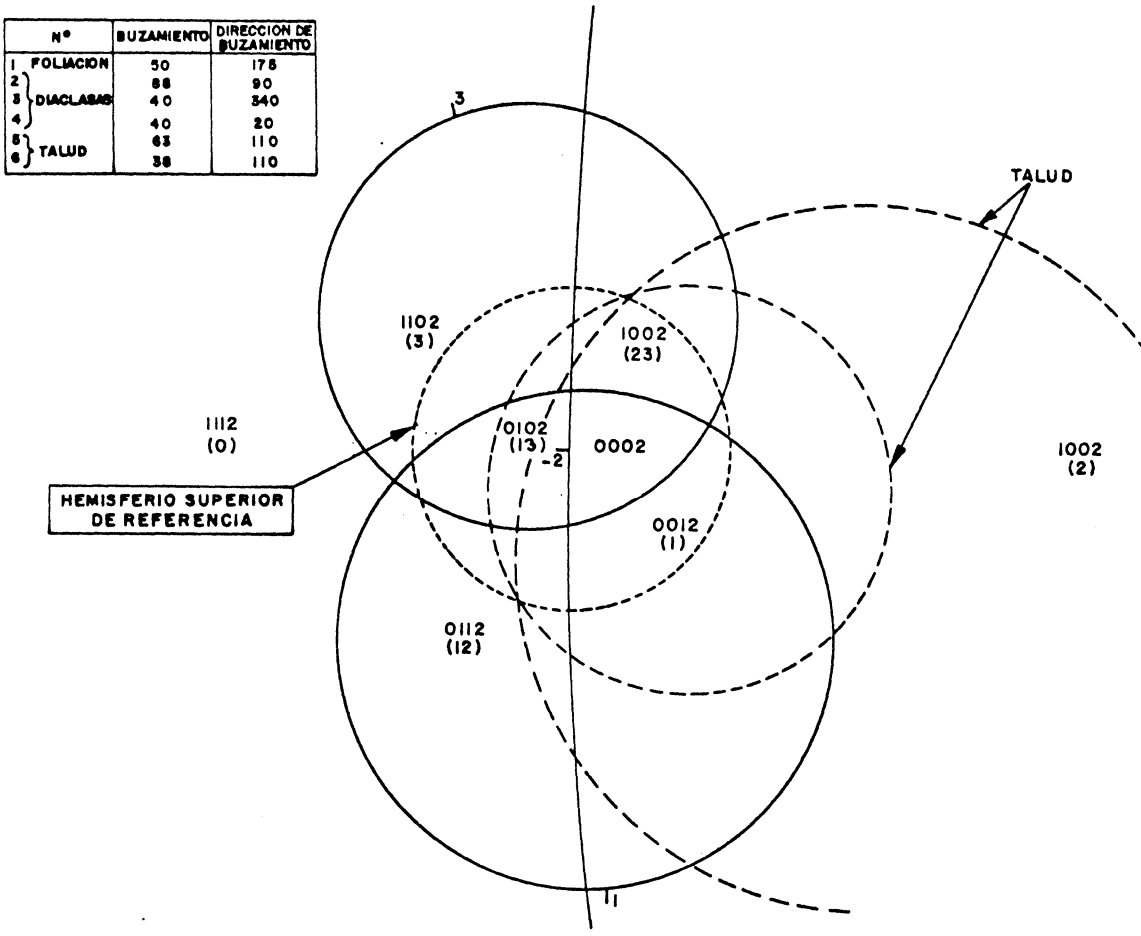


FIGURA 18

EVALUACION DE LA ESTABILIDAD DEL PORTAL ESTE SIN LA DISCONTINUIDAD Nº 4

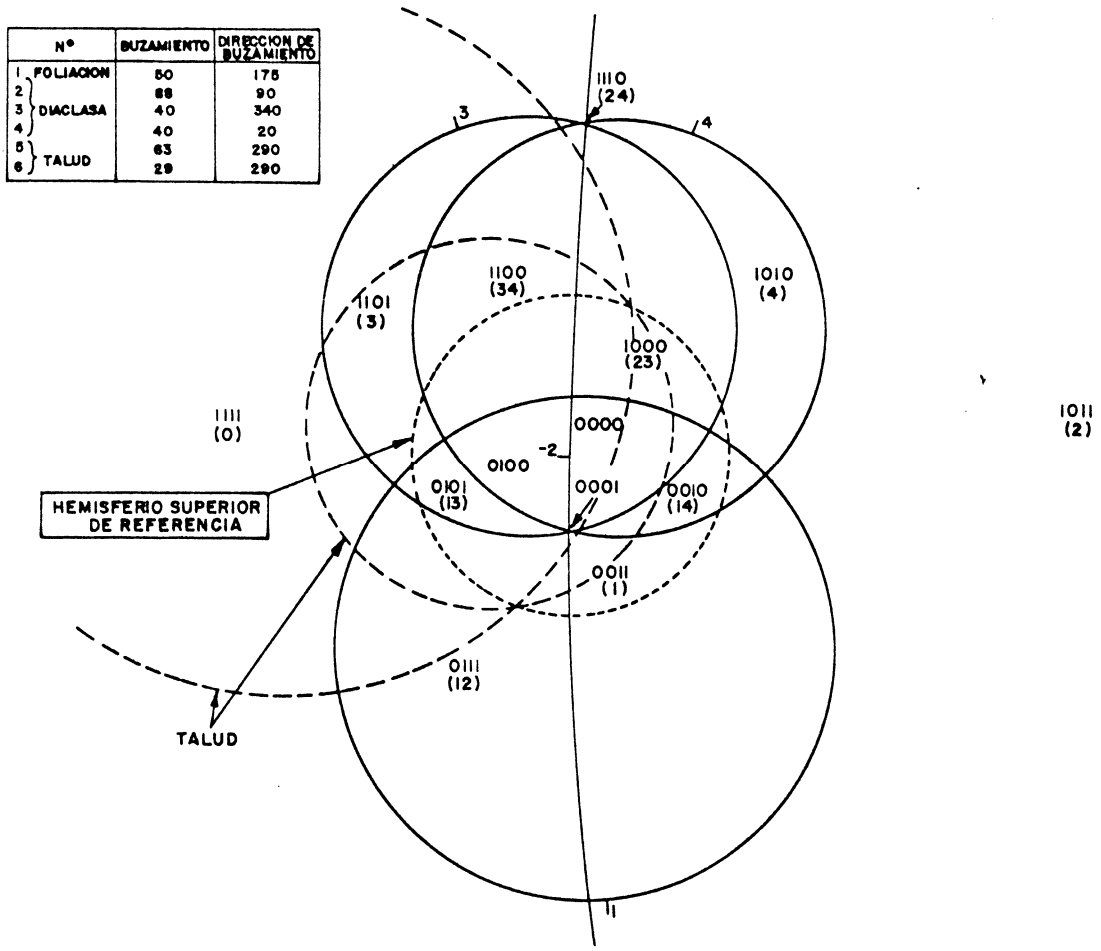


FIGURA 19

EVALUACION DE LA ESTABILIDAD DEL PORTAL OESTE CON TODAS LAS DISCONTINUIDADES

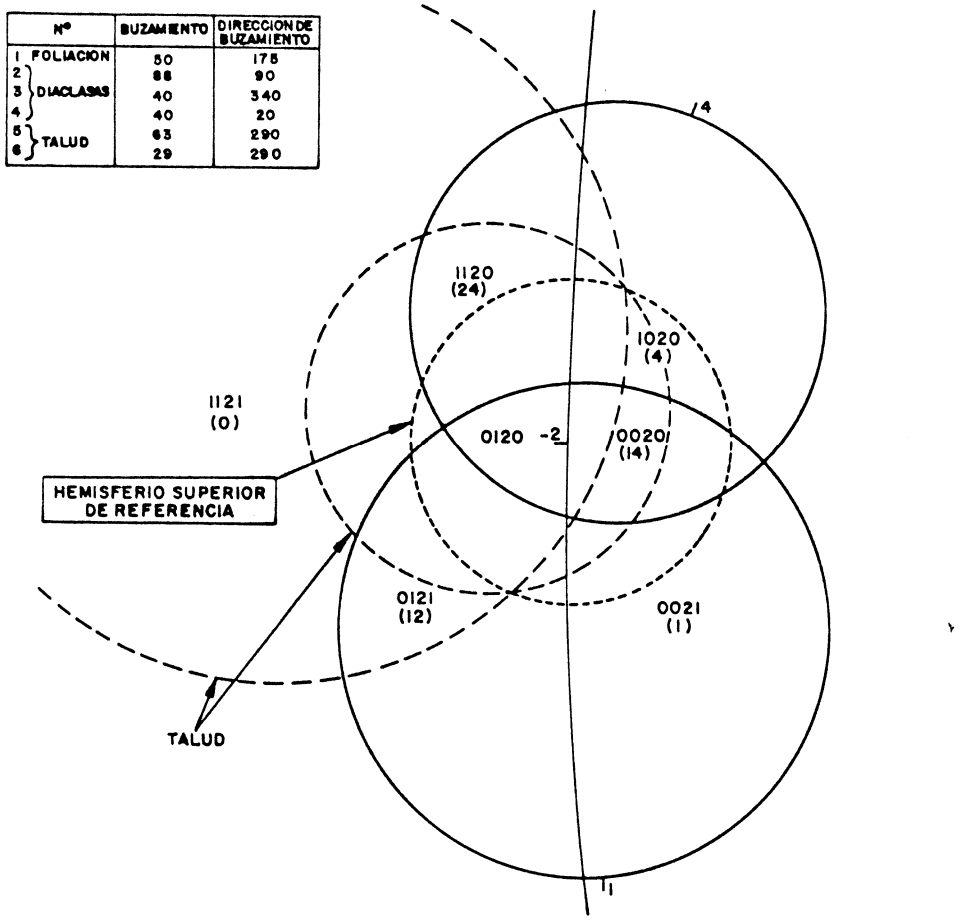


FIGURA 20
EVALUACION DE LA ESTABILIDAD DEL PORTAL OESTE SIN LA DISCONTINUIDAD Nº 3

UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA

Nº		BUZAMIENTO	DIRECCIÓN DE BUZAMIENTO
1	FOLIACION	50	175
2	DIACLASAS	88	90
3	DIACLASAS	40	340
4	DIACLASAS	40	20
5	TALUD	63	290
6	TALUD	29	290

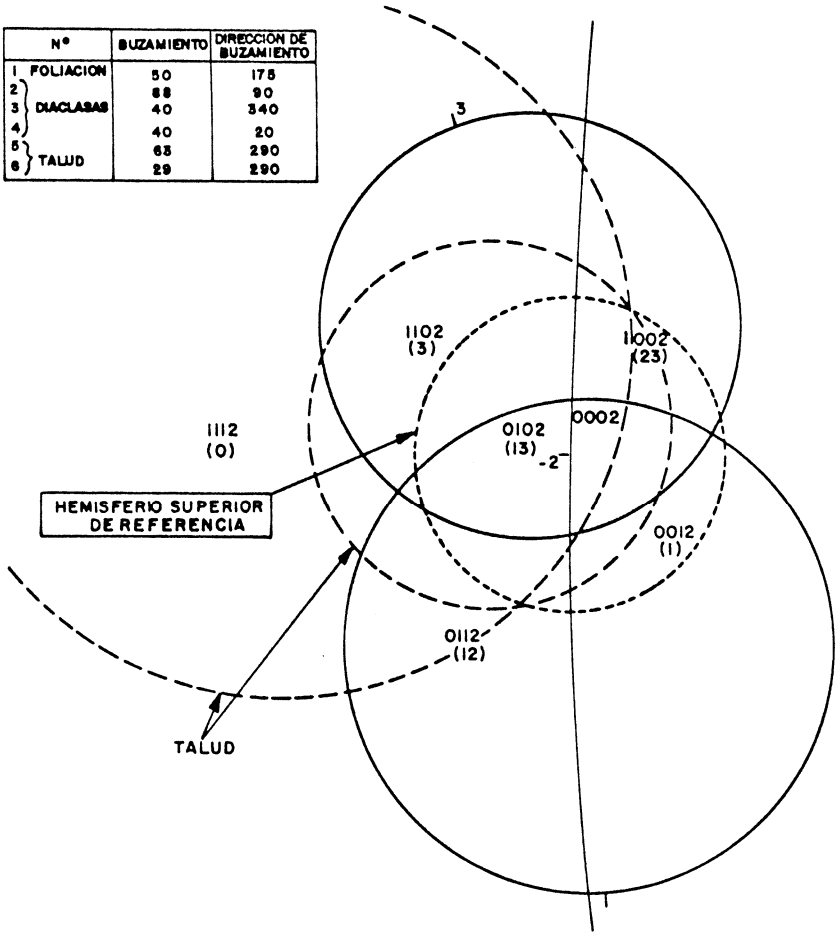


FIGURA 21

EVALUACION DE LA ESTABILIDAD DEL PORTAL OESTE SIN LA DISCONTINUIDAD Nº 4

.../...

TABLA N° 1

Superficie analizada	Discontinuidades Incorporadas	Bloques Críticos	Modo
Techo Norte y Horizontal	Todas	No tiene	----
Techo Norte y Horizontal	Sin D_3	No tiene	----
Techo Norte y Horizontal	Sin D_4	No tiene	----
Techo Sur y Horizontal	Todas	L_1 U_2 L_3 L_4	Plan
Techo Sur y Horizontal	Sin D_3	L_1 U_2 L_4	Plan
Techo Sur y Horizontal	Sin D_4	No tiene	----
Techo completo	Todas	No tiene	----
Techo completo	Sin D_3	No tiene	----
Techo completo	Sin D_4	No tiene	----
Hastial Norte	Todas	U_1 L_2 U_3 L_4	Inte
		U_1 L_2 L_3 L_4	Inte
Hastial Norte	Sin D_3	U_1 L_2 L_4	Inte
Hastial Norte	Sin D_4	U_1 L_2 L_3	Inte
Hastial Sur	Todas	L_1 U_2 L_3 U_4	Plan
		L_1 U_2 U_3 U_4	Inte
Hastial Sur	Sin D_3	L_1 U_2 U_4	Plan
Hastial Sur	Sin D_4	L_1 U_2 U_3	Inte
Hastial y Techo Norte	Todas	U_1 L_2 L_3 L_4 *	Inte
		U_1 L_2 U_3 L_4 *	Inte
Hastial y Techo Norte	Sin D_3	U_1 L_2 L_4 *	Inte
Hastial y Techo Norte	Sin D_4	U_1 L_2 L_3 *	Inte

.../...

TABLA N° 1

Superficie analizada	Discontinuidades Incorporadas	Bloques Críticos	Modo
Hastial y Techo Sur	Todas	L_1 U_2 L_3 U_4	Plan
Hastial y Techo Sur	Sin D_3	No tiene	----
Hastial y Techo Sur	Sin D_4	No tiene	----
Frente Excavación Este	Todas	U_1 U_2 L_3 U_4	Inte
		U_1 U_2 L_3 L_4	Plan
Frente Excavación Este	Sin D_3	U_1 U_2 L_4	Plan
Frente Excavación Este	Sin D_4	U_1 U_2 L_3	Plan
Frente Excavación Oeste	Todas	L_1 L_2 U_3 L_4	Plan
		L_1 L_2 U_3 U_4	Inte
Frente Excavación Oeste	Sin D_3	L_1 L_2 U_4	Inte
Frente Excavación Oeste	Sin D_4	L_1 L_2 U_3	Plan

* El asterisco a la derecha de los bloques críticos significa que su deslizamiento e
por tener caras con direcciones subparalelas a la superficie libre.

Cada uno de los bloques críticos indicados en la Tabla N° 1 fue analizado por la metodología de Pierre Londe (1969 y 1970) considerando solamente el propio peso del bloque, sin presiones hidrostáticas y sin sismo, teniendo en cuenta los ángulos de fricción obtenidos de los ensayos de resistencia al corte a lo largo de discontinuidades. Estos ensayos fueron realizados con un equipo de corte directo en roca diseñado por Robertson Research Lab, London. Los resultados de los ensayos se presentan en el Anexo I, en forma de gráficos que relacionan el esfuerzo cortante y el esfuerzo normal, interpretando una envolvente que reflejara la resistencia última. Para efectos de cálculo se consideró razonable utilizar un ángulo de fricción promedio de 32°, tanto en planos de foliación como en diaclasas.

En las figuras 22 al 25 se presentan como ejemplos los análisis de los siguientes bloques críticos.

BLOQUE CRITICO	MODO DE DESLIZAMIENTO
(1.2)	Intersección de discontinuidades 1 y 2.
(2)	Planar en discontinuidad 2.
(2.3)	Intersección de discontinuidades 2 y 3.
(4)	Planar en discontinuidad 4.

Los resultados de los análisis para todos los bloques críticos en las diferentes superficies libres, son los siguientes:

Superficie libre	Bloque analizado	Estabilidad
Portal Este	$U_1\ U_2\ L_3\ U_4$	Estable
Portal Este	$U_1\ U_2\ U_4$	Estable

Superficie libre	Bloque analizado	Estabilidad
Portal Oeste	$U_1\ L_2\ U_3\ L_4$	Estable
Portal Oeste	$U_1\ L_2\ U_3$	Estable
Techo Norte	$U_1\ L_2\ U_3\ L_4$ *	Estable
	$U_1\ L_2\ L_3\ L_4$	Inestable
	$U_1\ L_2\ L_4$ *	Inestable
	$U_1\ L_2\ L_3$ *	Inestable
Techo Sur	$L_1\ U_2\ L_3\ U_4$	Inestable
	$L_1\ U_2\ L_3\ L_4$	Inestable
	$L_1\ U_2\ L_4$	Inestable
	$L_1\ U_2\ L_3$	Inestable
Techo Horizontal	$L_1\ U_2\ L_3\ L_4$	Inestable
	$L_1\ L_2\ L_3\ L_4$	Inestable
	$L_1\ U_2\ L_4$	Inestable
	$L_1\ L_2\ L_3$	Inestable
Techo Sur y Horizontal	$L_1\ U_2\ L_3\ L_4$	Inestable
	$L_1\ U_2\ L_4$	Inestable
Hastial Norte	$U_1\ L_2\ U_3\ L_4$	Estable
	$U_1\ L_2\ L_3\ L_4$	Inestable
	$U_1\ L_2\ L_4$	Inestable
	$U_1\ L_2\ L_3$	Inestable
Hastial Sur	$L_1\ U_2\ L_3\ U_4$	Inestable
	$L_1\ U_2\ U_3\ U_4$	equilibrio límite
	$L_1\ U_2\ U_4$	Inestable
	$L_1\ U_2\ U_3$	equilibrio límite
Hastial y Techo Norte	$U_1\ L_2\ L_3\ L_4$ *	Estable
	$U_1\ L_2\ U_3\ L_4$ *	Estable
	$U_1\ L_2\ L_4$ *	equilibrio límite
	$U_1\ L_2\ L_3$ *	equilibrio límite

pleto.

e. Los bloques críticos que resultaron inestables en el techo y los hastiales se podrán identificar durante la excavación, de acuerdo a los lados de las diferentes discontinuidades que lo forman.

Para el cálculo de las fuerzas de soporte necesarias se requiere la determinación de su volumen mediante cualquiera de las metodologías publicadas. Goodman (1976), Hoek y Brown (1980), Priest (1980) y Warburton (1981).

En las figuras 26 y 27 se muestran como zonas sombreadas, los bloques críticos inestables en un levantamiento geológico supuesto, tanto en el frente de excavación del túnel como en una sección del hastial. Nótese que la existencia de un determinado bloque crítico no solo depende de la orientación de las discontinuidades,sino de su longitud efectiva, determinada claramente en la superficie libre.

En la figura 26 se puede observar tres bloques críticos inestables identificados por: $U_1\ U_2\ L_3\ L_4$ formado por cuatro discontinuidades, $U_1\ U_2\ L_3$ sin la discontinuidad N° 4 y el más pequeño en área proyectada, el bloque $U_1\ U_2\ L_4$, sin la discontinuidad N° 3. Nótese además que el bloque $U_1\ U_2\ L_3\ U_4$ era un bloque crítico potencial, pero el análisis por la metodología de Pierre Londe lo clasificó como estable. El bloque $L_1\ L_2\ L_3\ U_4$, por ejemplo, no resultó en la evaluación un bloque crítico.

En la figura 27 se identifican como zonas sombreadas los bloques críticos inestables $U_1\ L_2\ L_3\ L_4$ y $U_1\ L_2\ L_3$. En este caso el bloque $U_1\ L_2\ U_3\ L_4$ era un bloque crítico potencial que al ser analizado resultó estable.

ANALISIS BLOQUE C

DISCONT.	BUZ.	DIR.
1	50	
2	88	
3	40	
4	40	

RESULTADO:
PARA Ø = 32° EN AMB
EL BLOQUE ES INES
Ø > 47°

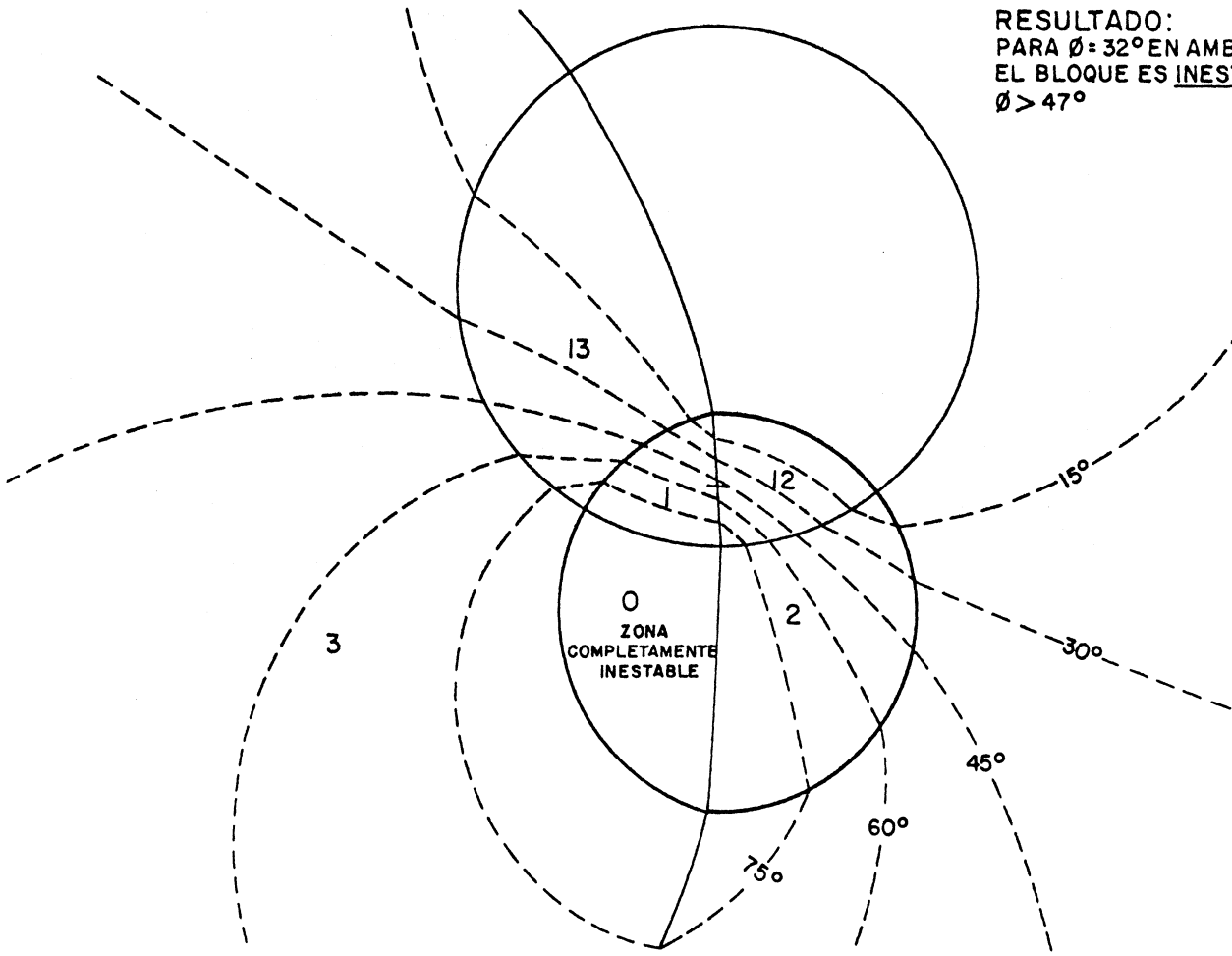


FIGURA 22
ANALISIS DE ESTABILIDAD DEL BLOQUE CRITICO (12)

ANALISIS BLOQUE

DISCONT.	BUZ.	DI
1	50	
2	88	
3	40	
4	40	

RESULTADO:
PARA Ø = 32° EN DISC
EL BLOQUE ES INESTA

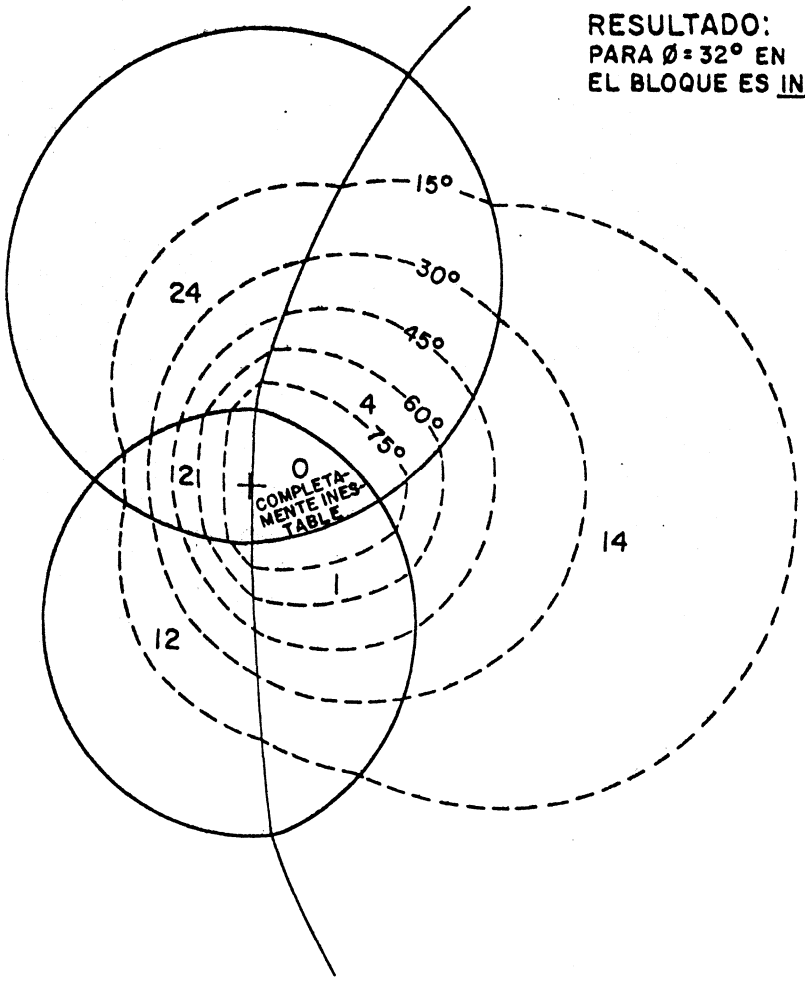


FIGURA 23
ANALISIS DE ESTABILIDAD DEL BLOQUE CRITICO (2)

una excavación segura.

6. El uso del método reduce apreciablemente los costos de estabilización y soporte, evitando la práctica ingenieril de concluir que una vez clasificado un talud como inestable, toda la superficie libre excavada debe ser contenida y estabilizada.

AGRADECIMIENTOS

El autor de este trabajo quiere expresar su más sincero agradecimiento al Dr. Gen Hua Shi y al Dr. Richard E. Goodman por sus comunicaciones personales referentes al método presentado, durante su programa de año sabático en la Universidad de California - Berkeley.

Asimismo agradece a los Ingenieros Andrés Pesti, Mario Vignali y Pietro De Marco, así como a la Sra. María T. de González y al Sr. Vicente Callejas, por la valiosa colaboración en la preparación de este trabajo.

Direction and Volume of Rock Blocks" International Journal Rock Mechanics, Mining Sciences & Geomech. Abstr. Feb. 1980. Vol. 17. pp. 1-23.

SHI, GEN HUA "A Geometric Method of Stability Analysis of Rock Mass". Water Conservancy and Hidroelectric Power, Scientific Research Institute. Ministry of Water Conservancy and Electric Power, Academia Sinica, Peking, (1978).

SHI, GEN HUA "A Geometric Method for Stability Analysis of discontinuous Rocks. Scientific Research Institute of Water Conservancy and Hydroelectric Power. Beiging, China. June 1, 1981.

SHI, GEN HUA and GOODMAN, R. E. "A New Concent for Support of Underground and Surface Excavations in Discontinuous Rocks Based on a Keystone Principle". July, 1.981 Proceedings 22nd, Symposium on Rock Mechanics. MIT.

WARBURTON, P. M. "Vector Stability Analysis of an Arbitrary Polyhedral Rock Block with any number of Free Faces".Int. J. Rock Mechanics, Mining Sci. & Geomech. Abstr. Oct. 1981. Vol. 18. pp. 415-427.